F 1736

STUDII ŞI CERCETĂRI DE ENERGETICĂ ŞI ELECTROTEHNICĂ

1

RM ISSN 0039—3932

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 1, p. 1 — 276, Bucureşti, 1974

COMITETUL DE REDACȚIE

Redactor responsabil:

Prof. dr. docent REMUS RĂDULEȚ, membru al Academiei Republicii Socialiste România

Redactor responsabil adjunct:

Prof. dr. docent G. BĂRĂNESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România

Membri:

Prof. dr. docent A. AVRAMESCU, membru al Academiei Republicii Socialiste România
Prof. dr. docent C. ARAMĂ, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România
Prof. Dr. docent M. MARINESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România
Dr. docent P. DIMO, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România
Dr. inginer V. M. POPOV, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România
Prof. dr. docent V. PIMSNER
Prof. dr. docent C. A. VASILESCU
Prof. dr. inginer C. APETREI
Prof. dr. inginer AL. TIMOTIN
Prof. dr. inginer A. ȚUGULEA
Dr. ing. I. CSERVENY
Dr. ing. D. GRECOV
Ing. CS. NAGY

Secretar științific de redacție:

Dr. ing. ECATERINA ARIE

Revista apare de 4 ori pe an.

Prețul unui abonament este de 160 de lei pe an.

În țară abonamentele se primesc la oficiile poștale, agențiile poștale, factorii poștali și difuzorii de presă din întreprinderi și instituții.

Comenzile de abonamente din străinătate se primesc la Întreprinderea „Rompresfilatelia", Căsuța poștală 2001, București, România, sau la reprezentanții săi din străinătate.

Manuscrisele, cărțile și revistele pentru schimb, precum și orice altă corespondență, se trimit la Comitetul de redacție, pe adresa:

BUCUREȘTI, ȘOS. VITAN, NR. 236.

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA
BUCUREȘTI, STR. GUTENBERG NR. 3 BIS, SECTORUL 6

STUDII ŞI CERCETĂRI
DE
ENERGETICĂ
ŞI
ELECTROTEHNICĂ

Tomul 24, nr. 1 1974

SUMAR

Economie energetică

SORA MANEA, N. LICIU, Unele concluzii ale analizei evoluţiei principalelor structuri ale balanţei energetice naţionale 3

Termoenergetică şi termotehnică

V. V. GHIA, E. D. CRISTEA, Îmbunătăţirea arzătoarelor cu pulverizare prin aer de joasă presiune 21

ANCA RODICA BĂRĂNESCU, GH. ZĂTREANU, Calculul proceselor de curgere a gazelor printre segmenţii de piston 35

Electroenergetică şi electrotehnică

I. R. CIRIC, Funcţii Green ale laplaieanului pentru probleme Neumann în coordonate polare 55

CORNELIA IONESCU, Forţe electrodinamice în regim tranzitoriu în sisteme de conductoare ecranate 75

H. GAVRILĂ, Studiul păturilor şi tolelor feromagnetice cu anizotropie magnetică uniaxială în cîmpuri magnetice alternative de mică intensitate. IV. Cîmpuri magnetice neparalele cu direcţia magnetic privilegiată 107

P. OPRIŞAN, Model electrocinetic pentru studiul cîmpului axial din zona frontală a turbogeneratoarelor 117

O. PEŞTEANU, E. DÎMBOIU, D. BIDIAN, Efectul de capăt longitudinal static la motoarele asincrone liniare 139

N. GALAN, Determinarea caracteristicilor de funcţionare la motoarele electrice cu histerezis pe baza modelului idealizat 155

R. ANDREI, I. SORAN, Studiul unor configuraţii de motor asincron liniar folosite în tracţiunea electrică 179

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 1, p. 1–276, 1974

Sisteme automate în energetică

S. CĂLIN, GR. BRĂILEANU, DOINA STĂNESCU, Acordarea optimă a blocurilor de reglare multivariabile pentru procese rapide 199

Ş. BÎRCĂ-GĂLĂŢEANU, Amplificatoare tranzistorizate de bandă largă cu corecţii RC 219

V. A. MĂRIEŞ, Metodă îmbunătăţită în estimarea fiabilităţii sistemelor electronice 245

Note

L. SEBASTIAN, Asupra determinării autooscilaţiilor sistemelor automate cu două circuite neliniare derivaţie 259

Recenzii 269

Material documentar 271

UNELE CONCLUZII ALE ANALIZEI EVOLUȚIEI PRINCIPALELOR STRUCTURI ALE BALANȚEI ENERGETICE NAȚIONALE

SORA MANEA și N. LICIU

620.9

Se evidențiază tendințe cu caracter general privind evoluția și structura consumului de energie pe principalele trepte ale balanței energetice, folosindu-se în acest scop atît date din economia energetică românească cît și din a altor țări. Se fac considerații asupra bazei de informații și asupra tipurilor de balanțe energetice ce ar trebui elaborate.

1. INTRODUCERE

În scopul stabilirii unei politici energetice conforme cu posibilitățile și cerințele economiei naționale, este necesară o analiză a tuturor formelor și purtătorilor de energie în fazele prin care aceștia trec pînă ajung la consumatorul final. Instrumentul care permite efectuarea unei asemenea analize este balanța energetică, întocmită la nivelul economiei naționale.

Principalele trepte ale unei astfel de balanțe energetice, pot fi considerate :

— treapta energiei primare, adică a resurselor naturale de energie care nu au suferit nici o transformare ;
— treapta energiei transformate, care reprezintă rezultatul uneia sau al mai multor transformări ale energiei primare ;
— treapta energiei finale, adică a energiei ajunse la consumator sub formă de energie primară sau transformată ;
— treapta energiei utile, reprezentînd energia efectiv folosită în scopul pentru care a fost conceput procesul consumator.

Întrucît utilitatea consumului de energie evidențiată pe ultima treaptă, este legată direct de scopurile pentru care au fost elaborate procesele consumatoare propriu zise, ea are un caracter mai mult sau mai puțin subiectiv, ceea ce necesită definirea conținutului său pentru fiecare proces în parte. La aceasta se mai adaugă și imposibilitatea de măsurare a energiei utile la majoritatea proceselor consumatoare. Avînd în vedere aceste dificultăți, în literatură a fost făcută propunerea ca ultima

treaptă a balanței energetice să reprezinte energia ieșită din ultima instalație de transformare energetică, chiar dacă această transformare are loc în însuși aparatul consumator. În acest mod lanțurile energetice se încheie uniform în toate situațiile. Și în acest caz există însă dificultăți de separare a proceselor de transformare energetică de procesele de consum propriu zise, cînd au loc în același agregat, la care se adaugă de multe ori și greutăți de măsurare a energiei la această treaptă [16]. De aceea, majoritatea balanțelor energetice întocmite se opresc la treapta energiei finale, fără a evidenția pierderile aferente ultimei transformări energetice și consumului propriu zis. În această situație, în cele ce urmează se vor prezenta aspecte caracteristice doar pentru primele trei trepte, cu evidențierea tendințelor ce se manifestă din analiza balanțelor energetice ale unor țări, precum și unele concluzii referitoare la baza de informații aferentă.

2. ANALIZA TREPTEI DE ENERGIE PRIMARĂ

Prima treaptă a balanței energetice evidențiază deci producția de energie primară, la care dacă se adaugă soldul import-export se obține disponibilul pentru consum intern *. Se consideră că la această treaptă indicatorul caracteristic este disponibilul pentru consum intern, denumit mai jos consum intern de energie primară, de aceea principalele aspecte analizate (evoluție și structură) se vor referi la această mărime.

Din tabela 1, care redă o imagine pentru perioada 1955 — 1970 asupra principalilor indicatori ce caracterizează evoluția consumului de energie primară pentru România și o serie de alte țări, se desprind cîteva concluzii, dintre care semnalăm :

— ritmuri de creștere a consumului de energie primară foarte diferite (principalii factori care au determinat această variație fiind : ritmul de creștere economică, structura economiei naționale, a rezervelor indigene de combustibili, condițiile climatice, stadiul atins în dezvoltarea economică și în nivelul de trai al populației) ;

— majoritatea țărilor analizate și-au dublat sau triplat consumul de energie primară ;

— România se situează printre țările care au avut o creștere mai rapidă a consumului de energie primară, timpul de dublare fiind de numai 9 ani față de 14 ani cît a fost media mondială. Număr de ani de dublare mai mic decît media mondială au mai înregistrat țări ca Bulgaria, Elveția, Finlanda, Grecia, Italia, Spania, Turcia și Japonia ;

---

* Valorile disponibilului pentru consum intern, din această lucrare, se referă la consumul aparent intern și reprezintă producția netă din sursele naturale comerciale de energie la care se adaugă importul net al resurselor primare și secundare (derivate), se ține seama de intrările și ieșirile din stocuri, precum și de schimbările în cantitatea de combustibil încărcată în rezervoarele navelor și avioanelor destinate transporturilor internaționale indiferent de naționalitatea lor, așa cum acestea se găsesc în publicațiile ONU. În scopul asigurării comparabilității datelor, pentru țara noastră au fost preferate informațiile care se referă la sursele comerciale de energie, chiar dacă, uneori, acestea nu au fost cele mai recente.

Tabela 1

Indici caracteristici ai evoluției consumului de energie primară în perioada 1955–1970

Țara	Consum de energie primară, mil.t.c.c.		Gradul de acoperire a consum. din producție*, %		Ritm mediu de creștere al cons. de en. prim. 1956–70, %	Consum de en. primară pe locuitor kg c.c./loc		Raportul între cons. de energie pe locuitor și media mondială pe locuitor	
	1955	1970	1955	1970		1955	1970	1955	1970
România	17,98	56,88	143,6	104,3	8,0	1 068	2 808	0,89	1,49
Bulgaria	5,95	34,13	91,6	47,3	12,3	788	4 020	0,66	2,13
Cehoslovacia	50,87	91,29	92,8	86,9	4,0	3 886	6 310	3,23	3,34
R. D. Germană	69,58	101,51	90,5	79,2	2,6	3 878	5 882	3,23	3,11
Polonia	71,54	138,10	135,8	114,2	4,5	2 621	4 223	2,18	2,23
Ungaria	18,70	32,45	92,4	70,6	3,7	1 908	3 147	1,59	1,67
U.R.S.S.	441,45	1079,17	99,9	112,4	6,1	2 220	4 445	1,85	2,35
Jugoslavia	10,32	29,18	86,0	73,4	7,2	586	1 432	0,49	0,76
Austria	12,98	25,26	79,0	42,2	4,5	1 861	3 419	1,55	1,81
Belgia	37,49	59,39	80,0	19,5	3,1	4 084	5 929	3,40	3,14
Danemarca	11,08	29,14	2,4	0	6,7	2 496	5 924	2,08	3,14
Elveția	7,10	21,12	27,0	17,7	7,5	1 425	3 353	1,19	1,78
Finlanda	5,02	19,49	15,3	0,5	9,5	1 184	4 150	0,99	2,20
Franța	93,75	192,79	65,4	30,8	4,9	2 166	3 794	1,80	2,01
R.F. Germania	169,22	314,70	98,1	55,5	4,2	3 272	5 112	2,73	2,71
Grecia	2,72	11,20	15,8	25,5	9,9	341	1 259	0,28	0,67
Italia	34,68	143,87	29,9	18,3	10,0	741	2 681	0,62	1,42
Norvegia	8,00	18,67	39,1	40,8	5,8	2 331	4 814	1,94	2,55
Olanda	25,55	66,11	52,8	74,1	6,5	2 376	5 073	1,98	2,69
Portugalia	2,60	6,62	25,4	15,1	6,4	297	687	0,25	0,36
Regatul Unit	254,54	299,36	88,6	54,6	1,1	5 000	5 362	4,17	2,84
Spania	17,66	50,49	82,2	35,1	7,3	686	1 497	0,57	0,79
Suedia	19,92	50,77	15,3	10,3	6,4	2 744	6 311	2,29	3,34
Turcia	5,41	17,14	78,2	63,8	8,0	224	487	0,19	0,26
Argentina	18,79	39,18	38,7	89,0	5,0	967	1 688	0,81	0,89
Canada	82,89	194,20	60,5	1061	5,8	5 279	9 072	4,40	4,80
Chile	5,33	11,81	56,1	64,0	5,4	788	1 208	0,66	0,68
Japonia	65,87	331,90	75,1	16,5	11,4	740	3 210	0,62	1,70
Mexic	19,06	51,08	112,0	83,6	7,3	675	1 205	0,56	0,67
S.U.A.	1285,09	2282,32	98,8	90,0	3,9	7 768	11 144	6,47	5,90
Mondial	3224	6 843			5,1	1 200	1 889		

* A fost calculat ca raport între producția și consumul de energie primară.
uSrsa : după [35], [36]

— se remarcă un decalaj important între consumurile de energie primară pe locuitor realizate în diferite țări și, mai ales, față de nivelurile înregistrate de S.U.A. și Canada, care au ajuns în anul 1970 la 11 144, respectiv 9072 kg c.c. pe locuitor, în comparație cu numai 1 889kg c.c. pe locuitor cît reprezenta atunci media mondială; țara noastră a atins și depășit media mondială, consumînd în anul 1970 2 808 kg c.c/loc, față de 1 068 kg c.c./loc. în 1955;

— evoluția raporturilor dintre consumul de energie pe locuitor al fiecărei țări și media mondială arată o tendință de apropiere a acestora.

Modul în care fiecare țară își acoperă consumul intern de energie primară din producția indigenă sau din import depinde, desigur, în mare

măsură de situaţia rezervelor energetice pe plan naţional şi mondial, de evoluţia descoperirii de noi rezerve.

Din examinarea rezervelor de combustibili fosili şi fisionabili, a pontenţialului hidroenergetic [2] — [4], rezultă o repartizare neuniformă a acestora; peste jumătate din rezervele de ţiţei şi peste un sfert din cele de gaze naturale sînt concentrate în Orientul Mijlociu, iar rezervele de cărbune se află mai ales în America, Europa occidentală şi ţările socialiste. Printre ţările care dispun de bogate rezerve energetice de toate categoriile se numără U.R.S.S. şi S.U.A.; marea majoritate a celorlalte ţări fie că sînt lipsite de asemenea rezerve, fie posedă numai unele din ele. Dintre ţările socialiste europene, Polonia, R. D. Germană şi Cehoslovacia, datorită cantităţilor de cărbune de care dispun, se situează ca volum al rezervelor pe primele locuri după U.R.S.S. România dispune de rezerve energetice din toate categoriile dar nu în cantităţi mari. Astfel, comparînd rezervele de combustibili fosili pe locuitor ale României cu media mondială, se constată că acestea reprezintă aproximativ o treime în ceea ce priveşte rezervele probate şi circa o şesime dacă este vorba de rezerve probabile. Resursele hidroenergetice ale ţării noastre raportate pe locuitor sînt, de asemenea inferioare mediei mondiale. Cu toate acestea, dacă se examinează şi structura acestor rezerve, se observă că sîntem mai slab înzestraţi cu cărbuni, dar deţinem rezerve de hidrocarburi superioare mediei mondiale.

În cadrul rezervelor mondiale de energie, ponderea cea mai ridicată o deţin cărbunii (aprox. 80%); ţiţeiul, gazele naturale şi resursele hidroenergetice nu contribuie la aceste rezerve decît cu ponderi foarte mici. Efectuarea unor prospecţiuni geologice pe scară tot mai largă a permis descoperirea a noi rezerve, în secial de ţiţei şi gaze naturale, ceea ce a condus în ultimul timp la creşterea rapidă a rezervelor cunoscute. Ca o consecinţă a ritmului ridicat de creştere a rezervelor de ţiţei şi gaze naturale din ultima perioadă, s-a reuşit să se facă faţă creşterii vertiginoase a extracţiei şi, în acelaşi timp, să se sporească numărul de ani asiguraţi cu rezerve de hidrocarburi. Astfel, dacă în anul 1930 raportul între rezervele cunoscute şi nivelul anual al extracţiei de ţiţei reprezenta 18 ani, pînă în 1970 s-a produs o dublare a sa.

Această situaţie, coroborată cu ieftinirea în măsură considerabilă a costului transporturilor cu marile vase petroliere şi metanifere, a permis schimbări esenţiale în structura consumului de energie primară, tendinţa cea mai pregnantă fiind aceea de substituire a cărbunilor prin hidrocarburi. Această tendinţă, manifestată aproape fără excepţie în toate ţările analizate (tabela 2), a făcut ca pe plan mondial în perioada 1955—1970 ponderea cărbunilor să scadă de la 56,5% la 35,3 %. Scăderea ponderii cărbunilor se datorează în principal următoarelor cauze:

— creşterea preţului cărbunelui în raport cu cel al altor purtători de energie, ca urmare a faptului că exploatarea minelor de cărbune şi transportul acestuia la locul de consum sînt tot mai costisitoare, precum şi ca o consecinţă a descoperirii de noi zăcăminte de hidrocarburi;

— introducerea unor noi procedee tehnologice şi unor metode moderne de producţie în diferite ramuri industriale a condus la reducerea consumurilor specifice de cărbune (de exemplu, scăderea consumului specific de cocs la furnale).

Tabela 2

Evoluția structurii consumului de energie primară în perioada 1955–1970

Țara	Combustibil solid %		Combustibil lichid %		Combustibil gazos %		Energie hidro și import energ. electrică %	
	1955	1970	1955	1970	1955	1970	1955	1970
România	27,4	24,7	30,5	22,8	41,9	52,4	0,2	0,1
Bulgaria	88,6	61,3	9,9	36,1	—	1,8	1,5	0,8
Cehoslovacia	95,2	83 6	3,9	11,7	0,5	3,6	0,4	1,1
R. D. Germană	99,5	86,1	0,3	11,9	0,1	1,7	0,1	0,3
Polonia	96,2	86,4	2 7	7,5	1,0	5,9	0,1	0,2
Ungaria	86,2	59,0	9,8	25,7	3,8	13,9	0,2	1,3
U.R.S.S.	76,3	42,0	20,3	32,1	2,7	24,5	0,7	1,4
Jugoslavia	87,8	56,0	8,6	33,2	0,5	4,4	3,1	6,4
Austria	65,1	28,0	20,5	49,4	7,9	14,8	6,5	7,8
Belgia	83,7	39,1	16,1	50,2	0,1	10,0	0,1	0,7
Danemarca	61,1	12,9	39,0	88,9	—	—	−0,1	−1,8
Elveția	68,8	3,4	38,6	80,8	—	—	24,6	15,8
Finlanda	52,4	20,3	32,3	73,4	—	—	15,3	6,3
Franța	73,0	28,9	23,1	59,9	0,5	7,2	3,4	4,0
R. F. Germania	92,0	41,3	6,7	50,5	0,3	7,0	1,0	1,2
Grecia	26,1	26,4	72,4	70,7	—	—	1,5	3,0
Italia	33,2	8,8	41,8	74,6	13,9	12,2	11,1	4,4
Norvegia	19,4	8,1	45,5	54,2	—	—	35,1	37,7
Olanda	69,4	10,8	29,7	48,0	0,8	41,2	0,1	—
Portugalia	32,6	19,0	59,0	70,0	—	—	8,4	11,0
Regatul Unit	86,2	50,9	13,7	42,4	—	5,4	0,1	1,3
Spania	78,5	31,8	15,1	61,2	—	0,2	6,4	6,8
Suedia	28,8	5,1	57,5	83,6	—	—	13,7	11,3
Turcia	73,8	37,2	26,0	60,6	—	—	0,2	0,2
Argentina	7,4	3,5	84,8	75,5	7,6	20,5	0,2	0,5
Canada	35,4	12,6	46,9	47,6	6,9	29,8	10,8	10,0
Chile	41,2	15,4	51,4	51,8	2,0	28,5	5,4	4,3
Japonia	70,0	26,9	20,6	68,3	0,3	1,6	9,1	3,2
Mexic	7,3	3,4	72,6	55,2	17,7	38,2	2,4	3,2
S.U.A.	31,4	20,6	40,2	41,0	27,3	36,9	1,1	1,5
Mondial	56,5	35,3	29,4	41,7	12,3	20,7	1,8	2,3

Sursa : după [35]

Consumul de țiței, respectiv de produse derivate din acesta, a crescut în perioada la care ne referim cu un ritm mediu anual de 7,6 %, țițeiul fiind astăzi în măsură să acopere cea mai mare parte a necesarului de energie (41,6 % în 1970 față de 29,4 % în 1955) și în primul rînd a creșterii continue a acestuia. Se apreciază că țițeiul este pe piața mondială, în general, cel mai ieftin purtător de energie.

Consumul de gaze naturale, datorită avantajelor gazelor în ceea ce privește economicitatea și condițiile de utilzare a avut pe plan mondial cea mai rapidă dezvoltare, înregistrînd între anii 1955 și 1970 un ritm mediu anual de creștere de 8,9 %, ceea ce a făcut ca ponderea sa în consumul mondial de energie primară să se modifice, în perioada considerată, de la 12,3 % la 20,7 %. La creșterea consumului de gaze naturale pe glob și în special în țările europene au contribuit în mare măsură descoperirea unor rezerve importante în Siberia, Olanda, Marea Nordului, construirea de conducte magistrale în U.R.S.S., transportul gazului metan din Algeria și Libia în Europa occidentală.

Energia hidraulică folosită pentru producerea de energie electrică participă la acoperirea necesarului mondial de energie primară într-o proporție redusă (2,3 % în 1970), deși a avut în perioada 1955—1970 o creștere medie anuală relativ importantă și anume de 6,7 %, creștere datorată în special amenajărilor hidroenergetice din U.R.S.S., S.U.A., Canada, a marilor fluvii din Asia, Africa și America de Sud. La țările analizate în anexa 2 se observă că ponderea energiei hidraulice * la acoperirea necesarului de energie este în continuă scădere pentru că aceste țări nu dispun de un bogat potențial hidroenergetic sau chiar dacă dispun, acesta este în cea mai mare parte amenajat. Singura țară cu o cotă parte încă substanțială a energiei hidraulice în consumul total de energie primară este Norvegia, care are un potențial hidroenergetic pe locuitor de 39696 kWh, față de aprox. 2000 kWh cît reprezintă media mondială.

Energia nucleară nu a participat la acoperirea necesarului mondial de energie primară în perioada analizată decît cu o pondere de circa 1 %, dar trebuie menționat că acest procent este în creștere rapidă.

Tendința de scădere a ponderii cărbunelui, paralel cu creșterea participării țițeiului și gazelor naturale în consumul de energie primară este mai pronunțată la țările care, pentru asigurarea acestui consum, apelează la importuri de energie (tabela 2). Explicația constă în faptul că politica energetică a fiecărei țări are printre obiectivele sale principale acoperirea necesarului de energie primară prin realizarea unui compromis avantajos între criteriile economitate și siguranță în alimentare. Altfel spus, din punctul de vedere al siguranței în alimentare este preferabil să se apeleze la resursele interne (în general cărbuni), în schimb dacă se dă prioritate considerentelor de economicitate ar urma să fie favorizate importurile, în special de hidrocarburi. Evident că în țările care nu dispun de suficiente resurse energetice proprii, importurile sînt dirijate spre hidrocarburi. Aceste considerente explică faptul că, aproape fără excepție, ponderea importului în consumul total de energie primară al țărilor analizate a fost în creștere în perioada 1955—1970.

În ceea ce privește evoluția structurii consumului de energie primară în România, trebuie observată tendința spre o folosire cît mai rațională a resurselor interne disponibile. Aceasta a condus la modificări în structura pe purtători a consumului de energie primară, respectiv la frînarea scăderii și apoi la creșterea ponderii cărbunelui, la sporirea ponderii combustibilului gazos în paralel cu scăderea ponderii celui lichid.

Din analiza pentru mai multe țări a structurii probabile a consumului de energie în perspectivă (tabela 3), se constată că sursele actuale vor fi cele care vor asigura necesarul de energie și în viitoarele două — trei decenii. Se observă că schimbările de structură, evidențiate pentru perioada 1955—1970, vor continua pînă aproximativ la nivelul anului 1980, după care — în ipoteza competitivității la această dată a energiei nucleare, ca o consecință a intrării în serviciu a reactorilor cu neutroni rapizi — se admite scăderea ponderii combustibilului lichid și gazos în favoarea acesteia. Energeticii nucleare i se recunoaște în mod unanim

* Datele sînt într-o oarecare măsură deformate din cauză că ele conțin și soldul schimbului de energie electrică.

Tabela 3

Previziuni privind structura pe purtători a consumului de energie primară

Țara	Consum total de energie primară mil. tec	din care: Comb. solid %	Comb. lichid %	Comb. gazos %	Energ. hidro %	Energ. nucleară %	Alți purtători %
România [1]							
1970	60	18,7	75,5		1,2		4,6
1975	78—80	22,3	71,8		3,4		2,5
1980	96—98	24—25	64—65		8,5		1,9
Cehoslovacia [17]							
1965	72,6	84,6	12,3	1,5	1,6	—	
1970	86,1	77,6	18,7	2,1	1,6	—	
1980	117,0	60,3	29,0	5,4	2,1	3,2	
1990	165,0	45,5	27,2	9,1	1,8	16,4	
Polonia [18], [19]							
1965	93	92,4	5,4	2,1	0,1	—	
1975	143	78,0	13,5	6,2—7,0	0,2	—	
1985	210	74,0	19,7	5,7	0,3	0,3	
Ungaria [20]							
1965	...	66,7	21,4	6,1	5,8		
1970	...	48,9	29,9	13,3	7,9		
1975	...	37,9	32,4	21,6	8,1		
1980	.	27,1	39,4	22,2	11,3		
R. D. Germană [21]							
1970	...	84	12	1	3		
2000	...	14	28	12	46		
U.R.S.S. [22], [23]							
1969	1 011	43,3	31,5	23,8	1,4		
1980	2 500	26,4	35,2	26,4		12,0	
Franța [24], [30]							
1970	220	26	59	6	8	1	
1975	280	14	68	10	6	2	
1980	360	8	70	12	4	6	
1985	450	5,6	66,7	10,0	17,7		
R. F. Germania [25], [26]							
1960	217	73,8	22,0	0,4	3,0	—	0,8
1970	318	39,0	52,2	5,7	2,2	0,6	0,3
1975	370	32,3	51,9	9,5	2,2	3,8	0,3
1980	430	24,4	52,5	10,5	1,9	10,5	0,2
1990	...	14	52	12	2	20	...
2000	...	7	50	10	2	31	...
Italia [26]							
1966	114	11,3	63,0	8,7	13,8	1,1	2,1
1970	152	9,4	69,4	8,8	10,2	0,9	1,3
1975	211	6,8	73,6	8,3	7,5	3,1	0,7
1980	284	6,8	73,4	7,8	5,8	5,7	0,5
Olanda [27]							
1965	...	27,5	68,5	4,0	—		
1970	...	9,5	61,5	29,0	—		
1980	...	2,5	57,0	38,0	2,5		
Spania [28]							
1970	66,1	28,4	42,7	1,5	24,8	2,6	
1975	89,5	23,1	47,0	3,1	20,1	6,7	
1980	122,5	19,5	51,5	5,7	15,5	7,8	
Portugalia [29]							
1970	8,2	25,1	64,8	—	10,1	—	
1980	13,7	20,5	69,7	—	9,8	—	

Țara		Consum total de energie primară mil. tcc	din care : Comb. solid %	Comb. lichid %	Comb. gazos %	Energ. hidro %	Energ. nucleară %	Alți purtători %
S.U.A. [31]								
	1970	2 477,3	20,0	43,0	32,8	3,9	0,3	
	1975	3 190,2	18,2	40,8	32,4	3,2	5,4	
	1985	4 802,6	16,7	35,6	29,5	2,6	15,6	
	2000	6 896,5	13,7	34,6	26,4	2,6	22,7	
C.E.E.* [32]								
	1970	954	25,1	63,1	7,1	4,7		
	1975	1 178	16,6	69,3	9,3	4,8		
	1980	1 465	12,3	69,3	10,2	8,2		
	1990	2 126	8,2	70,7	7,2	13,9		
Mondial** [34], [35]								
	1965	5 220	40,4	40,5	17,0	1,9	0,2	
	1975	8 650	31,2	44,6	20,1	2,4	1,3	
	1980	11 000	28,2	43,6	21,8	3,8	3,0	
	1990	16 800	15,0	76		9		
	2000	28 400	10,0	69		21		

* Belgia, Franța, Germania, Italia, Luxemburg, Olanda
** fără R. P. Chineză

un rol hotărîtor în cadrul dezvoltării în ansamblu a energeticii în viitor, dar caracterul său competitiv este, desigur, funcție și de evoluția viitoare a prețului țițeiului. Scăderea prețului acestuia, manifestată în ultimul deceniu, a frînat dezvoltarea energeticii nucleare, dar se pare că în viitor prețul țițeiului nu va evolua în același sens, deși descoperirile de noi zăcăminte se succed într-un ritm ridicat.

3. ANALIZA TREPTEI DE TRANSFORMARE A ENERGIEI

Pentru analiza unor aspecte legate de transformarea energiei * au fost folosite în principal date din [5] prelucrate și expuse sintetic, pentru cîteva țări (Ungaria, R. F. Germania, Franța și Italia), în tabela 4. În tabel au fost incluse spre comparație și informații privitoare la România (după [6]). Deși s-au făcut unele prelucrări pentru ca structura și conținutul acestor informații să fie pe cît posibil aceleași, nu s-a putut realiza o perfectă omogenitate. (Astfel, consumul pentru transformare cuprinde la România și cantitatea de energie utilizată pentru producerea de căldură, care la celelalte țări este inclusă în consumul final).

Din tabela menționată se poate observa că energia, respectiv combustibilii utilizați la fabricarea produselor chimice reprezintă o pondere relativ mică din consumul intern de energie primară (în general sub 5 %). Este cunoscut faptul că folosirea în scopuri neenergetice, de exemplu pentru obținerea de produse sintetice, reprezintă o valorificare superioară a

* Prin consum pentru transformare s-a înțeles, după metodologia ONU, cantitatea de energie transformată în energie secundară (derivată) de către întreprinderile al căror scop esențial este producerea, transportul și distribuția acestei energii, precum și cantitatea utilizată de centralele termoelectrice ale autoproducătorilor pentru producerea de energie electrică.

Tabela 4

Prezentare comparativă a treptei de transformare din balanța energetică a R.S.R. și a altor cîteva țări europene pentru anul 1969

		Rominia *	Ungaria	R.F. Germania	Franța	Italia
Consum intern	1000 tcc	...	28 511	306 148	197 612	135 231
din care :						
pentru transformare	%	45,2	48,6	51,1	32,4	28,0
consum în scopuri neenergetice	%	3,5	2,0	3,4	3,2	7,5
consum direct	%	51,3	49,4	45,2	64,4	64,5
Consum pentru transformare	1000 tcc	...	13 863	156 462	62 405	37 904
din care :						
combustibil solid	%	28,7	68,7	84,0	69,3	31,7
combustibil lichid	%	9,1	18,7	8,1	10,5	43,9
combustibil gazos	%	60,8	12,5	6,2	8,6	8,7
energie hidroelectrică și energie electrică pt. pompaj	%	1,4	0,1	1,7	11,5	15,7
Consum pentru transformare	1000 tcc	...	13 863	156 462	62 405	37 904
din care :						
pentru producția de energie electrică, abur și apă caldă	%	82,6	71,8	49,1	53,1	72,1
pentru producția de combustibil transformat	%	17,4	28,2	50,9	46,9	28,9
(din care pt. cocs)	%	(9,6)	(31,8)	(67,7)	(61,6)	(79,7)
Rezultat din transformare	1000 tcc	...	13 863	156 462	62 405	37 904
Energie transformată	%	66,8	62,7	64,0	64,3	61,0
pierderi	%	33,2	37,3	36,0	35,7	39,0

* pentru anul 1966
Sursa : după [5], [6]

unor combustibili, asigurînd economiei naționale produse noi, precum și înlocuitori ai unor materiale deficitare. Aceasta a făcut ca ponderea combustibililor utilizați în scopuri neenergetice să crească continuu. Spre exemplu, în perioada 1960—1969 consumul neenergetic al diverșilor combustibili a sporit în R. F. Germania în medie cu 14 % pe an, față de o creștere de numai 4,4 % pe an a consumului total de energie primară. Cu toate acestea, dacă se are în vedere actuala pondere a acestor utilizări în consumul total de energie primară din R. S. România și alte țări cu o industrie petrochimică dezvoltată, precum și faptul că dezvoltarea acestor utilizări neenergetice se poate face între anumite limite pentru a fi într-adevăr eficientă, se poate afirma că ponderea utilizărilor neenergetice nu poate atinge valori prea mari.

Gradul de transformare a energiei primare în scopul obținerii altor forme și purtători de energie reprezintă un indicator calitativ important al oricărei economii energetice, deoarece cu cît acesta are o valoare mai ridicată cu atît energia ajunsă la consumatorul final este de o calitate superioară. De aceea, ponderea energiei primare supuse transformării are o tendință de creștere odată cu dezvoltarea economică. Spre exemplu, în țara noastră această pondere a crescut de la 41 % în 1959 la jumătate din consumul intern de energie primară la nivelul anului 1970 ca și în țările analizate în tabela 4. (Procentul mai redus pentru Franța și Italia

se explică prin ponderea mai ridicată la aceste ţări a energiei hidraulice care este transformată în combustibil convenţional pe baza metodei echivalentului fizic).

În structura energiei consumate în scopul obţinerii altor forme şi purtători de energie se reflectă într-o mare măsură structura consumului intern de energie primară. Trebuie însă observat că, întrucît centralele termoelectrice şi cocseriile sînt principalii destinatari ai minelor şi carierelor de cărbune, în structura energiei supuse transformării cărbunii au o pondere mai mare decît în consumul intern şi — mai ales — decît în consumul final.

Energia supusă transformării este folosită în cea mai mare parte pentru producerea de energie electrică (peste 50 %), fapt explicabil prin superioritatea acesteia faţă de combustibilii clasici în ceea ce priveşte condiţiile de transformare, transport, distribuţie şi utilizare. Deşi cărbunii vor deţine în continuare o pondere importantă în consumul centralelor termoelectrice, aceasta este în majoritatea ţărilor în scădere treptată. De exemplu, se prevede că 39 % din producţia de energie electrică a Europei se va realiza în anul 1975 utilizînd cărbuni, faţă de 49 % în 1967. Trebuie să observăm că ţara noastră, ca urmare a unei valorificări prioritare a resurselor energetice interne, chiar în condiţiile în care unele dintre acestea au caracteristici calitative relativ modeste, face excepţie de la această tendinţă, ponderea cărbunilor (în special a ligniţilor), în consumul centralelor electrice a înregistrat o creştere în ultimii ani, creştere ce va continua probabil şi în viitorii 10—15 ani.

Centralele termoelectrice rămîn principalul consumator al cărbunilor, ponderea acestora în structura pe destinaţii a producţiei de cărbune fiind în creştere. În acest sens se prevede că în anul 1975 (faţă de 1967) se vor utiliza în cazanele centralelor electrice din ţările Europei de Vest 52 (41) %, în Europa de Est 43 (32) %, iar în S.U.A. 60 (55) % din desfacerile interne de huilă şi lignit. În anul 1980 aceste ponderi vor deveni 60—65 % în Europa, 75 % în SUA şi 52 % în U.R.S.S. [7].

Concurentul cel mai important al cărbunelui pentru centralele electrice, în viitorul apropiat, este păcura, iar după 1980 energia nucleară. Astfel, de exemplu, în anul 1980 se aşteaptă ca energia electrică produsă în centralele nucleare să reprezinte, din producţia totală de energie electrică, 18 % în Italia, 25 % în Anglia şi R. F. Germania, 42 % în Belgia, iar în viitorul mai îndepărtat centralele nuclearo-electrice vor tinde să deţină ponderea cea mai mare în producţia de energie electrică.

Centralele hidroelectrice vor avea în viitor o participare din ce în ce mai redusă în asigurarea producţiei totale de energie electrică, rolul lor important fiind acela de a produce energia cerută în perioadele de vîrf de sarcină.

Din energia supusă transformării o mare parte se consumă pentru producerea de cocs (1,7 % în R.S. România * 9 % în Ungaria, 34,5 % în R. F. Germania, 28,9 în Franţa, 30,8 % în Italia).

Datorită dezvoltării industriei siderurgice, producţia de cocs a crescut, continuu, însă această creştere nu a fost prea rapidă ca urmare,

* Ponderea mai mică pentru România este rezultatul faptului că aproape jumătate din consumul de cocs a fost asigurat din import.

în principal, a îmbunătățirii productivității furnalelor, ceea ce a permis ca raportul între producția de cocs de cocserie și cea de oțel să scadă pe plan mondial în perioada 1960—1969 de la 0,81 la 0,59. În mod aproape cert evoluția tehnicii va permite ca acest raport să se micșoreze în continuare și se apreciază că pe plan mondial el va ajunge la aprox. 0,48 în 1980 [8]. În România acest raport (considerînd la numărător necesarul de cocs, adică producția plus importul) s-a micșorat de la 0,81 în 1960 la 0,57 în 1968 și la 0,53 în 1970, respectiv o scădere mai rapidă decît cea pe plan mondial, ceea ce poate fi considerat ca un fapt pozitiv, mai ales dacă ținem seama că în anul 1970 aproximativ 70 % din necesarul de cocs metalurgic al țării noastre a fost asigurat din import.

Trebuie menționat că se fac intense cercetări pentru fabricarea oțelului prin reducerea directă a minereului de fier (fără a se trece prin faza fontă), modalitate ce ar permite producerea industrială de oțel fără cocs. Dar acest procedeu, după o apreciere a Institutului Batelle, nu va fi aplicat pînă în anul 1980 decît pentru mai puțin de 5 % din producția mondială de oțel. Cercetătorii sovietici au elaborat, de asemenea, un procedeu pentru o uzină siderurgică automatizată, care să funcționeze folosind energia nucleară și care nu va necesita cocs pentru producerea de oțel. Întrucît însă aceste procedee tehnologice sînt abia în fază experimentală este de așteptat ca și în viitorii 20 de ani producția de cocs să crească, dată fiind expansiunea industriei siderurgice.

În ceea ce privește valorile randamentelor obținute la transformarea energiei, se observă din anexa 4 că acestea sînt destul de apropiate între ele (pierderile variază între 33 % și 39 %). Randamentul ceva mai bun obținut la transformarea energiei în România se datorează faptului că cea mai mare parte din energia supusă transformării a fost sub formă de combustibil gazos.

4. ANALIZA TREPTEI CONSUM FINAL DE ENERGIE

Pentru analiza consumului final *, adică a energiei ajunse la consumator atît sub formă de energie primară cît și sub formă de energie transformată, a fost folosită o sinteză întocmită pe baza datelor din [5] și [6] prezentată în tabela 5, iar în scopul evidențierii unor tendințe de perspectivă mai îndepărtată au fost utilizate sumare ale balanțelor energetice dintr-o perioadă mai lungă pentru R. F. Germania [9], Franța [10], [11], Anglia [12], Japonia [13] și Suedia [14].

Din tabelele 4 și 5 se observă că, în consumul intern de resurse primare, consumul final de energie reprezintă 75,8 % pentru România 74,0 %, pentru Ungaria, 72,8 % pentru R.F. Germania 74,4 % pentru Franța și 74,3 % pentru Italia. Analizat pe o perioadă de perspectivă,

* Prin consum final s-a înțeles cantitatea de energie utilizată în scopuri energetice de către toți consumatorii, în afara celor producători de energie transformată. În consumul final este inclusă, cu excepția României, și energia utilizată de consumatorii finali pentru producerea de energie transformată cum ar fi gazul sau aburul și apa caldă, precum și cea folosită de centralele termice de distribuție publică. La România aceste ultime valori sînt incluse în consumul pentru transformare și ca atare la consumul final este evidențiată în totalitate cantitatea de abur și apă caldă.

Tabela 5

Prezentare comparativă a treptei de consum final din balanța energetică a R.S.R. și a altor cîteva țări europene, pentru anul 1969

		România*	Ungaria	R. F. Germania	Franța	Italia
Consum final	1000 tcc	...	21 111	222 963	146948	100 507
din care :						
combustibil solid	%	19,5	45,2	23,4	20,6	6,6
combustibil lichid	%	20,7	18,3	54,3	58,9	68,4
combustibil gazos	%	32,0	10,9	10,5	10,8	13,2
energie electrică	%	6,3	7,4	10,3	9,6	11,8
abur și apă caldă	%	21,5	18,2	1,5	0,1	...
Consum final	1000 tcc	...	21 111	222 963	146 948	100 507
din care :						
industrie, construcții și lucrări publice**	%	56,6	44,4	40,9	46,6	47,3
transporturi	%	10,6	11,2	16,1	18,7	20,8
casnic și alți consumatori	%	32,8	44,4	43,0	34,7	31,9
Consum final din industrie	1000 tcc	...	9 389	91 098	68 449	47 606
din care :						
combustibil solid	%	13,8	29,9	26,4	24,8	9,2
combustibil lichid	%	9,4	12,1	38,4	50,5	57,7
combustibil gazos	%	34,1	18,0	19,1	12,3	16,8
energie electrică	%	9,3	11,0	14,9	12,4	16,3
abur și apă caldă	%	33,4	29,0	1,2	—	—
Consum final din transporturi	1000 tcc	...	2 360	35 967	27 456	20 880
din care :						
combustibil solid	%	32,9	56,7	3,5	2,4	1,5
combustibil lichid	%	60,9	39,0	93,9	95,1	93,6
combustibil gazos	%	0,7	0,2	0,1	0,1	3,0
energie electrică	%	0,6	3,6	2,5	2,4	2,1
abur și apă caldă	%	4,9	0,5	—	—	...
Consum final casnic și alți consumatori din care :	1000 tcc	...	9 371	95 898	51 043	32 021
combustibil solid	%	25,1	57,5	27,9	25,0	6,3
combustibil lichid	%	27,3	19,4	54,6	50,7	67,8
combustibil gazos	%	38,4	6,5	6,1	14,4	14,5
energie electrică	%	2,9	4,7	9,0	9,7	11,4
abur și apă caldă	%	6,3	11,9	2,4	0,2	...
Consum final din industrie	1000 tcc	..	9 380	91 098	68 449	47 606
din care :						
ind. siderurgică de bază	%	25,8	27,9	33,8	26,9	18,9
industria chimică	%	18,8	10,0	18,0	12,2	20,1
alte industrii	%	55,4	62,1	48,2	60,9	61,0

* pentru anul 1966
** fără industria producătoare de energie
Sursa : după [5], [6]

acest raport a avut o ușoară tendință de creștere, datorată îmbunătățiri randamentului de prelucrare și transformare a energiei. Astfel, dacă în în 1955, din necesarul total de energie primară al Franței 15,3 % reprezenta pierderi la prelucrare și transformare, această pondere a scăzut pînă la 10,6 % în 1970, în timp ce pierderile la transport și distribuție au oscilat între 3,1 % și 3,6 % fără a arăta o tendință de creștere sau scădere.

În cadrul consumului final de energie, industria este principalul consumator cu peste 40 %, pondere care nu a suferit în ultimul timp

modificări importante. Aceasta deoarece, așa cum este cunoscut, creșterea consumului industrial de energie are loc sub influența a doi factori, pe de o parte dezvoltarea industriei în general, și a ramurilor și produselor energointensive în special, necesită sporirea consumului de energie, iar pe de altă parte, îmbunătățirea folosirii energiei conduce la scăderea consumurilor specifice. Datorită faptului că acești doi factori acționează în opoziție dar simultan în diversele ramuri ale industriei, creșterea consumului de energie din industrie este mai lentă decît cea a producției industriale, însă nu mai înceată ca a consumului total de energie, ceea ce face ca ponderea industriei în acest consum să se mențină aproximativ aceeași.

În ceea ce privește structura consumului industrial de energie pe principalele ramuri, se observă că industria siderurgică și cea chimică dețin o pondere importantă (aproximativ 40 %) ca urmare a caracterului puternic energointensiv al proceselor tehnologice din aceste două ramuri.

Ca evoluție a structurii consumului, se remarcă tendința de scădere a ponderii consumului în siderurgie, în special datorată micșorării consumului specific de cocs, precum și o majorare importantă a consumului de energie în industria chimică și deci o creștere a ponderii sale în consumul total industrial. Această tendință se prevede că se va menține și în viitor. De exemplu, pentru R. F. Germania se apreciază că în 1985 industria siderurgică va consuma aproximativ 19,1 % din consumul industrial de energie față de 29,6 % în 1970 și 36,5 % în 1960 în timp ce ponderea indtustriei chimice în aceeași perioadă va crește de la 18,1 % la 28,8 %, respectiv 47,4 %.

Ponderea celorlalte ramuri industriale în consumul total al industriei este, pentru fiecare în parte, sub 10 %, cu o ușoară tendință de scădere.

Tendința generală de micșorare a ponderii combustibilului solid în favoarea celui lichid, a celui gazos și a energiei electrice se resimte și la consumul industrial de energie. Este însă de reținut că în structura pe purtători a consumului de energie din industrie, în comparație cu acea a consumului final total, se remarcă o pondere mai mare a combustibilului solid, a celui gazos și a energiei electrice, datorată în special folosirii acestora într-o măsură mai redusă în transporturi.

Transporturile și sectorul casnic sînt după industrie, principalii consumatori de energie.

Modernizarea transporturilor, prin înlocuirea locomotivelor cu abur cu cele Diesel, a făcut ca în structura consumului de energie al acestei ramuri ponderea combustibilului lichid să crească și să devină predominantă (61 % în România, 94 % în Italia și R.F. Germania, 95 % în Franța). O altă schimbare constatată în structura consumului de energie al ramurii transporturi se referă la scăderea ponderii consumului transportului feroviar în favoarea celui rutier. De exemplu, în anul 1955, din consumul de energie al transporturilor franceze, 49,3 % reprezenta transportul feroviar, 38,8 % cel rutier, 1,7 % cel aerian și 10,2 % transportul pe apă, iar în anul 1970 aceste ponderi au devenit respectiv 20,6 %; 65,5 %; 5,8 % și 8,1 %. Pentru Anglia modificarea s-a tradus, în perioada 1960—1969, prin scăderea ponderii căilor ferate de la 32,4 % la 5,8 % și a transportului pe apă de la 6,5 % la 4,6 %, paralel cu creșterea ponderii transportului auto dela 52,0 % la 75,7 % și a celui aerian

de la 9,1 % la 13,9 %. Creşterea ponderii transportului rutier în ţările analizate se poate pune într-o oarecare măsură şi pe seama sporirii consumului de benzină pentru automobilele particulare.

Analiza evoluţiei consumului casnic * de energie arată că acesta şi-a menţinut aproximativ aceeaşi pondere în consumul total, dar faţă de evoluţia structurii pe purtători de energie a acestuia din urmă la consumul casnic trebuie remarcată creşterea mai accentuată a ponderii energiei electrice şi a combustibilului lichid. Astfel, în Franţa, în perioada 1955—1970, ponderea combustibilului lichid în consumul casnic de energie a crescut de 4,3 ori, iar cea a energiei electrice de 1,9 ori trecînd de la 11 % la 47 % şi respectiv de la 12 % la 23 %, în timp ce aceleaşi ponderi în consumul total s-au modificat de la 26 % la 56 % şi respectiv de la 15 % la 21 % (deci o creştere de 2,1 ori şi corespunzător, de 1,4 ori). Această situaţie este datorată în special comodităţii pe care o introduce în gospodăriile casnice utilizarea energiei electrice şi a combustibilului lichid faţă de cel solid.

5. CONSIDERAŢII PRIVIND BAZA DE INFORMAŢII NECESARĂ

Din cercetarea întreprinsă a reieşit că pentru analiza primei trepte a balanţei energetice (producţie — disponibil de energie pentru consum intern) baza de informaţii se află la un nivel, în general, corespunzător; datele se găsesc în publicaţiile ONU pe o perioadă destul de lungă şi sînt determinate după o metodică comună, permiţînd deci comparaţii în timp şi pe ţări. Pe plan intern, la această treaptă, sînt unele deficienţe metodice şi mai ales de precizie a datelor.

Încercînd a analiza celelalte trepte principale ale balanţei energetice (treapta de transformare şi treapta de utilizare a energiei) trebuie subliniat faptul că în statisticile din ţara noastră lipsesc aproape complet informaţiile necesare, deşi este evident că în condiţiile creşterii vertiginoase a consumului de energie, ale sporirii complexităţii economiei energetice naţionale perfecţionarea activităţii economice în acest sector este indisolubil legată de utilizarea puternicului instrument de analiză reprezentat de balanţa energetică naţională. Singura balanţă energetică a României la care s-au putut face referiri mai ample, aşa cum a rezultat din capitolele anterioare, a fost cea întocmită pentru anul 1966**. Întrucît acţiunea de elaborare a balanţei energetice nu a căpătat un caracter periodic în ţara noastră, iar la balanţele întocmite accentul a fost pus pe îmbunătăţirea metodicii, posibilităţile de a face pe baza acestora comparaţii în timp şi faţă de alte ţări au fost foarte reduse.

Analiza efectuată asupra bazei de informaţii disponibile în ţara noastră, precum şi a celor necesare elaborării balanţei energetice naţionale a condus la concluzia că acestea pot fi împărţite în trei grupe:

a) informaţii care se află înregistrate ca atare, sau care pot fi aduse la forma necesară cu o prelucrare redusă;

---

* gospodării casnice şi birouri

** Balanţa energetică întocmită de Institutul de energetică pentru anul 1959 nu a putut fi folosită; modificările pentru a o face comparabilă cu balanţele altor ţări erau dificil de operat, iar acea realizată de DCS pentru anul 1969 are un caracter experimental.

b) informații pentru a căror obținere există date primare necesare dar care pretind o prelucrare laborioasă;

c) informații care nu pot fi obținute pe baza datelor primare existente.

Considerăm că, dată fiind importanța elaborării balanței energetice naționale, este necesar ca organele de resort să treacă la efectuarea acelor prelucrări care asigură obținerea informațiilor din categoria b și, de asemenea, pe baza unei metodici îmbunătățite, să înceapă urmărirea acelor indicatori sintetici care în prezent nu se înregistrează, dar a căror cunoaștere se dovedește indispensabilă pentru elaborarea balanței. Cu toate că și în străinătate majoritatea balanțelor se opresc încă la treapta consumului final în principal datorită dificultăților amintite în capitolul 1, considerăm că trebuie depuse eforturi și în țara noastră spre a fi învinse aceste greutăți, astfel încît elaborarea balanței să includă și treapta energiei utile, deoarece informațiile pe care le furnizează această treaptă, referitoare la folosirea energiei pe categorii de procese, sînt informații de cea mai mare importanță pentru numeroase studii privind aspectele dezvoltării bazei energetice naționale.

Dintre aceste studii se amintesc în primul rînd studiile de prognoză, care ar trebui să stabilească evoluția viitoare a consumului de energie utilă, întrucît ceea ce solicită consumatorii, și ca atare trebuie asigurate, sînt anumite cantități de energie la nivelul treptei energie utilă, modul în care economia energetică națională se organizează spre a face față acestor cerințe putînd forma obiectul unor opțiuni de politică energetică, ca o consecință obținîndu-se și necesarul de energie primară al țării. În plus, prognozarea la nivelul energiei utile, putîndu-se face pe categorii de procese, are avantajul de a ține seama mai judicios de factorul progres tehnic, permite, de asemenea, determinarea consumului neinterșanjabil de purtători și forme de energie, problemă de o deosebită importanță, întrucît lanțurile energetice, prin care se asigură acest necesar, se pot trata separat de ansamblul bazei energetice, atunci cînd se efectuează studii pentru optimizarea dezvoltării sale, ușurîndu-se astfel în mod substanțial rezolvarea problemei.

Pornind de la considerentul că balanța energiei electrice, balanța energiei utilizate în procesele de forță, balanța energiei folosite în procesele de înaltă temperatură și electrochimice și balanța energiei utilizate în procesele la medie și joasă temperatură reprezintă cele patru componente mai importante ale balanței energetice unice, apreciem drept necesară modificarea actualei concepții privind principalele tipuri de balanțe energetice ce trebuie să se elaboreze în țara noastră.

Desigur, în acest spirit, este necesar să se întocmească în primul rînd balanța energetică națională unică. Apoi, avem în vedere elaborarea unei balanțe a producerii și consumului tuturor formelor de energie pentru necesități de forță, cu o împărțire corespunzătoare proceselor staționare și respectiv nestaționare. În această privință, este de menționat că, așa cum arată analiza evoluției balanțelor energetice ale unor țări capitaliste avansate, dezvoltarea industriei, a transporturilor pe calea ferată și pe apă, iar în ultimele trei, patru decenii a transporturilor auto și aeriene, au condus la creșterea energiei consumate în procesele de forță de la 5 % în 1900 la 21—23 % în 1960, cu o tendință de creștere în

următorii 20—25 de ani pînă la 30—35 %. În același timp, elaborarea și analiza acestei balanțe are o deosebită valoare și pentru evidențierea mărimilor reale ale mecano- și electro- înzestrării muncii, factor de bază în creșterea productivității acesteia.

Dată fiind tendința de creștere permanentă a ponderii proceselor la temperatură înaltă și electrochimice în necesarul de căldură, ca o expresie a progresului tehnologic, capătă o importanță majoră întocmirea balanței corespunzătoare acestei categorii de procese.

De asemenea, ar fi rațional ca balanța producerii și consumului aburului și apei calde generate centralizat, care se întocmește în prezent, să fie înlocuită cu balanța producerii și consumului căldurii la potențial scăzut și mediu (pînă la aprox. 400°C), care să conțină întreg consumul de căldură la aceste potențiale, în funcție de caracterul purtătorului de energie (abur, apă fierbinte, aer încălzit) și de metodele de generare a căldurii. S-ar crea astfel și premisele necesare elaborării prognozelor privind necesarul viitor de căldură în țara noastră, aspect deosebit de important dacă se are în vedere că în consumul final căldura are ponderea cea mai mare și actualmente, asemenea prognoze se limitează în țara noastră la căldura obținută în mod centralizat.

Desigur ar urma să se elaboreze în continuare balanța energiei electrice, cu precizarea că ar fi de dorit ca detalierea pe ramuri și sectoare economice să fie adîncită.

BIBLIOGRAFIE

1. * * * *Directivele Congresului al X-lea al P.C.R. privind planul cincinal pe anii 1971—1975 și liniile directoare ale dezvoltării economiei naționale pe perioada 1976—1980.*
2. Iu. I. Savenko și E. O. Steingauz, *Energeticeskii balans. Nekotorie vaprosi teorii i prakliki*, Edit. Energia, Moscova, 1971.
3. E. Nobis, *Development in exchange for Oil*, Successo, octombrie 1971, p. 102—108.
4. * * * *La situation de l'énergie électrique en Europe et ses perspectives*, ST/ECE/EP/54 9 aprilie 1970.
5. * * * *Annual Bulletin of general Energy Statistics for Europe*, vol. II, 1969, Economic Commission for Europe, United Nations, New York, 1971.
6. St. Kovacs, S. Manea, *Tendințe în acoperirea necesarului de energie*, St. cerc. energ. electr., **20**, *4*, 759—773, (1970).
7. K. Brendow, *Der Absatz von Kraftwerkskohle 1975 in Europa, der Ud. S.S.R. und den S.U.A.*, Glückauf, **106** *25*, 1208—1211 (1970).
8. W. Bellano, *Die Weltsituation für Kokskohle in den siebzigen Jahren*, Glückauf, **107**, *1*, 27—33 (1971).
9. * * * *Buletin de informare faptică. Industria energetică*, *2*, ICDT, (1972). 66—67
10. * * *, *Revue de la situation de l'énergie et des principaux métaux et minerais en France métropolitaine et dans les Territoires d'Outre Mer en 1970*. Annales des mines, 1971, aug. —sept, p. 3—66 și 79—83.
11. A. Frange, *Evolution des consommations normales d'énergie des grands groupes des consommateurs*, Revue française de l'énergie, **21**, *221*, 389—400 (1970).
12. * * * *Abstract of statistics*, Central Statistical Office, 1970, nr. 107, Londra, 1970.
13. K. I. Matsui, *Entwicklung und Projection des Energie verbrauches in Japan bis zum Jahre 1985*, Glückauf 106, nr. 11, 28 mai 1970, pag. 564—568.

14. B. Aber, L. Hansson și alții, *Energy Balance Sheets for Sweden. Compilation and Forecasting Methods*, Conferința Mondială a Energiei Moscova 1968, rap. B. 141.
15. St. Kovacs, *Contribuții la studierea modificărilor de structură ale bilanțului energetic general*, St. cerc. energ. electr., **17**, *1*, 13—26 (1967).
16. V. Caracudovici, *Asupra treptei finale a bilanțului energetic general*, Șt. cerc. energ. electr., **17**, *1*, 39—52 (1967).
17. * * * *Probleme de marketing în domeniul combustibililor*, Sinteză de date comentate. ICDT, 1971.
18. A. Kapystianski și alții, *Problems of the Polish Power Economy in the years 1962—1966 and Further Development Trends*, Conferința mondială a energiei Moscova, 1968, Rap. A_1 90.
19. J. Rabsztyn și K. Dziumkowski, *Etat actuel et perspectives du developpement de la production des combustibles solides en Pologne*, Revue française de l'énergie, nr. 219, 1970, pag. 296—304.
20. Kálmań Joó, *Wermeversorgung von Städten in Ungarischen Volksrepublik*, Energietechnik, **20**, *7*, 322—325 (1970).
21. W. Sieber, *Die prognostische Entwicklung der Weltenergiewistschaft bis zum Jahre 2000*, Energietechnik, **20**, *5*, 197—205 (1970).
22. * * * *Symposium sur le gaz naturel*, Petroleum Press Service, *2*, 63 (1971).
23. * * * *Buletin de informare faptică. Indicatori tehnic-economici pentru industria energetică*, ICDT, *1*, (1972).
24. * * * *Les perspectives du secteur de l'énergie au cours du VI^e plan*, Problémes économiques, Franța, *1226*, 11—13 (1971),
25. H. Steiner, *Grundlagen Möglichkeinten und Grenzen der Zukunftsforschung für die Wirtschaft*, O.Z.E., **24**, 11, 473—482 (1971).
26. K. Ebert, *Die zukünftige Rolle der Kahle in der nationalen und internationolen Wirtschaft*, Glückauf 106, 1970, nr. 7 pag. 337—345
27. * * * *Note documentaire*, Petroleum Press Service, *11*, 427 (1971).
28. M. Babo și alții, *Les ressources énergétiques Espagnoles face à l'évalution de la structure de la consommation. Conferința mondială a energiei*, Moscova, 1968, Rap. A 247.
29. A. F. Medeiros, *Bilan énergetique du Portugal continental*, Conferința mondială a energiei, Moscova, 1968, rap. A 263.
30. F. Kerstan, *Die Stellung der Energiewirtschaft im VI französichen Plan*, Glückauf, 108, 1972, nr. 7, pag. 262—264.
31. * * * *Schon bald höhere Energieimporte der S.U.A.*, Glückauf, 108, 1972, nr. 12 pag. 483—484.
32. * * * *L'énergie de la CEE dans vingt ans*, Petroleum Press Service, 7, 252—254 (1970).
33. A. de Smaele, *Perspectives énergetiques*, Energie Belgia, nr. 195, trim. 2, 1971, pag. 44—46.
34. V. Borenic, *Dezvoltarea consumului mondial de energie*, Economia de energie, *1*, 6—10 (1970).
35. United Nations, *World Energy Supplies*, Statistical Papers, Series J, nr. 3, 15, New York.
36. United Nations, *Statistical Yearbook*, 1960—1971, New-York.

ÎMBUNĂTĂŢIREA ARZĂTOARELOR CU PULVERIZARE PRIN AER DE JOASĂ PRESIUNE

V. V. GHIA şi E. D. CRISTEA

662.61

Pe baza unor dezvoltări teoretice şi a rezultatelor experimentărilor efectuate se deduc condiţiile de optimizare a arzătoarelor cu pulverizare prin aer de joasă presiune. De asemenea se stabilesc dependenţa coeficienţilor aerodinamici ai arzătoarelor de criteriul Re şi influenţa frontului de flacără asupra acestora.

1. GENERALITĂŢI

În numeroase cazuri, la cuptoare industriale, la uscătoare sau alte instalaţii, apare favorabilă utilizarea arzătoarelor de combustibil lichid, la care pulverizarea se face cu aer de joasă presiune, iar combustibilul este debitat prin cădere liberă [1].

Comparativ cu alte tipuri de arzătoare, acestea prezintă unele avantaje, dintre care menţionăm principalele:

— costul energiei folosite la pulverizare este mai scăzut faţă de pulverizarea cu agenţi auxiliari, cum ar fi aerul comprimat sau aburul;

— eliminarea folosirii instalaţiei de pompare la presiune ridicată a combustibilului, necesare în cazul pulverizării prin injecţie mecanică sub presiune, precum şi a surselor de abur şi aer comprimat;

— funcţionarea sigură, evitînd înfundarea diuzei la debite relativ mici la folosirea combustibililor lichizi de calitate inferioară, ceea ce nu este posibil la arzătoarele cu pulverizare prin injecţie mecanică sub presiune;

— debitarea prin arzător a întregii cantităţi sau aproape a întregii cantităţi de aer necesare arderii, care duce la intensificarea amestecului dintre aer şi combustibil, creîndu-se condiţii mai favorabile pentru arderea completă a combustibilului la un exces de aer mic şi cu flacără relativ scurtă;

— forma constructivă relativ uşor de executat, care permite obţinerea unei fineţi de pulverizare superioare faţă de arzătoarele cu pulverizare prin injecţie mecanică sub presiune.

St. cerc. energ. electr., tom. 24 nr. 1, p. 21—33, 1974

Dintre dezavantajele acestor arzătoare menționăm :

— micșorarea domeniului de reglaj datorită înrăutățirii sensibile a fineții de pulverizare odată cu scăderea sarcinii ;

— limitarea temperaturii de preîncălzire a aerului de ardere la circa 250°C, datorită apariției pericolului de cocsificare a combustibilului ;

— limitarea domeniului de aplicare, determinată de faptul că aerul de pulverizare este debitat de ventilatoare centrifuge, funcționînd la presiuni relativ ridicate.

Pentru stabilirea condițiilor de optimizare a funcționării acestui tip de arzătoare, se prezintă cercetările efectuate în scopul clarificării aspectelor esențiale, legate de interdependența dintre principalele caracteristici aerodinamice ale arzătorului și arderea, respectiv pulverizarea combustibilului. În final, se dau cîteva caracteristici principale, obținute la încercările pe stand a unor arzătoare realizate, avînd la bază concluziile cercetărilor efectuate.

2. BAZELE TEORETICE

Pentru vaporizarea rapidă a combustibilului lichid în vederea arderii complete și rapide, se impune mai întîi ca acesta să fie fin pulverizat. Deși mecanismul pulverizării a constituit obiectul a numeroase cercetări, totuși mai există destule aspecte neclarificate. De aceea nu s-a putut elabora o teorie generală pe baza căreia să se stabilească suficient de precis formule de calcul a finețiii de pulverizare pentru diferite sisteme de pulverizare a combustibilului. În consecință, numai datele experimentale pot da formule de calcul precise pentru fiecare sistem de pulverizare. În cazul unui anumit tip de pulverizator, cu aer de joasă presiune neturbionat, pentru determinarea diametrului mediu Sauter, exprimat în microni, se recomandă formula [2]

$$d_{ms} = \frac{2840}{W_r} + 446\,\eta^{0,45}\left(\frac{B}{D_a}\right)^{1,5}, \qquad (1)$$

unde

W_r este viteza medie relativă dintre aerul de pulverizare și combustibil $\left(\frac{m}{s}\right)$,

η — viscozitatea dinamică a combustibilului (poise),

B — debitul de combustibil al pulverizatorului (kg/s),

D_a — debitul de aer pentru pulverizare (kg/s).

Formula (1) este valabilă pentru $\eta = 0{,}01-0{,}3$ poise, tensiunea superficială $\sigma = 21$ dyne/cm și densitatea $\rho = 0{,}89\,\frac{g}{cm^3}$:

Admiţînd că ne referim la pulverizatorul unui arzător de construcţie simplă, cum este, de exemplu, arzătorul de tip Rokvell [1], care funcţionează cu un combustibil lichid, avînd $\eta = 0{,}18$ poise ($\nu = 2{,}86$ °E), formula (1) se poate scrie sub forma

$$d_{ms} = \frac{2840\, S T_0}{B L_0 \alpha T} + 206 \left(\frac{1}{L_0 \alpha \rho_0} \right)^{1{,}5}, \qquad (2)$$

deoarece $D_a = B L_0 \alpha \rho_0$ şi $W_r \cong \dfrac{B L_0 \alpha T}{S T_0}$,

unde:

L_0 este cantitatea teoretică de aer pentru ardere $\left[\dfrac{m_N^3}{kg} \right]$,

ρ_0 — densitatea aerului raportată la condiţii normale $\left[\dfrac{kg}{m_N^3} \right]$,

S — secţiunea de scurgere a aerului, care determină valoarea medie a vitezei W_r în zona orificiului pulverizatorului (m^2),

T — temperatura absolută a aerului de pulverizare (°K),

T_0 — 273 °K,

α — coeficientul excesului de aer pentru ardere.

Cea mai mare pondere asupra valorii diametrului mediu d_{ms} o are primul termen din formula [2].

Creşterea viscozităţii cinematice pînă la $\nu = 4{,}5$ °E nu determină o influenţă importantă asupra diametrului d_{ms}, deşi îi măreşte valoarea.

Din formula (2) se mai pot trage concluziile că d_{ms} se micşorează, adică finеţea de pulverizare se îmbunătăţeşte, creîndu-se condiţii mai bune pentru arderea combustibilului, cu cît:

— se măreşte consumul de combustibil B şi coeficientul excesului de aer pentru ardere α;

— se micşorează secţiunea de scurgere S;

— creşte temperatura aerului.

Rezultă deci că odată cu scăderea sarcinii arzătorului se măreşte repede şi d_{ms}, încît la sarcină minimă se obţine o pulverizare grosieră.

Pentru ca pierderile prin gazele de ardere evacuate să fie mici şi temperatura în focar să fie ridicată, excesul de aer de ardere $\alpha - 1$ trebuie să aibă o valoare mică, deci nu este indicată îmbunătăţirea pulverizării prin creşterea coeficientului α.

Menţinerea diametrului d_{ms} în limite acceptabile prin scăderea secţiunii S, odată cu micşorarea debitului de combustibil B, este indicată în construcţia arzătoarelor, cu condiţia să nu conducă la o creştere exagerată a rezistenţelor aerodinamice. Procedeul cel mai indicat în acest sens ar fi micşorarea secţiunii de scurgere a aerului S simultan cu mărirea vitezei relative W_r, în zona în care se debitează combustibilul, prin turbionarea aerului.

Turbionarea se poate realiza prin intrarea tangenţială a aerului în carcasa arzătorului sau prin palete directoare. În acest mod se imprimă aerului o mişcare elicoidală, care determină creşterea vitezei sensibil peste valoarea medie în anumite zone ale secţiunii S.

Trebuie adăugat că prin apariţia componentei tangenţiale a vitezei aerului se nasc forţe tangenţiale de dezagregare a jetului de combustibil. De asemenea, prin faptul că picăturile de combustibil sînt antrenate în curentul de aer cu mişcare elicoidală, se îmbunătăţeşte amestecarea cu mediul oxidant, mărindu-se durata şi interacţiunea cu acesta.

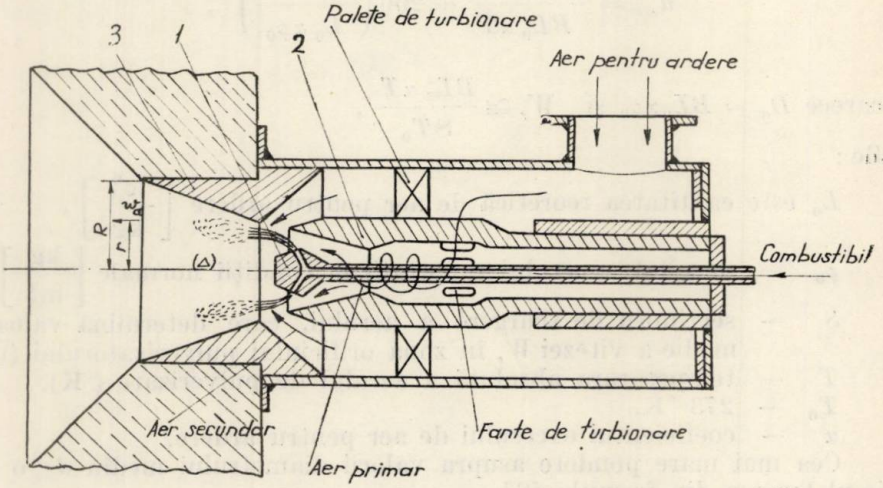


Fig. 1. — Prezentarea schematică a tipului de arzător experimentat.

În figura 1 se prezintă schematic tipul de arzătoare cercetate, care poate îndeplini condiţiile de optimizare preconizate. Combustibilul este refulat prin mai multe orificii, dispuse periferic la extremitatea pulverizatorului (*1*). Acesta se poate deplasa axial, independent, sau solidarizat cu piesa (*2*). Deplasarea piesei (*2*) către gura arzătorului (*3*) micşorează raportul dintre debitele de aer secundar şi primar.

Aspectul cîmpului de viteze al aerului realizat de arzător, care determină condiţiile de amestecare şi de pulverizare ale combustibilului, este în funcţie de valoarea invariantului Ω. Pentru secţiunea $a\,a'$, acesta are expresia

$$\Omega = \frac{M_0}{I_0 R_c} = \frac{\int_0^R \rho W_a W_t r^2 \, dr}{R_c \int_0^R (p + \rho W_a^2) r \, dr}, \tag{3}$$

în care

W_a şi W_t reprezintă — vitezele axială şi tangenţială ale aerului la distanţa r de axa (Δ),

ρ — densitatea aerului,

p — presiunea statică la distanţa r, unde se măsoară vitezele W_a şi W_t,

R_c — raza caracteristică a secţiunii $a\,a'$ [3], [4], [5].

Experimentările au arătat că prin refularea combustibilului într-o zonă cu viteze mai mari decît valorile medii se realizează o bună pulverizare și, crescînd invariantul Ω,

— se îmbunătățesc condițiile de ardere, scurtîndu-se lungimea flăcării;

— se mărește rezistența aerodinamică Δp_a a arzătorului.

După cum rezultă din figura 1, pentru ca la debite de combustibil mici viteza relativă W_r să nu se micșoreze față de regimul nominal, trebuie ca piesa (*2*) să se apropie de piesa (*3*), iar piesa (*1*) să se apropie de piesa (*2*). În practică este indicat să se fixeze piesa (*1*) în raport cu piesa (*2*) corespunzător funcționării optime la debitul minim de combustibil, astfel că odată cu micșorarea sarcinii arzătorului să se deplaseze înainte ansamblul format din piesele (*1*) și (*2*) solidarizate.

Prin această manevră se poate mări rezistența aerodinamică Δp_a, adică se obține un efect care, atunci cînd arzătorul este alimentat separat de un ventilator, poate fi folosit la un reglaj economic cu sarcina. Într-adevăr, prin creșterea rezistenței Δp_a, debitul ventilatorului scade, astfel că apare posibilitatea micșorării debitului de aer fără disiparea energiei, prin utilizarea unei clapete de strangulare.

Situația optimă s-ar obține atunci cînd scăderea debitului de aer pentru a se realiza arderea economică ar fi numai consecința creșterii rezistenței aerodinamice obținute prin deplasarea piesei (*2*), și aceasta s-ar sincroniza cu micșorarea corespunzătoare a debitului de combustibil.

Dacă valorile admisibile ale coeficientului de exces de aer sînt α_{nom} și α_{min} pentru debitele de combustibil nominal B_{nom} și minim B_{min}, la aceste regimuri de funcționare ventilatorul va trebui să livreze debitele de aer:

$$D_{nom} = B_{nom}\,\alpha_{nom}\,L_0, \tag{4}$$

$$D_{min} = B_{min}\,\alpha_{min}\,L_0, \tag{5}$$

unde, în general, $\alpha_{nom} < \alpha_{min}$.

Pentru debite $B_1, B_2, \ldots, B_i$, cuprinse între B_{nom} și B_{min}, se poate scrie similar

$$\left.\begin{aligned} D_1 &= B_1\,\alpha_1\,L_0,\\ D_2 &= B_2\,\alpha_2\,L_0,\\ D_i &= B_i\,\alpha_i\,L_0,\\ &\ldots\ldots\ldots \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

unde coeficienții $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_i$ trebuie să aibă valori cuprinse între α_{nom} și α_{min}.

Din figura 2 rezultă grafic punctele de funcţionare a, b, c, d, e prin intersecţia curbelor (Γ_n), (Γ_1), (Γ_2), ..., (Γ_{min}) cu (C), curba caracteristică a ventilatorului.

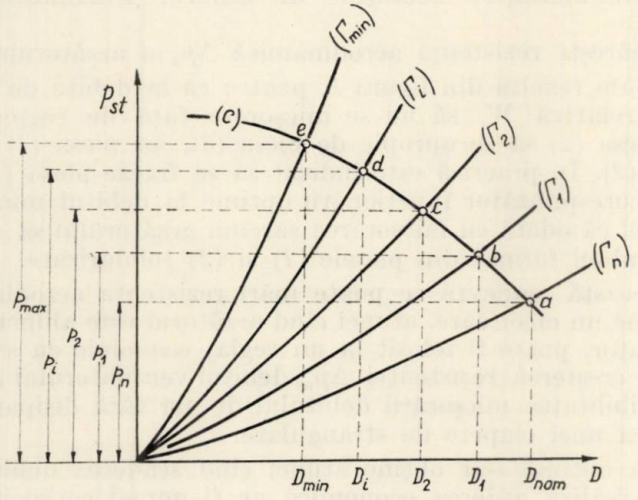


Fig. 2. — Punctele de funcţionare a, b, c, ... pentru reglajul economic al sarcinii arzătorului.

Întrucît în presiunile statice date de ventilator $p_n, p_1, p_2, \ldots, p_{max}$ se includ şi pierderile de presiune în reţeaua de la ventilator la arzător, la alegerea ventilatorului trebuie să se ţină seama şi de acestea.

3. REZULTATE EXPERIMENTALE

În figura 3 se poate examina cîmpul vitezelor axiale W_a realizat de un arzător de tipul celui prezentat în figura 1, avînd $B_{nom} = 40$ kg/h, pentru varianta cînd piesa (*2*)atinge piesa (*3*), adică atunci cînd lipseşte aerul secundar (varianta A_{min}).

Această variantă este favorabil a se folosi la pornirea arzătorului, care se face la debit scăzut de combustibil. În cazul acestui regim de funcţionare, tot aerul pentru ardere care intră prin fantele de turbionare ale piesei (*2*) este folosit eficient la pulverizare.

Din alura curbelor de viteze axiale W_a, care lîngă gura arzătorului prezintă valorile maxime la $r/d \cong 0{,}42$, rezultă că refularea combustibilului trebuie să aibă loc la o presiune suficient de ridicată, pentru a fi debitat în zona periferică a interiorului pieselor (*2*) şi (*3*). Debitarea combustibilului printr-un orificiu pulverizator prevăzut cu o diuză cu orificiu central în pulverizator ar fi dezavantajoasă, deoarece viteza relativă dintre combustibil şi aer ar fi mică.

Pe o secţiune circulară cu raza de circa 0,31 R, vitezele W_a avînd sensul de deplasare invers faţă de sensul scurgerii aerului din arzător, se aspiră gaze de ardere fierbinţi din ambrazură, ceea ce activează

vaporizarea și aprinderea combustibilului și menține o flacără stabilă.

Pe măsură ce ne depărtăm de gura arzătorului, zona centrală, în care se aspiră gaze de ardere fierbinți recirculîndu-se, se micșorează pînă la o anumită distanță x, de la care acest efect se anulează.

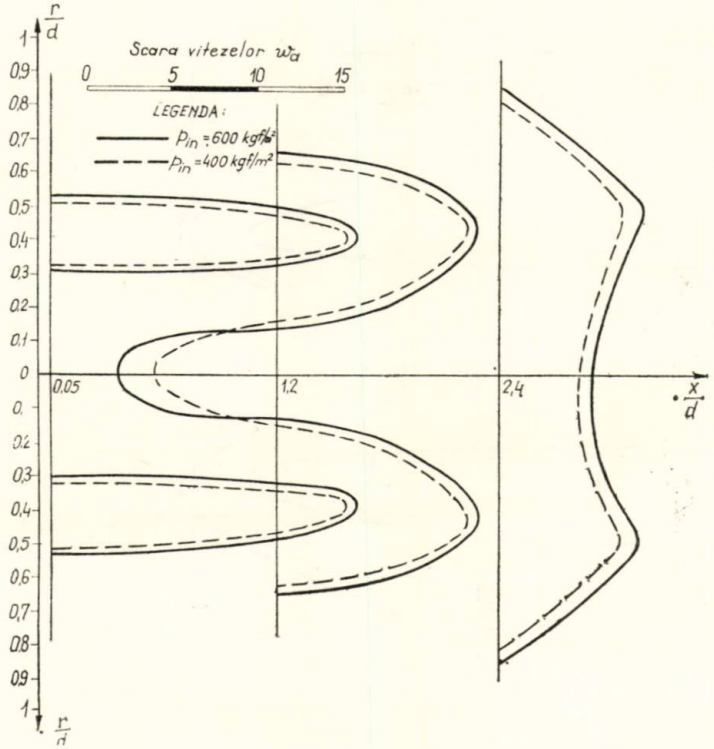


Fig. 3. — Cîmpul vitezelor axiale ale aerului pentru varianta A_{min}.

Pentru $x/d = 0{,}05$, vitezele maxime axiale pozitive, adică sensul scurgerii, au valorile de circa $W_a = 18$ m/s. În secțiunea minimă a gurii arzătorului, valorile maxime ale vitezei axiale pozitive sînt mai mari de circa 3 ori ca W_a, ceea ce permite obținerea unei bune finețe de pulverizare.

Remarcăm faptul că și pentru $x/d = 1{,}2$ valoarea maximă a vitezei axiale negative $W_a = 9{,}2$ m/s este apropiată de valoarea maximă pozitivă a vitezei W_a, ceea ce indică o puternică turbionare a aerului, care scade însă rapid prin creșterea distanței x. Astfel, pentru $x/d = 2{,}4$ se obține o importantă aplatisare a cîmpului de viteze axiale, care, devenind pozitive, se micșorează în axa de simetrie longitudinală a piesei (*3*).

După cum rezultă din figura 3, curbele de variație a vitezelor axiale indică viteze W_a cu atît mai mari, cu cît rezistența aerodinamică a arzătorului este mai ridicată, adică cu cît crește debitul de aer ce trece prin el.

În figura 4 se dă cîmpul vitezelor axiale W_a realizat de același arzător, cînd distanța dintre capătul (*2*) și secțiunea minimă de trecere a piesei (*3*) este de 12 mm (varianta A_{nom}). Pentru această variantă, corespunzătoare regimului nominal de funcționare, debitul de aer care

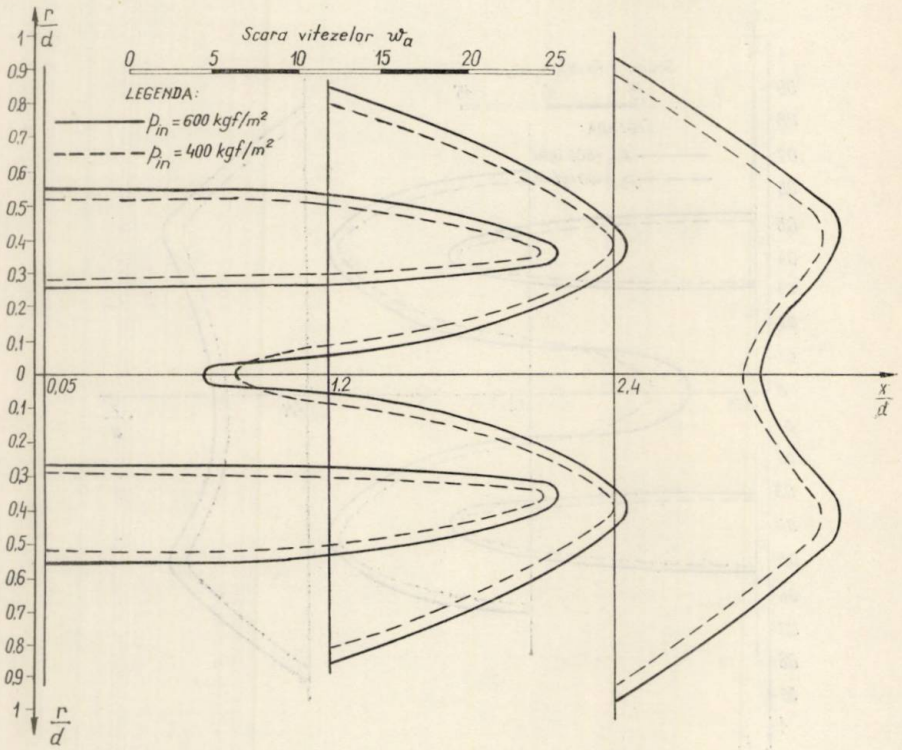


Fig. 4. — Cîmpul vitezelor axiale ale aerului pentru varianta A_{nom}.

trece prin arzător crește mult datorită debitării și prin circuitul secundar, realizîndu-se astfel pulverizarea combustibilului în două trepte.

Aerul secundar este turbionat prin palete directoare înclinate sub un unghi de 45°, care imprimă aerului același gen de rotație ca și al aerului primar. Astfel, prima treaptă de pulverizare se obține datorită aerului primar, iar cea de-a doua treaptă se realizează prin creșterea vitezei W_r, datorită apariției aerului secundar.

Similar cu figura 3, curbele de variație a vitezelor W_a indică valori cu atît mai mari, cu cît rezistența aerodinamică a arzătorului este mai ridicată ca urmare a creșterii debitului de aer insuflat. Pentru $x/d = 0{,}05$ vitezele maxime axiale pozitive au valorile de circa $W_a = 30$ m/s, fiind situate la $r/d \simeq 0{,}4$, iar secțiunea circulară în care vitezele axiale sînt negative are raza de circa 0,27 R. Pentru $x/d = 1{,}2$ valoarea maximă a vitezei axiale negative, $W_a = 7$ m/s, este mult mai mică ca valoarea maximă a vitezelor axiale pozitive, $W_a = 17{,}4$ m/s.

Comparativ cu varianta A_{min} din figura 3, se poate aprecia că în varianta A_{nom} :

— recirculaţia gazelor de ardere descreşte în intensitate, datorită micşorării zonei de viteze axiale negative;

— creşte atît zona de viteze axiale pozitive, cît şi valoarea absolută maximă a acestora, ceea ce contribuie la îmbunătăţirea pulverizării;

— debitarea combustibilului trebuie să se facă periferic prin mai multe orificii, în zona de viteze W_a cît mai mari, realizîndu-se astfel o distribuţie uniformă, avîndu-se în vedere evitarea înfundării diuzei în cursul exploatării.

În a doua etapă a experimentărilor, efectuate cu şi fără flacără, s-au determinat coeficienţii aerodinamici ζ_{in} şi ζ_p ai arzătorului :

$$\zeta_{in} = \frac{2[p_{in} + 0{,}5\rho_a (W_{in}^2 - W_{ma}^2)]}{\rho_a W_{in}^2}, \tag{7}$$

iar

$$\zeta_p = \frac{2[p_{in} + 0{,}5\rho_a (W_{in}^2 - W_{ma}^2)]}{\rho_a W_{mf}^2}. \tag{8}$$

Semnificaţia noilor notaţii ce intervin este următoarea :

ρ_a — densitatea aerului (kg/m³),

p_{in} — presiunea statică a aerului măsurată la intrarea în arzător (kgf/m²),

W_{in}, W_{ma} — vitezele medii ale aerului în secţiunile de intrare şi ieşire din arzător (m/s),

W_{mf} — viteza medie a aerului în fantele de turbionare tangenţiale practicate în piesa (2) din figura 1 (m/s).

În figura 5 se dau punctele experimentale ce precizează valorile ζ_{in} şi ζ_p, în funcţie de criteriul Reynolds, la funcţionarea arzătorului.

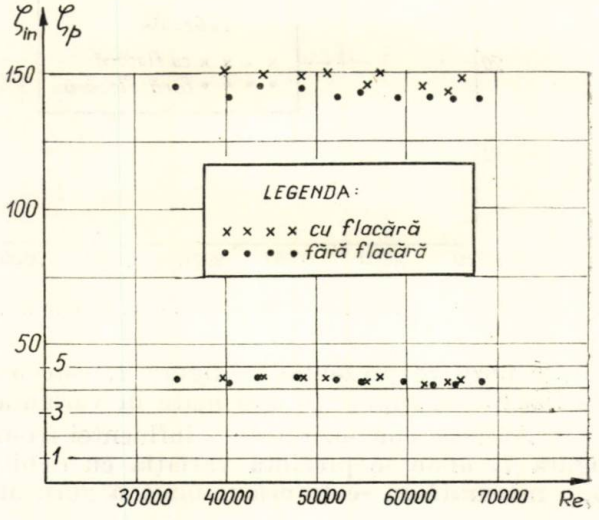


Fig. 5. — Valorile coeficienţilor ζ_{in} şi ζ_p în funcţie de Re pentru varianta A_{min}.

La experimentările cu flacără, arderea combustibilului lichid s-a efectuat cu un exces de aer de 5—15 % într-un focar cu pereți nerăciți.

Din rezultatele experimentale prezentate se poate admite cu o aproximație acceptabilă că $\zeta_{in} = 145$ și $\zeta_p = 4{,}15$.

Prezența flăcării mărește într-o măsură neglijabilă valorile mărimilor sus-menționate. De aici rezultă că este neînsemnată ponderea pe care o are pierderea de presiune ce apare datorită apariției frontului de flacără, astfel că numai experimentările la rece (fără flacără) sînt edificatoare asupra valorii rezistenței aerodinamice a arzătorului.

Astfel mărimea Δp_a se poate obține din relațiile

$$\Delta p_a = \zeta_{in}\, p'_d = \zeta_p\, p''_d, \tag{9}$$

unde

p'_d este presiunea dinamică a aerului la intrarea în arzător $\left(\frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}\right)$,

p''_d — presiunea dinamică a aerului în fantele de turbionare $\left(\frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}\right)$.

Din figura 6, în care se dau rezultatele experimentale ce precizează valorile lui ζ_{in} în funcție de criteriul Re pentru funcționarea în varianta A_{nom}, rezultă că se poate lua $\zeta_{in} = 32{,}5$. Deși se pot trage concluzii similare ca pentru varianta A_{min}, apare evidentă creșterea rezistenței aerodinamice a arzătorului datorită prezenței flăcării. Această situație este explicabilă dacă ținem seama de extinderea cîmpului de

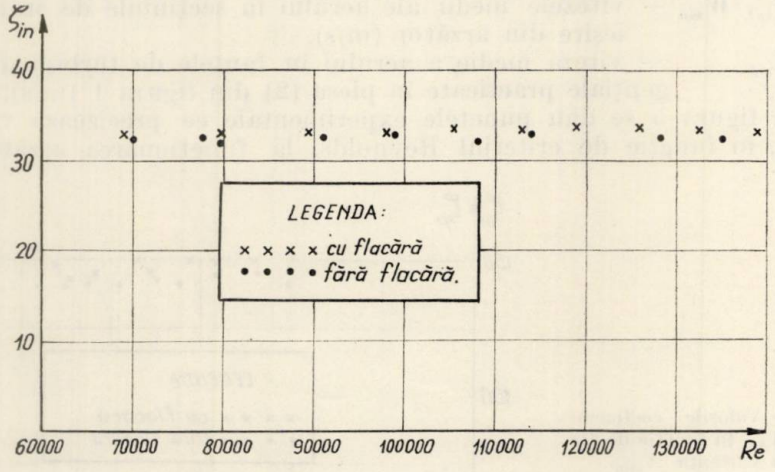


Fig. 6. — Valorile coeficienților ζ_{in} în funcție de Re pentru varianta A_{nom}.

viteze pozitive prezentat în figura 4, care asigură obținerea unui front de flacără cu suprafață mai mare în varianta A_{nom}.

Aceleași concluzii asupra influenței frontului de flacără rezultă din figura 7, unde se prezintă variația cu debitul de aer D_a a depresiunii p_{sm}, măsurată în secțiunea minimă a gurii arzătorului.

Experimentările pentru determinarea performanţelor de ardere au fost efectuate pe un focar cu pereţi neräciţi, care la funcţionarea de regim aveau temperaturi de 1 000—1 200°C. S-a ars combustibil uşor STAS 54—70, avînd următoarele caracteristici principale :

— putere calorifică inferioară 9 887 kcal/kg ;
— analiza elementară C = 87,16 % şi H = 12,14 % ;
— cocs 2,26 % ;
— conţinut de apă 0,37 % ;
— viscozitatea la 20 °C 2,85°E ;
— densitatea la 20°C 0,895.

S-au efectuat numeroase experimentări pentru stabilirea poziţiei optime a orificiilor pulverizatorului în raport cu piesa (*2*) şi cu poziţia acesteia faţă de piesa (*3*).

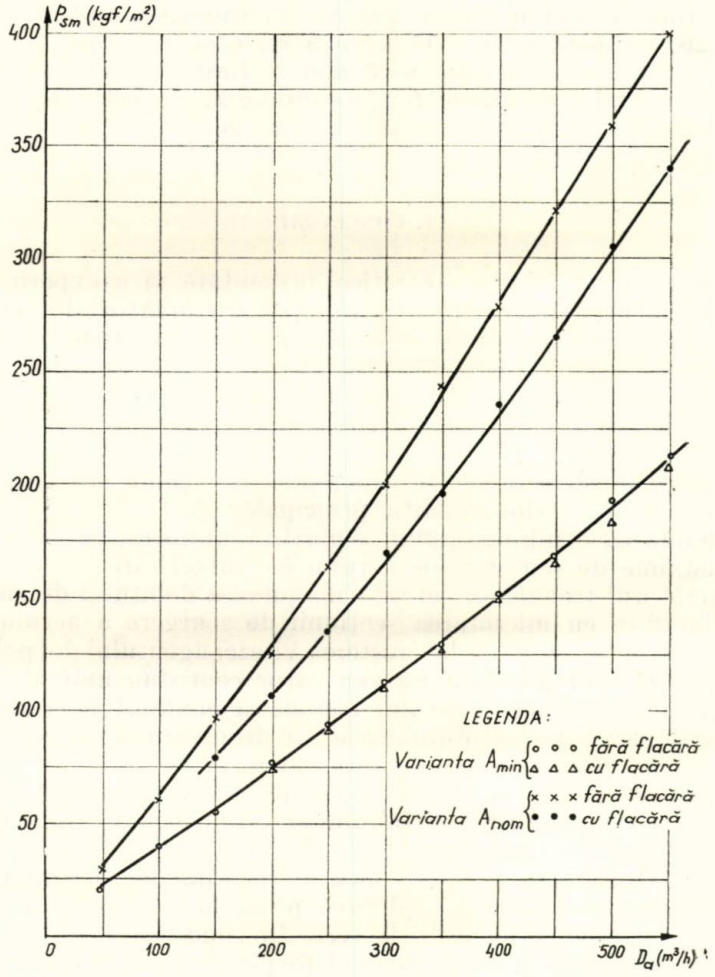


Fig. 7. — Influenţa variaţiei debitului D_a asupra depresiunii P_{sm}, în variantele A_{min} şi A_{nom}.

La experimentarea cu aer rece a arzătorului turbionar din figura 1 în varianta constructivă optimă A_{nom}, rezultă că:

— la debitul nominal de combustibil $B_{nom} = 40$ kg/h, arderea completă se obține la $\alpha = 1{,}04$, lungimea flăcării fiind $l = 1{,}5$ m, iar rezistența aerodinamică $\Delta p_a = 420$ kgf/m²;

— la debitul minim de combustibil $B_{min} = 13$ kg/h se obține $l = 0{,}6$ m pentru $\alpha = 1{,}30$, iar $\Delta p_a = 111$ kgf/m².

La funcționarea arzătorului în varianta A_{min} rezultă că ζ pentru B_{min}, coeficientul excesului de aer se micșorează la $\alpha = 1{,}20$, însă lungimea flăcării se mărește la $l = 1$ m, iar rezistența aerodinamică crește la $\Delta p_a = 460$ kgf/m².

Experimentările efectuate cu aer preîncălzit la circa 200—250°C au arătat o îmbunătățire a performanțelor de ardere în special la B_{min} și creșterea rezistenței aerodinamice Δp_a. Astfel, pentru $B_{min} = 13$ kgf/h la temperatura aerului de ardere $t_a = 253$°C, arderea completă s-a obținut la $\alpha = 1{,}20$, iar pentru $B = 15$ kg/h a rezultat $\alpha = 1{,}04$.

Din seria acestui arzător s-au mai realizat tipodimensiunile corespunzătoare debitelor nominale $B_{nom} = 100$ kg/h, respectiv $B_{nom} = 10$kg/h, care au performanțe similare arzătorului prezentat.

4. CONCLUZII

Pe baza dezvoltărilor teoretice prezentate și a experimentărilor, se poate deduce că îmbunătățirea funcționării arzătoarelor cu pulverizare prin aer de joasă presiune se realizează, în primul rînd, prin turbionarea aerului de pulverizare în două trepte, imprimîndu-i-se o mișcare de rotație de același sens. Astfel se deformează cîmpul de viteze al aerului, fiind avantajos ca viteza maximă să fie mult mai mare ca viteza medie de scurgere.

Realizarea soluției optime din punct de vedere energetic necesită îndeplinirea următoarelor condiții principale:

— debitarea combustibilului, repartizat uniform, în zona de viteze maxime de scurgere ale aerului de pulverizare;

— arzătorul trebuie să permită micșorarea debitului de combustibil simultan cu micșorarea secțiunii de scurgere a aerului în zona de pulverizare, care conduce la creșterea vitezei agentului de pulverizare;

— la arzătorul prevăzut cu ventilator centrifug individual, micșorarea secțiunii de scurgere a aerului trebuie să conducă la creșterea rezistenței aerodinamice a arzătorului, care are drept urmare micșorarea debitului de aer insuflat la valoarea necesară;

— orificiile pentru debitarea uniformă a combustibilului trebuie să aibă, în funcție de tipul combustibilului ars, dimensiunile minime, care să asigure cheltuieli de exploatare normale.

Întrucît rezistența aerodinamică a frontului de flacără este mică, reglajul arzătorului pentru îndeplinirea primelor trei condiții enumerate se poate face prin experimentări la rece. În condițiile menționate se pot admite valori independente de criteriul Re pentru coeficienții aerodinamici ζ_{ln} și ζ_p, ceea ce simplifică determinare a rezistenței Δp_a prin folosirea relației (9).

BIBLIOGRAFIE

1. A. I. Karabin, *Sjiganie jidkogo topliva v promîșlennîh ustanovkah*, Moskva, Metallurghizdat, 1965.
2. P. Eisenklam, *Atomisation of Liquid Fuel of Combustion*, Journal of the Institute of Fuel **XXXIV**, *243*, 130—142 (1961).
3. J. M., Beer, *On the Stability and Combustion Intensity of Pressure — Jet Oil Flames*, Combustion, **V**, 37, 3 (1965).
4. A. D. Robertson *Scaling and Modelling Criteria for Burner Design with Swirl Addition*. Journal of the Institute of Fuel, **XXXIX**, *307*, 335—342 (1966).
5. P.B. Ahmedov, *Integralnie i lokalnie harakteristiki zahrucennogo vozdușnogo potoka*, Gazovaia promișlennosti, *12*, 27—33 (1965).

CALCULUL PROCESELOR DE CURGERE A GAZELOR PRINTRE SEGMENȚII DE PISTON

ANCA RODICA BĂRĂNESCU, GH. ZĂTREANU

621.43.01.001.2

În lucrare se prezintă o metodă de calcul al proceselor de curgere a gazelor prin treptele de segmenți, bazată pe divizarea acestora în compartimente distincte din punct de vedere geometric și funcțional.

1. INTRODUCERE

Comportarea segmenților de compresiune reprezintă, după cum se știe, unul din factorii importanți ce influențează ținuta de serviciu a motorului cu ardere internă. Funcționarea și implicit performanțele motorului sînt afectate de o etanșare necorespunzătoare a cilindrului, consecințele acesteia din urmă fiind agravate cînd segmenții pulsează în canalele din piston. Drept urmare, un interes deosebit prezintă cercetarea proceselor de curgere a gazelor printre segmenți, a căror desfășurare este strîns legată de îndeplinirea funcției de etanșare de către segmenți.

Într-o lucrare anterioară [3] se arată că tratarea analitică a curgerii gazelor printre segmenți poate conduce la rezultate de precizie satisfăcătoare numai dacă se consideră treptele de segmenți * divizate în compartimente; cu ajutorul unei numerotări potrivite a segmenților și treptelor, se precizează o treaptă oarecare k**, avînd compartimentele prezentate în figura 1***. Această compartimentare permite sesizarea influențelor diferite exercitate de particularitățile fiecărui compartiment asupra proceselor din trepte. Astfel, se poate ține seama de faptul că gazele schimbă căldură cu cilindrul, pistonul și segmentul $(k+1)$ la trecerea prin compartimentele k_2 și k_4, pe cînd trecerile gazelor prin compartimentele k_1 și k_3 sînt

* Prin „treaptă de segment" se înțelege spațiul ocupat de gaze între două canale port-segment consecutive, delimitat de flancurile inferioare respective.

** Pentru un set de m segmenți de compresiune, numerotați consecutiv dinspre chiulasă spre carter, există $(m+1)$ trepte: treapta 0 situată deasupra flancului inferior al primului canal și treptele $1 \ldots m$ desemnate prin numerele segmenților de deasupra fiecăreia; treapta k se află deci sub canalul segmentului k și conține jocurile axial și radial al segmentului $(k+1)$.

*** Figura 1 corespunde împrejurării în care segmentul $(k+1)$ pulsează. Dacă acest segment staționează pe flancul inferior sau pe flancul superior, dispare compartimentul k_4 respectiv compartimentul k_2.

însoțite de transfer de căldură cu cilindrul și pistonul, respectiv cu pistonul și segmentul $(k + 1)$. De asemenea, considerarea compartimentelor face posibilă sesizarea implicațiilor asupra stării gazelor ale variațiilor de volum datorate pulsării segmenților : cînd pulsează segmentul $(k + 1)$ variază volumele compartimentelor k_2 și k_4.

Compartimentarea vine în sprijinul obiectivelor urmărite prin calculul funcțional al segmenților. De exemplu, ea înlesnește stabilirea valorii jocului axial al fiecărui segment, a cărei determinare este îngreuiată de unele cerințe contradictorii. La nivelul treptei k aceste cerințe sînt : a) jocul axial al segmentului $(k + 1)$ trebuie să fie suficient de mare pentru a reduce laminarea gazelor la trecerea din compartimentul k_1 în compartimentul k_3, căci astfel crește forța care menține segmentul $(k+1)$ pe flancul inferior ; b) același joc trebuie să fie cît mai mic pentru a micșora durata mișcării pulsatorii a segmentului $(k+1)$, în care se produc scăpări importante de gaze, precum și pentru a limita viteza cu care segmentul $(k + 1)$ vine în contact cu flancurile canalului.

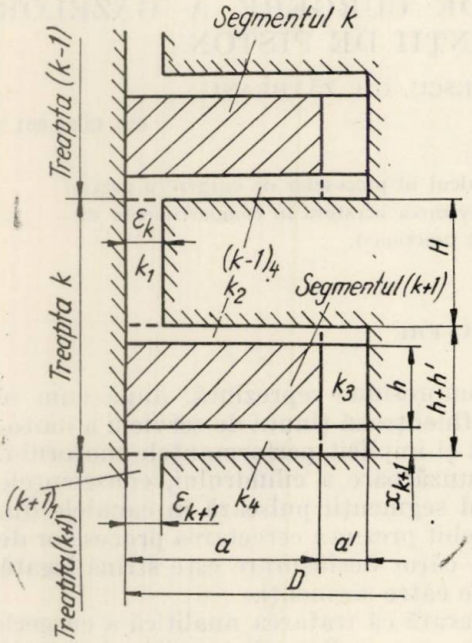


Fig. 1. Împărțirea treptei k în compartimente.

În lucrarea de față se elaborează o metodă de calcul a proceselor de curgere a gazelor prin treptele de segmenți, bazată pe modelul prezentat, cu referire la cazurile distincte de curgere precizate în [3]. Calculul utilizează ecuațiile bilanțurilor energetic și masic considerate pentru fiecare compartiment în parte.

Se adoptă următoarele notații :

A — secțiunea de curgere, m² ;
a — grosimea radială a segmentului, m ;
a' — jocul radial al segmentului, m ;
D — diametrul cilindrului, m ;
E — energie, J ;
g — accelerația gravității, m/s ;
H — distanța dintre două canale port segment consecutive, m ;
h — înălțimea segmentului, m ;
h' — jocul axial al segmentului, m ;
i — entalpia specifică a gazelor, J/kg ;
j — accelerație, m/s² ;

M — cantitatea de gaze, kg;
n — turația motorului, rot/min;
p — presiunea gazelor, N/m²;
$\bar{p}$ — presiunea elastică a segmentului, N/m²;
Q — cantitatea de căldură, J;
R — constanta gazelor, J/kg.°K;
S — suprafața de schimb de căldură, m²;
s — lungimea rostului segmentului, m;
T — temperatură, °K;
t — timp, h;
U — energia internă a gazelor, J;
V — volum, m³;
v — volumul specific al gazelor, m³/kg;
w — viteză, m/s;
x — deplasarea axială a segmentului în canal, m;
α — coeficient de convecție, J/m².h. grd;
δ — grosimea peretelui cilindrului, m;
ε — jocul radial al pistonului în cilindru, m;
λ — coeficient de conducție, J/m.h. grd;
θ — unghiul de rotație al arborelui cotit, grade;
ρ — densitatea gazelor, kg/m³;
η — factor de frecare, N. s/m².

O mărime oarecare din cele de mai sus este referită la compartimentul $k_j (j = 1 \ldots 4)$ prin afectarea simbolului acelei mărimi cu indicele k_j. Cînd simbolul unei mărimi are doi indici, constituiți din simbolurile a două compartimente separate printr-o virgulă, mărimea respectivă se referă la curgere între aceste compartimente, în sensul dat de succesiunea celor doi indici. Se mai folosesc indicii: c — referitor la cilindru; f — la fluidul de răcire; p — la piston; s — la segment.

2. STABILIREA ECUAȚIILOR DE BILANȚ PENTRU COMPARTIMENTELE TREPTEI k

2.1. SITUAȚIA ÎN CARE SEGMENȚII k ȘI $(k+1)$ PULSEAZĂ

Pentru un compartiment k_j, ecuația bilanțului energetic arată că variația energiei interne a gazului din acel compartiment se datorește schimbului de căldură între gaz și mediul înconjurător, lucrului mecanic prestat de gaz ca rezultat al variației volumului compartimentului * și aportului de energie corespunzător curgerii între compartimentul consi-

* Pentru $j = 2$ și $j = 4$.

derat și toate compartimentele cu care el comunică ; pentru un timp infinit mic, această ecuație are forma

$$\mathrm{d}U_{k_j} = -\mathrm{d}Q_{k_j} - p_{k_j} \cdot \mathrm{d}V_{k_j} + \mathrm{d}E_{k_j}.$$

Ultimul termen din membrul drept al ecuației (1) se exprimă prin suma entalpiilor gazelor care curg între compartimentul k_j și compartimentele legate cu el. Suma este condiționată de relațiile între presiunile din aceste compartimente și p_{k_j}, conform cazului de curgere realizat. În situația analizată există 48 cazuri distincte de curgere, prezentate în tabela 1 din lucrarea [3].

Pentru exemplificare, se consideră compartimentul k_1, care comunică cu compartimentele $(k-1)_4$ și k_2 (fig. 1) ; suma are deci doi termeni. Se presupune că se realizează cazul 1 de curgere ce este caracterizat, din punctul de vedere al compartimentului k_1, prin relațiile $p_{(k-1)_4} > p_{k_1}$ și $p_{k_1} > p_{k_2}$. În acest caz dE_{k_j} din (1) devine

$$\mathrm{d}E_{k_1} = \mathrm{d}E_{(k-1)_4, k_1} - \mathrm{d}E_{k_1, k_2},$$

unde

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{d}E_{(k-1)_4, k_1} &= i_{(k-1)_4} \cdot \mathrm{d}M_{(k-1)_4, k_1}; \\ \mathrm{d}E_{k_1, k_2} &= i_{k_1} \cdot \mathrm{d}M_{k_1, k_2}. \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

Bilanțul masic exprimă variația cantității de gaz $\mathrm{d}M_{k_j}$ din compartimentul k_j, în funcție de cantitățile ce intră în compartiment și de cele care ies din el. Rămînînd în cadrul exemplului precedent, ecuația bilanțului masic este

$$\mathrm{d}M_{k_1} = \mathrm{d}M_{(k-1)_4, k_1} - \mathrm{d}M_{k_1, k_2}. \tag{3}$$

Conform tabelei 1 din [3], unele relații între presiunile din compartimente se aplică mai multor cazuri de curgere. Pentru un anumit compartiment, ecuația bilanțului energetic pe de o parte, respectiv ecuația bilanțului masic pe de altă parte, nu este deci distinctă în toate cazurile. În consecință, este convenabil ca ecuațiile amintite să fie prezentate pe baza grupării celor 48 de cazuri în funcție de această particularitate ; operația este înlesnită de următorul fapt, ce reiese din formulele (1)...(3) : toate cazurile unei grupe, căreia i se aplică o ecuație unică a bilanțului energetic, pentru un anumit compartiment, nu se deosebesc nici din punctul de vedere al ecuației bilanțului masic referit la același compartiment.

În tabela 1 ecuațiile sînt organizate potrivit celor arătate, pentru compartimentul k_1. Pentru celelalte compartimente ale treptei k se prezintă în tabelele 2...4 numai ecuațiile bilanțului energetic ; însumînd algebric cantitățile de gaze conținute în termenii ce reprezintă entalpiile gazelor în fiecare din aceste ecuații, se obțin bilanțurile masice corespunzătoare.

Ținînd seamă de această regulă, vor fi prezentate în continuare, pentru alte situații, doar bilanțurile energetice.

Pentru aplicarea formulelor din tabelele 1...4 trebuie explicitați termenii respectivi.

Tabela 1

Bilanțul energetic și bilanțul masic pentru compartimentul k_1, cînd segmenții k și $(k+1)$ pulsează

Ecuațiile	Cazurile în care se aplică*
$dU_{k_1} = -dQ_{k_1} + i_{(k-1)_4} \cdot dM_{(k-1)_4, k_1} - i_{k_1} \cdot dM_{k_1, k}$	1...12
$dM_{k_1} = dM_{(k-1)_4\, k_1}\, dM_{k_1,\, k_2}$	$[1_{(k+1)_i} \ldots 6_{(k+1)_i}]$
$dU_{k_1} = -dQ_{k_1} + i_{(k-1)_4} \cdot dM_{(k-1)_4,\, k_1} + i_{k_2} \cdot dM_{k_2, k_i}$	13...24
$dM_{k_1} = dM_{(k-1)_4,\, k_1} + dM_{k_2,\, k_1}$	$[7_{(k+1)_i} \ldots 12_{(k+1)_i}]$
$dU_{k_1} = -dQ_{k_1} - i_{k_1} \cdot dM_{k_1,\, (k-1)_4} - i_{k_1} \cdot dM_{k_1,\, k_2}$	25...36
$dM_{k_1} = -dM_{k_1,\, (k-1)_4} - dM_{k_1,\, k_2}$	$[13_{(k+1)_i} \ldots 18_{(k+1)_i}]$
$dU_{k_1} = -dQ_{k_1} - i_{k_1} \cdot dM_{k_1,\, (k-1)_4} + i_{k_2} \cdot dM_{k_2, k_1}$	37...48
$dM_{k_1} = -dM_{k_1,(k-1)_4} + dM_{k_2, k_1}$	$[19_{(k+1)_i} \ldots 24_{(k+1)_i}]$

* Cazurile 1 ... 48 sînt definite în tabela 1 din lucrarea [3]. Cazurile ale căror numere sînt scrise între parantze drepte sînt definite în tabela 2 din aceeași lucrare.

a) Schimbul elementar de căldură se exprimă sub forma

$$dQ_{k_j} = \Sigma\, \alpha A (T_{k_j} - T)\, dt, \tag{4}$$

unde mărimile α, A și T se referă pe rînd la fiecare mediu ce schimbă căldură cu gazele din compartimentul k_j. Dacă se alege ca variabilă independentă unghiul θ, timpul elementar devine

$$dt = \frac{d\theta}{6 \cdot 3600\, n}. \tag{5}$$

Pentru detalierea formulei (4) se asimilează cilindrul cu un perete plan și se apelează la o relație experimentală de calcul al coeficientului de convecție gaz-cilindru, de pildă relația

$$\alpha_c = 0{,}021 \sqrt[3]{w_{m_p}} \cdot \sqrt{p_{k_j}\, T_{k_j}},$$

Tabela 2

Bilanțul energetic pentru compartimentul k_2, cînd segmenții k și $(k+1)$ pulsează

Ecuația	Cazurile în care se aplică *
$dU_{k_2} = -dQ_{k_2} - p_{k_2} dV_{k_2} + i_{k_1} \cdot dM_{k_1, k_2} - i_{k_2} \cdot dM_{k_2, k_3} - i_{k_2} \cdot dM_{k_2, k_4}$	1 ... 3,5 25 ... 27, 29
$dU_{k_2} = -dQ_{k_2} - p_{k_2} \cdot dV_{k_2} + i_{k_1} \cdot dM_{k_1, k_2} - i_{k_2} \cdot dM_{k_2, k_3} + i_{k_4} \cdot dM_{k_4, k_2}$	4,6 28, 30
$dU_{k_2} = -dQ_{k_2} - p_{k_2} dV_{k_2} + i_{k_1} \cdot dM_{k_1, k_2} + i_{k_3} \cdot dM_{k_3, k_2} - i_{k_2} \cdot dM_{k_2, k_4}$	7, 9, 31, 33
$dU_{k_2} = -dQ_{k_2} - p_{k_2} \cdot dV_{k_2} + i_{k_1} \cdot dM_{k_1, k_2} + i_{k_3} \cdot dM_{k_3, k_2} + i_{k_4} \cdot dM_{k_4, k_2}$	8, 10 ... 12, 32, 34 ... 36
$dU_{k_2} = -dQ_{k_2} - p_{k_2} dV_{k_2} - i_{k_2} \cdot dM_{k_2, k_1} - i_{k_2} \cdot dM_{k_2, k_3} - i_{k_2} \cdot dM_{k_2, k_4}$	3 ... 15, 17, 37 ... 39, 41
$dU_{k_2} = -dQ_{k_2} - p_{k_2} \cdot dV_{k_2} - i_{k_2} \cdot dM_{k_2, k_1} - i_{k_2} \cdot dM_{k_2, k_3} + i_{k_4} \cdot dM_{k_4, k_2}$	16, 18, 40, 42
$dU_{k_2} = -dQ_{k_2} - p_{k_2} dV_{k_2} - i_{k_2} \cdot dM_{k_2, k_1} + i_{k_3} \cdot dM_{k_3, k_2} - i_{k_2} \cdot dM_{k_2, k_4}$	19, 21 43, 45
$dU_{k_2} = -dQ_{k_2} - p_{k_2} dV_{k_2} - i_{k_2} \cdot dM_{k_2, k_1} + i_{k_3} dM_{k_3, k_2} + i_{k_4} \cdot dM_{k_4, k_2}$	22, 22 ... 24, 44, 46 ... 48

* Cele 48 cazuri sînt definite în tabela 1 din [3]

Tabela 3

Bilanțul energetic pentru compartimentul k_3, cînd segmenții k și $(k+1)$ pulsează

Ecuația	Cazurile în care se aplică *
$dU_{k_3} = -dQ_{k_3} + i_{k_2} \cdot dM_{k_2, k_3} - i_{k_3} \cdot dM_{k_3, k_4}$	1. 2, 13, 14, 25, 26, 37, 38
$dU_{k_3} = -dQ_{k_3} + i_{k_2} \cdot dM_{k_2, k_3} + i_{k_4} \cdot dM_{k_4, k_3}$	3... 6, 15 ... 18 27...30, 39..42
$dU_{k_3} = -dQ_{k_3} - i_{k_3} \cdot dM_{k_3, k_2} - i_{k_3} \cdot dM_{k_3, k_4}$	7...10, 19...22, 31...34, 43...46
$dU_{k_3} = -dQ_{k_3} - i_{k_3} \cdot dM_{k_3, k_2} + i_{k_4} \cdot dM_{k_4, k_3}$	11, 12, 23, 24, 35, 36, 47, 48

* Cele 48 cazuri sînt definite în tabela 1 din [3]

Tabela 4

Bilanțul energetic pentru compartimentul k_4, cînd segmenții k și $(k+1)$ pulsează

Ecuația	Cazurile în care se aplică *
$dU_{k_4} = -dQ_{k_4} - p_{k_4} dV_{k_4} + i_{k_2} \cdot dM_{k_2,k_4} + i_{k_3} \cdot dM_{k_3,k_4} - dM_{k_4,(k+1)_1}$	1, 7, 13, 19 25, 31, 37, 43
$dU_{k_4} = -dQ_{k_4} - p_{k_4} dV_{k_4} + i_{k_2} \cdot dM_{k_2,k_4} + i_{k_3} \cdot dM_{k_3,k_4} + i_{(k+1)_1} \cdot dM_{(k+1),k_4}$	2, 9, 14, 21 26, 33, 38, 45
$dU_{k_4} = -dQ_{k_4} - p_{k_4} dV_{k_4} + i_{k_2} \cdot dM_{k_2,k_4} - i_{k_4} \cdot dM_{k_4,k_3} - i_{k_4} \cdot dM_{k_4,(k+1)_1}$	3, 15 27, 39
$dU_{k_4} = -dQ_{k_4} - p_{k_4} dV_{k_4} + i_{k_2} \cdot dM_{k_2,k_4} - i_{k_4} \cdot dM_{k_4,k_3} + i_{(k+1)} \cdot dM_{(k+1)_1,k_4}$	5, 17, 29, 41
$dU_{k_4} = -dQ_{k_4} - p_{k_4} dV_{k_4} - i_{k_4} \cdot dM_{k_4 k_2} + i_{k_3} \cdot dM_{k_3 k_4} - i_{k_4} \cdot dM_{k_4,(k+1)_1}$	8, 20 32, 44
$dU_{k_4} = -dQ_{k_4} - p_{k_4} dV_{k_4} - i_{k_4} \cdot dM_{k_4,k_3} + i_{k_1} \cdot dM_{k_3,k_4} + i_{(k+1)_1} \cdot dM_{(k+1)_1,k_4}$	10, 22, 34, 46
$dU_{k_4} = -dQ_{k_4} - p_{k_4} dV_{k_4} - i_{k_4} \cdot dM_{k_4,k_2} - i_{k_4} \cdot dM_{k_4,k_3} - i_{k_4} \cdot dM_{k_4,(k+1)_1}$	4, 11, 16, 23, 28, 35, 40, 47
$dU_{k_4} = -dQ_{k_4} - p_{k_4} dV_{k_4} - i_{k_4} \cdot dM_{k_4,k_2} + i_{k_4} \cdot dM_{k_4 k_3} + i_{(k+1)_1} \cdot dM_{(k+1)_1,k_4}$	6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48

* Cele 48 cazuri definite în tabela 1 sin [3]

în care w_{m_p} este viteza medie a pistonului; ținînd seamă și de (5), rezultă

$$dQ_{k_j} = \frac{1}{21\,600\, n} \left[\frac{1}{\dfrac{1}{0{,}021 \sqrt[3]{w_{m_p}} \sqrt{p_{k_j}\, T_{k_j}}} + \dfrac{\delta}{\lambda} + \dfrac{1}{\alpha_f}} S_c (T_{k_j} - T_f) + \right. \tag{6}$$

$$\left. + \alpha_p S_p (T_{k_j} - T_{p_k}) + \alpha_s S_s (T_{k_j} - T_{k+1}) \right] d\theta,$$

unde T_{p_k} este temperatura pistonului în zona treptei k.

Formula (6) se utilizează ca atare pentru compartimentele k_2 și k_4; pentru ele, suprafața de schimb de căldură cu cilindrul este (fig. 1)

$$S_c = \pi D (h' - x_{k+1}), \tag{7}$$

respectiv

$$S_c = \pi D x_{k+1}, \tag{8}$$

iar suprafața de schimb de căldură cu pistonul este

$$S_p = \frac{\pi}{4}[(D - 2\varepsilon_k)^2 - (D - 2a)^2],$$

adică

$$S_p = \pi(D - a - \varepsilon_k)(a - \varepsilon_k). \tag{9}$$

respectiv

$$S_p = \pi(D - a - \varepsilon_{k+1}) \cdot (a - \varepsilon_{k+1}). \tag{10}$$

Pentru ambele compartimente suprafața de schimb de căldură cu segmentul $(k + 1)$ are expresia

$$S_s = \frac{\pi}{4}[D^2 - (D - 2a)^2],$$

sau

$$S_s = \pi(D - a)\, a. \tag{11}$$

Paranteza dreaptă din (6) păstrează :

— cînd $j = 1$, numai primii doi termeni, unde

$$S_c = \pi\, DH \tag{12}$$

și

$$S_p = \pi(D - 2\varepsilon_k)\, H\,; \tag{13}$$

— cînd $j = 3$, numai ultimii doi termeni, în care

$$S_p = \frac{\pi}{2}\{(D - 2a)^2 - [D - 2(a + a')]^2\} + \pi[D - 2(a + a')] \cdot (h + h'),$$

sau

$$S_p = \pi[(D - 2a - a')(2a' + h + h') - a'(h + h')] \tag{14}$$

și

$$S_s = \pi(D - 2a)\, h. \tag{15}$$

b) Conform figurii 1, variația elementară a volumului compartimentului k_2 este

$$\mathrm{d}V_{k_2} = \frac{\pi}{4}[D^2 - (D - 2a)^2] \cdot \mathrm{d}(h' - x_{k+1}),$$

adică

$$\mathrm{d}V_{k_2} = -\pi(D - a)\, a\, \mathrm{d}x_{k+1}. \tag{16}$$

Pentru compartimentul k_4 se deduce

$$\mathrm{d}V_{k_4} = \pi(D - a)\, a\, \mathrm{d}x_{k+1}. \tag{17}$$

c) Cantitățile de gaze care trec dintr-un compartiment într-altul în timpul $\mathrm{d}t$ pot fi exprimate prin relația generală

$$\mathrm{d}M_{q,r} = 3\,600\, \frac{\mu_{q,r}\, A_{q,r}\, w_{q,r}}{v_{q,r}}\, \mathrm{d}t, \tag{18}$$

sau

$$\mathrm{d}M_{q,r} = \frac{\mu_{q,r}\, A_{q,r}}{6 \cdot n \cdot v_{q,r}} \sqrt{2g(i_q - i_{q,r})}\, \mathrm{d}\theta, \tag{19}$$

unde atît q cît și r reprezintă unul din indicii $(k-1)_4 \cdots (k+1)_1$, corespunzător fiecăruia din termenii ce conțin schimb de substanță ai ecuațiilor de bilanț. În formulele (18) și (19) $v_{q,r}$, $w_{q,r}$ și $i_{q,r}$ sînt volumul specific, viteza și respectiv entalpia specifică ale gazului ce părăsește compartimentul q, la ieșirea din secțiunea de curgere $A_{q,r}$.

Secțiunile de curgere depind de configurațiile compartimentelor între care se schimbă substanță, fără ca sensul curgerii să le influențeze valoarea $(A_{q,r} = A_{r,q})$, precum și de pozițiile relative ale acestor compartimente, în cadrul ansamblului $(k-1)_4 \cdots (k+1)_1$. Astfel, secțiunile de curgere care intervin în toți termenii cu aport de substanță ai ecuațiilor de bilanț referitoare la compartimentul k_1 iau aceeași formă $A_{q,r} \to A_{(k-1)_4/k_1/k_2}$, unde

$$A_{(k-1)_4/k_1/k_2} = \frac{\pi}{4}\,[D^2 - (D - 2\varepsilon_k)^2],$$

adică

$$A_{(k-1)_4/k_1/k_2} = \pi(D - \varepsilon_k)\, \varepsilon_k. \tag{20}$$

În cei trei termeni de acest tip ai ecuațiilor aferente compartimentului k_2, secțiunile de curgere au, în ordinea termenilor, expresiile (20),

$$A_{k_2/k_3} = \pi(D - 2a) \cdot (h' - x_{k+1}) \tag{21}$$

și

$$A_{k_2/k_4} = \text{a.s.} \tag{22}$$

Păstrînd aceeași manieră de enumerare, se precizează pentru compartimentul k_3 formulele (21) și

$$A_{k_3/k_4} = \pi(D - 2a) \cdot x_{k+1}, \tag{23}$$

iar pentru compartimentul k_4 formulele (22), (23) și

$$A_{k_4/(k+1)_1} = \pi(D - \varepsilon_{k+1})\, \varepsilon_{k+1}. \tag{24}$$

Deplasarea axială x_{k+1} și diferențiala ei dx_{k+1}, care intervin în (7) și (8) respectiv în (16) și (17), se deduc din ecuația [2]

$$h\rho\left(j_p - \frac{\mathrm{d}^2x_{k+1}}{\mathrm{d}t^2}\right) + \frac{\eta}{a}\left(w_p - \frac{\mathrm{d}x_{k+1}}{\mathrm{d}t}\right) + p_{k_2} - p_{k_4} = 0, \qquad (25)$$

unde j_p și w_p sînt accelerația și respectiv viteza pistonului. Ecuația (25) exprimă echilibrul dinamic între forțele corespunzătoare presiunii gazelor din compartimentele k_2 și k_4, forța de frecare de contact dintre segmentul $(k+1)$ și cilindrul (ce apare dacă filmul de lubrifiant este întrerupt în momentul respectiv) și forța de inerție a segmentului $(k+1)$. La stabilirea ecuației s-a ținut seama și de mișcarea pistonului în timpul pulsației segmentului $(k+1)$.

2.2. SITUAȚIA ÎN CARE PULSEAZĂ NUMAI SEGMENTUL k

2.2.1. SEGMENTUL $(k+1)$ SE AFLĂ PE FLANCUL INFERIOR AL CANALULUI

Segmentul $(k+1)$ se află pe flancul inferior al canalului său (fig. 2) cît timp rezultanta forțelor care-l solicită axial este orientată spre carter. Expresia matematică a acestei condiții este [2]

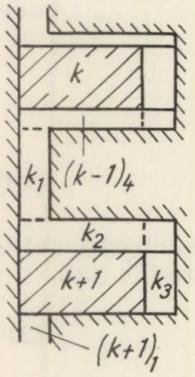


Fig. 2. Compartimentele treptei k în alternativa 2.2.2.

$$p_{k_2} - \frac{\varepsilon_{k+1}}{a} p_{(k+1)_1} - h\rho j_p \mp \frac{\eta w_p}{a} \geqslant 0. \qquad (26)$$

În ultimul termen din (26), semnul minus corespunde cursei spre punctul mort exterior, iar semnul plus cursei spre punctul mort interior.

Conform celor arătate în lucrarea [3], această alternativă comportă 24 cazuri distincte de curgere. Ele sînt numerotate de la $1_{(k+1)_i}$ la $24_{(k+1)_i}$ în tabela 2 din [3].

Deoarece curgerea gazelor între compartimentele $(k-1)_4$ și k_1 nu depinde de mișcarea segmentului $(k+1)$ în canalul său, bilanțurile energetic și masic pentru compartimentul k_1 și pentru un anumit caz $c_{(k+1)_i}$, unde $c = 1 \ldots 24$, sînt identice cu cele două bilanțuri referite tot la compartimentul k_1 pentru cazul c aparținînd situației cînd segmenții k și $(k+1)$ pulsează*. În consecință, în anexa 1 sînt indicate și cazurile $1_{(k+1)_i} \ldots 24_{(k+1)_i}$ în dreptul ecuațiilor care le corespund. Termenii din aceste ecuații se explicitează conform celor arătate în paragraful 2.1.

*) Simbolizarea prin $c_{(k+1)_i}$ și c a acestor două cazuri arată că ele sînt caracterizate prin aceleași relații între presiunile din compartimente.

Ecuațiile de bilanț ale compartimentului k_2 pot fi grupate conform particularității cunoscute. De pildă, în cazurile $1_{(k+1)_i}$, $2_{(k+1)_i}$, $13_{(k+1)_i}$ și $14_{(k+1)_i}$ se aplică ecuația

$$\mathrm{d}U_{k_2} = -\mathrm{d}Q_{k_2} + i_{k_1} \cdot \mathrm{d}M_{k_1,k_2} - i_{k_2} \cdot \mathrm{d}M_{k_2,k_3} - i_{k_2} \cdot \mathrm{d}M_{k_2,(k+1)_1}.$$

În această ecuație și în ecuațiile valabile pentru celelalte cazuri de curgere, schimbul de căldură $\mathrm{d}Q_{k_2}$ se calculează cu relația (6), în care $j = 2$ și suprafețele de schimb sînt date de formulele

$$S_c = \pi D h', \tag{27}$$

(9) și respectiv (11). În termenii ce conțin transfer de substanță din bilanțurile energetic și masic, secțiunile de curgere $A_{q,r}$ devin, în ordine, $A_{(k-1)_4/k_1/_2k}$ precizată de (20),

$$A_{k_2/k_3} = \pi(D - 2a)\, h' \tag{28}$$

și

$$A_{k_2/(k+1)_1} = \varepsilon_{k+1} \cdot s.$$

Pentru compartimentul k_3 se citează, spre exemplificare, ecuația

$$\mathrm{d}U_{k_3} = -\mathrm{d}Q_{k_3} - i_{k_3} \cdot \mathrm{d}M_{k_3,k_2} + i_{(k+1)_1} \cdot \mathrm{d}M_{(k+1)_1,k_3}, \tag{29}$$

corespunzătoare cazurilor $6_{(k+1)_i}$, $12_{(k+1)_i}$, $18_{(k+1)_i}$ și $24_{(k+1)_i}$. Termenul $\mathrm{d}Q_{k_3}$ are expresia (6) pentru $j = 3$, cu excluderea schimbului de căldură cu cilindrul, suprafețele S_p și S_s fiind date de (14) și respectiv (15). Secțiunile de curgere se calculează cu formulele (28) și

$$A_{k_3(k+1)_1} = h \cdot s,$$

pentru primul și respectiv al doilea termen cu schimb de substanță din ecuațiile de bilanț.

2.2.2 Sdgmentul $(k + 1)$ se află pe flancul superior al canalului

Segmentul $(k + 1)$ se află pe flancul superior al canalului său (fig. 3) cînd este îndeplinită condiția [2]

$$\frac{\varepsilon_k}{a} p_{k_1} - p_{k_4} - h \varrho j_p \mp \frac{\gamma_l w_p}{a} \leqslant 0, \tag{30}$$

ceea ce înseamnă că forțele axiale care îl acționează dau o rezultantă îndreptată spre chiulasă.

Se disting 24 cazuri de curgere, prezentate în tabela 3 din [3], unde poartă numerele $1_{(k+1)_s} \ldots 24_{(k+1)_s}$.

Menţinerea segmentului $(k+1)$ în poziţia superioară din canalul său antrenează modificarea bilanţurilor energetic şi masic din toate compartimentele, în raport cu bilanţurile întîlnite pînă acum. Se dau următoarele exemple pentru bilanţul energetic

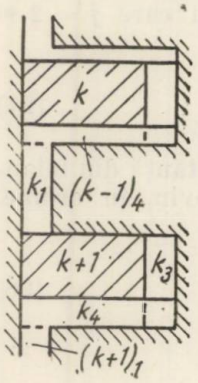


Fig. 3. Compartimentele treptei k în alternativa 2.2.2.

$$\mathrm{d}U_{k_1} = -\,\mathrm{d}Q_{k_1} + i_{(k-1)_4} \cdot \mathrm{d}M_{(k-1)_4,k_1} - i_{k_1} \cdot \mathrm{d}M_{k_1,k_3} + \\ + i_{k_4} \cdot \mathrm{d}M_{k_4,k_1}$$

la compartimentul k_1, în cazurile $4_{(k+1)_s}$ şi $6_{(k+1)_s}$;

$$\mathrm{d}U_{k_3} = -\,\mathrm{d}Q_{k_3} + i_{k_1} \cdot \mathrm{d}M_{k_1,k_3} + i_{k_4} \cdot \mathrm{d}M_{k_4,k_3}$$

la compartimentul k_3, în cazurile $3_{(k+1)_s} \ldots 6_{(k+1)_s}$ şi $15_{(k+1)_s} \ldots 18_{(k+1)_s}$;

$$\mathrm{d}U_{k_4} = -\,\mathrm{d}Q_{k_4} - i_{k_4} \cdot \mathrm{d}M_{k_4,k_1} + i_{k_3} \cdot \mathrm{d}M_{k_3,k_4} - \\ - i_{k_4} \cdot \mathrm{d}M_{k_4,(k+1)_1} \tag{31}$$

la compartimentul k_4, în cazurile $8_{(k+1)_s}$ şi $20_{(k+1)_s}$.

Transferul de căldură $\mathrm{d}Q_{k_j}$ se determină din formula (6) în felul următor : pentru $j = 1$ cu suprafeţele S_c, S_p şi S_s date de (12), (13) şi respectiv

$$S_s = \pi(D - \varepsilon_{k+1})\,\varepsilon_{k+1};$$

pentru $j = 3$ cu suprafeţele S_p şi S_s calculate respectiv din (14) şi (15), schimbul de căldură cu cilindrul neexistînd ; pentru $j = 4$ cu S_c, S_p şi S_s rezultate din (27), (10) şi respectiv (11).

Secţiunile de curgere conţinute în termenii cu aport de masă din ecuaţiile de bilanţ se calculează astfel : la compartimentul k_1 cu relaţiile

$$A_{(k-1)_4/k_1} = \pi\,(D - \varepsilon_k)\varepsilon_k,$$

$$A_{k_1/k_3} = h \cdot s, \tag{32}$$

şi

$$A_{k_1/k_4} = \varepsilon_k \cdot s; \tag{33}$$

la compartimentul k_3 cu (32) şi

$$A_{k_3/k_4} = \pi\,(D - 2a)h'; \tag{34}$$

la compartimentul k_4 cu (33), (34) şi (24).

2.3. SITUAȚIA ÎN CARE PULSEAZĂ NUMAI SEGMENTUL $(k+1)$

2.3.1. Segmentul k se află pe flancul inferior al canalului

Dacă pulsează numai segmentul $(k + 1)$, segmentul k aflîndu-se pe flaconul inferior al canalului său (fig. 4) este satisfăcută condiția

$$p_{(k-1)_2} - \frac{\varepsilon_k}{a} p_{k_1} - h\rho j_p \mp \frac{\gamma_1 w_p}{a} \geqslant 0. \quad (35)$$

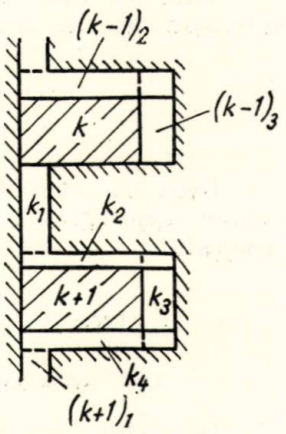


Fig. 4. Compartimentele treptei k în alternativa 2.3.1.

Există 96 de cazuri distincte de curgere, definite conform celor arătate în lucrarea [3], cu ajutorul tabelelor 4 și 1 ale acesteia. Numerotarea cazurilor este următoarea: I. 1...I. 24, II.1...II.24, III.1...III. 24, IV.1...IV. 24.

Pentru compartimentul k_1 bilanțurile diferă de cele prezentate anterior, întrucît legăturile pe care acest compartiment le are acum cu treapta $(k + 1)$ nu au mai fost întîlnite. De exemplu bilanțul

$$\mathrm{d}U_{k_1} = -\mathrm{d}Q_{k_1} - i_{k_1} \cdot \mathrm{d}M_{k_1,(k-1)_2} + i_{(k-1)_3} \cdot \mathrm{d}M_{(k-1)_3,k_1} + \\ + i_{k_2} \cdot \mathrm{d}M_{k_2,k_1}, \quad (36)$$

se aplică în cazurile III.13...III.24. Termenul $\mathrm{d}Q_{k_1}$ se determină cu relația (6) în următoarele condiții: $j = 1$, S_c dată de (12), S_p dată de (13) și

$$S_s = \pi(D - \varepsilon_k)\,\varepsilon_k.$$

În ordinea termenilor cu schimb de substanță din ecuațiile de bilanț, secțiunile de curgere au expresiile

$$A_{(k-1)_2/k_1} = \varepsilon_k \cdot s,$$

$$A_{(k-1)_3/k_1} = h \cdot s,$$

și

$$A_{k_1/k_2} = \pi(D - \varepsilon_k) \cdot \varepsilon_k.$$

Oricăruia din compartimentele $k_2 \ldots k_4$ îi corespund bilanțurile stabilite la 2.1 pentru compartimentul considerat. La fiecare compartiment, ecuația valabilă în situația 2.1 pentru z cazuri, ale căror numere sînt cuprinse între 1 și 24, se aplică și cazurilor desemnate prin fiecare din numerele I...IV urmat de fiecare din numerele celor z cazuri menționate; de pildă, ecuația compartimentului k_2 (v. anexa 2),

$$\mathrm{d}U_{k_2} = -\mathrm{d}Q_{k_2} - p_{k_2} \cdot \mathrm{d}V_{k_2} + i_{k_1} \cdot \mathrm{d}M_{k_1,k_2} + i_{k_3} \cdot \mathrm{d}M_{k_3,k_2} - i_{k_2} \cdot \mathrm{d}M_{k_2,k_4},$$

corespunzătoare în situația 2.1 cazurilor 7 și 9, sînt valabile și pentru cazurile I. 7, I. 9, II. 7, II. 9, III. 7, III. 9, IV. 7 și IV. 9. Termenii bilanțurilor se explicitează conform celor arătate în paragraful 2.1.

2.3.2. Segmentul k se află pe flancul supeior al canalului

Cînd pulsează numai segmentul $(k+1)$, segmentul k fiind în contact cu flancul superior al canalului său, este respectată relația

$$\frac{\varepsilon_{k-1}}{a} p_{(k-1)_1} - p_{(k-1)_4} - h\rho j_p \mp \frac{r_1 w_p}{a} \leqslant 0. \qquad (37)$$

Deoarece noua alternativă comportă cele 48 cazuri aferente pulsării ambilor segmenți [3], bilanțurile energetic și masic sînt cele prezentate la paragraful 2.1.

2.4. SITUAȚIA ÎN CARE SEGMENȚII K ȘI $(K+1)$ NU PULSEAZĂ

2.4.1. Segmenții se află pe flancurile inferioare ale canalelor respective

Dacă sînt îndeplinite simultan condițiile (35) și (26), segmenții k și $(k+1)$ staționează pe flancurile inferioare ale canalelor respective (fig. 5).

Sînt posibile 48 cazuri de curgere, precizate pe baza tabelelor 4 și 2 din [3]; numerele cazurilor sînt de tipul $N \cdot \nu_{(k+1)_i}$, unde $N = \mathrm{I}\ldots\mathrm{IV}$ și $\nu = 1\ldots12$.

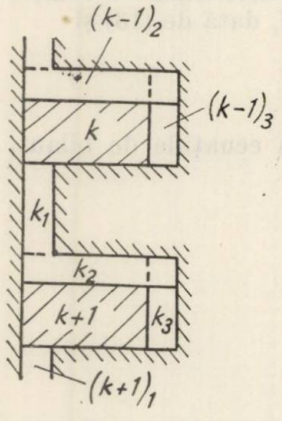


Fig. 5. Compartimentele treptei k în alternativa 2.4.1.

Bilanțurile compartimentului k_1 sînt identice cu cele referitoare la acest compartiment în alternativa cu segmentul k pe flancul inferior și segmentul $(k+1)$ în mișcare de pulsație. Astfel, bilanțul (36) este valabil acum în cazurile III. $7_{(k+1)_i}\ldots$ III. $12_{(k+1)_i}$; termenii bilanțurilor se calculează conform indicațiilor referitoare la compartimentul k_1 din paragraful 2.3.1.

Compartimentelor k_2 și k_3 le corespund ecuațiile de bilanț ce caracterizează aceste compartimente și cînd segmentul k este în mișcare iar segmentul $(k+1)$ pe flancul inferior, cu specificațiile respective privind explicitarea termenilor (v.2.2.1). De pildă ecuația (29) se aplică pentru compartimentul k_3 în cazurile $N \cdot 6_{(k+1)_i}$ și $N \cdot 12_{(k+1)_i}$ unde N ia toate valorile $\mathrm{I}\ldots\mathrm{IV}$.

2.4.2. Segmentul k se află pe flancul inferior, iar segmentul $(k+1)$ pe flancul superior

Cînd segmentul k staționează pe flancul inferior, iar segmentul $(k+1)$ pe flancul superior (fig. 6), sînt respectate simultan condițiile (35) și (30).

Alternativa comportă 48 cazuri distincte de curgere, stabilite cu ajutorul tabelelor 4 și 3 din [3] și desemnate prin numere de tipul $N \cdot \nu_{(k+1)_s}$ ($N = \mathrm{I}\ldots\mathrm{IV}$, $\nu = 1\ldots12$).

O formă nouă au bilanțurile din compartimentul k_1, deoarece el are cel mai mare număr de legături în alternativa discutată. Bunăoară, cazurile $\mathrm{I}.8_{(k+1)_s}$ și $\mathrm{I}.10_{(k+1)_s}\ldots\mathrm{I}.12_{(k+1)_s}$ comportă bilanțul

$$\mathrm{d}U_{k_1} = -\mathrm{d}Q_{k_1} + i_{(k-1)_2}\cdot\mathrm{d}M_{(k-1)_2,k_1} + i_{(k-1)_3}\cdot\mathrm{d}M_{(k-1)_3,k_1} + i_{k_3}\cdot\mathrm{d}M_{k_3,k_1} + i_{k_4}\cdot\mathrm{d}M_{k_4,k_1}.$$

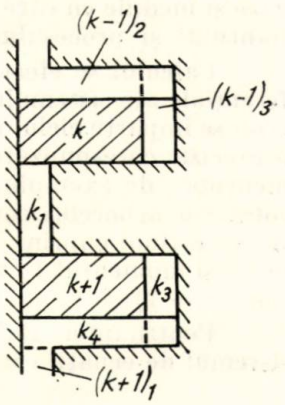


Fig. 6. Compartimentele treptei k în alternativa 2.4.2.

În noile bilanțuri se introduc suprafețele de schimb S_c calculată cu (12), S_p cu (13) și

$$S_s = \pi[(D - \varepsilon_k)\cdot\varepsilon_k + (D - \varepsilon_{k+1})\cdot\varepsilon_{k+1}];$$

secțiunile de curgere au expresiile

$$A_{(k-1)_2/k_1/k_4} = \varepsilon_k \cdot s$$

și

$$A_{(k-1)_3/k_1/k_3} = h \cdot s.$$

Pentru compartimentele k_3 și k_4, bilanțurile se determină ca în paragraful 2.2.2. De exemplu, bilanțul (31) corespunde compartimentului k_4 în cazurile $N \cdot 8_{(k+1)_s}$ ($N = \mathrm{I}\ldots\mathrm{IV}$).

2.4.3. Segmenții se află pe flancurile superioare ale canalelor respective

Alternativa în care segmenții k și $(k+1)$ ocupă poziția superioară în canalele respective, caracterizată prin îndeplinirea condițiilor (37) și (30), nu diferă, sub aspectul ecuațiilor de bilanț, de alternativa cînd această poziție revine numai segmentului $(k+1)$, segmentul k fiind în mișcare de pulsație (fig. 3). În consecință sînt valabile cele consemnate în paragraful 2.2.2.

2.4.4. Segmentul k se află pe flancul superior, iar segmentul $(k+1)$ pe flancul inferior

Cînd segmentul k staționează pe flancul superior iar segmentul $(k+1)$ pe flancul inferior, fiind respectate simultan condițiile (37) și (26), se aplică ecuațiile de bilanț întîlnite în alternativa cu segmentul $(k+1)$ în aceeași poziție și segmentul k în mișcare (fig. 2). Aceste ecuații sînt prezentate la 2.2.1.

3. CALCULUL PROCESELOR DE CURGERE PRIN TREPTELE DE SEGMENȚI

Calculul proceselor de curgere prin treptele de segmenți în decursul unui ciclu motor are scopul de a determina variația presiunii gazelor din toate compartimentele treptelor și cantitatea de gaze scăpate în carter.

Calculul presupune rezolvarea sistemului format din ecuaţiile bilanţurilor energetic şi masic, ecuaţiile de mişcare ale segmenţilor şi condiţiile de staţionare a acestora pe flancuri. În elaborarea calculului se consideră drept date ale problemei: variaţia mărimilor de stare din cilindru şi din carter (treptele 0 şi m); compoziţia chimică a gazelor ce evoluează în cilindru; variaţia mărimilor cinematice ale mecanismului motor; dimensiunile segmenţilor şi treptelor; mărimile ce precizează transferul de căldură între gaze şi mediile cu care ele vin în contact; mărimile caracteristice ale lubrifiantului şi procesului de frecare.

Calculul se efectuează pe cale numerică, transformînd ecuaţiile diferenţiale ale sistemului de rezolvat în ecuaţii cu diferenţe finite. În acest scop se împarte ciclul motor în intervale suficient de mici pentru a asigura o precizie corespunzătoare, urmărind şi evoluţia mişcării pulsatorii a segmenţilor; de exemplu, se pot alege intervale de mărime $\Delta\theta = 1$ grad de rotaţie a arborelui cotit. Se numerotează consecutiv intervalele, primul interval fiind cuprins între momentul 0 (momentul de declanşare a calculului) şi momentul 1; un interval oarecare τ este deci delimitat de momentele $(\tau - 1)$ şi τ.

Pentru intervalul τ şi pentru compartimentul oarecare k_j $(j = 1 \ldots 4)$, sistemul de ecuaţii care trebuie rezolvat este următorul:

$$\Delta U_{k_j,\,\tau-1} = -\Delta Q_{k_j,\,\tau-1} - p_{k_j,\,\tau-1} \cdot \Delta V_{k_j,\,\tau-1} + \Delta E_{k_j,\,\tau-1}, \tag{38}$$

$$\Delta M_{k_j,\,\tau-1} = f_{\tau-1}(\Delta M_{q,r}), \tag{39}$$

$$U_{k_j,\,\tau} = U_{k_j,\,\tau-1} + \Delta U_{k_j,\,\tau-1}, \tag{40}$$

$$M_{k_j,\,\tau} = M_{k_j,\,\tau-1} + \Delta M_{k_j,\,\tau-1}, \tag{41}$$

$$T_{k_j,\,\tau} = \varphi(U_{k_j,\,\tau},\, M_{k_j,\,\tau}), \tag{42}$$

$$p_{k_j,\,\tau} \cdot V_{k_j,\,\tau} = M_{k_j,\,\tau} \cdot R \cdot T_{k_j,\,\tau}, \tag{43}$$

$$\bar{p}_{k_i,\,\tau} = \psi[p_{k_2,\,\tau},\, p_{(k+1)_1,\,\tau},\, h,\, \ldots], \tag{44}$$

$$\bar{p}_{k_s,\,\tau} = \psi(p_{k_1,\,\tau},\, p_{k_4,\,\tau},\, h,\, \ldots), \tag{45}$$

$$p_{k_2,\,\tau} - \frac{\varepsilon_{k+1}}{a}\, p_{(k+1)_1,\,\tau} - h\rho j_{p,\,\tau} \mp \frac{\eta w_{p,\,\tau}}{a} \geqslant 0, \tag{46}$$

$$\frac{\varepsilon_k}{a}\, p_{k_1,\,\tau} - p_{k_4,\,\tau} - h\rho j_{p,\,\tau} \mp \frac{\eta w_{p,\,\tau}}{a} \leqslant 0, \tag{47}$$

$$\bar{p}_{k_j,\,\tau-1} = \psi[p_{k_2,\,\tau-1},\ p_{(k+1)_4,\,\tau-1}, h, \ldots], \tag{48}$$

$$\bar{p}_{k_s,\,\tau-1} = \psi(p_{k_1,\,\tau-1}, p_{k_4,\,\tau-1}, h, \ldots), \tag{49}$$

$$\left(\frac{1}{\Delta\theta} + \frac{\eta}{2ah\rho}\right) \cdot x_{k,\,\tau+1} - \frac{2}{\Delta\theta} \cdot x_{k,\,\tau} + \left(\frac{1}{\Delta\theta} - \frac{\eta}{2ah\rho}\right) \cdot x_{k,\tau-1} - \tag{50}$$

$$- \frac{\Delta\theta}{6n}\left(j_{p,\,\tau-1} + \frac{\eta}{ah\rho} w_{p,\,\tau-1} + \frac{p_{k_2,\,\tau-1} - p_{k_2,\,\tau-1}}{h\rho}\right).$$

Ecuațiile (38) și (39) exprimă bilanțurile energetic și masic stabilite în capitolul 2, creșterile $\Delta M_{q,r}$ din (39) fiind de forma (19) unde $dM_{q,r} \to \Delta M_{q,r}$ și $d\theta \to \Delta\theta$. Ecuațiile (40) și (41) servesc la determinarea energiei interne și cantității de gaze finale, în funcție de valorile inițiale ale acestor mărimi și de variațiile lor reprezentate prin (38) și (39). Ecuația (42) evidențiază legătura dintre mărimile amintite și temperatura din starea finală, aceasta din urmă precizîndu-se complet din (43). Ecuațiile (44) și (45) se utilizează pentru a verifica dacă segmentul k se află sau nu în contact direct cu cilindrul, la finele intervalului [2]; ele corespund situării segmentului k, în acest moment, pe flancul inferior, respectiv pe flancul superior. Ecuațiile (48) și (49) au o destinație similară, dar se referă la originea intervalului. Inecuațiile (46) și (47) exprimă condițiile de staționare a segmentului k pe flancul inferior, respectiv pe flancul superior, la finele intervalului. Ecuația (50) este ecuația de mișcare a segmentului k, integrată pe durata $\Delta\theta$ a intervalului [2]; ea este valabilă pentru $x_{k,\,\tau} \in [0,\ h']$ sau $x_{k,\,\tau} \in [h',\ 0]$ după cum mișcarea segmentului începe de pe flancul inferior, respectiv de pe flancul superior.

Într-un moment oarecare din ciclu, adoptat drept moment de declanșare a calculului, se presupun cunoscute mărimile de stare din trepte și se consideră că fiecare segment se află într-o poziție dată, pe unul din flancuri. Sistemul (38)...(50) se rezolvă prin iterații succesive în mai multe etape.

1. Se consideră succesiunea primelor trei compartimente la începutul primului interval; această succesiune este $0_1 - 0_2 - 0_3$ sau $0_1 - 0_3 - 0_4$, după cum segmentul 1 se află pe flancul inferior, respectiv superior. Se calculează variațiile energiei interne și cantității de gaze pe primul interval pentru compartimentul median al succesiunii, aplicînd ecuațiile de tipul (38) și (39) — unde $k_j = 0_2$ sau $k = 0_3$ și $\tau = 1$ — corespunzătoare relațiilor dintre presiunile din cele trei compartimente. Pentru același compartiment se utilizează relații de tipul (40)...(43), rezultînd mărimile de la finele primului interval.

Se consideră apoi următoarea succesiune de trei compartimente consecutive ($0_2 - 0_3 - 1_1$ sau $0_3 - 0_4 - 1_1$), tot la originea primului interval și se efectuează pentru compartimentul median al acestei succesiuni operațiile descrise. Procedînd în continuare la fel pentru succesiunile de cîte trei compartimente consecutive (pînă la succesiunea în care ultimul compartiment este spațiul ocupat de gaze în carter), se precizează pentru ansambul treptelor starea de la sfîrșitul primului interval.

2. Pentru fiecare segment se aplică relația de tipul (44) sau de tipul (45), după cum s-a presupus că segmentul considerat se află la începutul primului interval pe flancul inferior, respectiv pe flancul superior. Rezultatul acestui calcul arată dacă este realizat sau nu contactul dintre segmenți și cilindru, la sfîrșitul primului interval, a doua variantă fiind caracterizată prin existența filmului continuu de ulei.

Pentru fiecare segment în contact cu cilindrul, se verifică inegalitatea de tipul (46) sau de tipul (47), iar pentru fiecare segment ce nu este în contact cu cilindrul se verifică aceeași inegalitate, considerată însă fără ultimul termen din membrul stîng, datorită absenței frecării. Segmenții pentru care inegalitatea este satisfăcută ocupă la finele primului interval tot pozițiile inițiale respective.

Ceilalți segmenți (pentru care inegalitatea nu este respectată) au pulsat în timpul primului interval. Pentru fiecare din ei se determină poziția în raport cu cilindrul la originea primului interval, cu ajutorul relației de tipul (48) sau de tipul (49); pozițiile finale în raport cu pistonul ale acestor segmenți se precizează aplicînd pentru fiecare relația de tipul (50), unde se consideră termenii de frecare numai cînd s-a constatat din (48) sau (49) că există contact cu cilindrul.

3. În conformitate cu rezultatele obținute în etapele precedente, se precizează succesiunile de cîte trei compartimente consecutive și cazurile corespunzătoare de curgere pentru al doilea interval de integrare. Se rezolvă apoi sistemul de ecuații pentru acest interval, parcurgînd etapele 1 și 2 adaptate noilor condiții.

4. După procedeul de mai sus, se dezvoltă calculele pentru celelalte intervale ale ciclului motor. Se ating astfel în primă instanță obiectivele propuse.

5. În general, mărimile de stare ale gazelor și pozițiile segmenților rezultate la finele ultimului interval diferă de cele adoptate la declanșarea calculului. De aceea, etapele 1...4 trebuie repetate de mai multe ori, condițiile finale ale unei iterații fiind considerate drept condiții inițiale pentru iterația următoare.

Cînd se apreciază că rezultatele unei iterații diferă neglijabil de premisele ei, calculul se încheie. Variația presiunii gazelor din treptele de segmenți și scăpările obținute prin această ultimă iterație sînt considerate ca definitorii pentru procesele de curgere prin trepte, corespunzător datelor problemei.

4. CONCLUZII

Calculul proceselor de curgere a gazelor printre segmenți, cu considerarea compartimentelor ce compun treptele de segmenți, permite determinarea mai corectă a stării de presiune și temperatură în lungul pistonului și, în consecință, sporirea gradului de precizie în evaluarea capacității de etanșare a segmenților.

Modelul matematic prezentat face accesibil calculul pentru diferite dimensiuni ale compartimentelor din trepte, pretîndu-se la o primă apreciere a jocurilor funcționale dintre piston și cilindru și dintre segmenți și piston.

BIBLIOGRAFIE

1. G. Bărănescu, *Calculul funcțional al segmenților*, Rev. tehnică militară, II, *2*, (1954).
2. Anca-Rodica Delcescu, *Calculul funcțional al segmenților cu considerarea pulsației*, St. cerc. energ. electr., *2* (1970).
3. Anca-Rodica Bărănescu, Gh. Zătreanu, *Asupra curgerii gazelor printre segmenți, la motorul cu ardere internă*, St. cerc. energ. electr., *4* (1973).

FUNCŢII GREEN ALE LAPLACIANULUI PENTRU PROBLEME NEUMANN ÎN COORDONATE POLARE

I.R. CIRIC

517.512

Se definesc noi funcţii Green pentru probleme Neumann referitoare la ecuaţiile lui Laplace şi Poisson, cu ajutorul cărora soluţiile acestor ecuaţii se obţin utilizînd formulele integrale clasice. Funcţiile Green introduse în lucrare diferă de cele clasice prin condiţiile de frontieră care le sînt impuse şi care se aleg pentru fiecare domeniu în parte astfel încît pe anumite porţiuni ale frontierei ele să fie *omogene*; aceasta permite utilizarea directă a metodei funcţiilor proprii pentru calcularea funcţiilor Green definite. Pentru ilustrarea metodei propuse se construiesc funcţiile Green ale laplaceanului pentru probleme Neumann referitoare la porţiunea de coroană circulară şi cazurile particulare corespunzătoare la coroane circulară şi interiorul şi exteriorul cercului.

1. INTRODUCERE

Cunoaşterea funcţiilor Green ale unui operator linear referitoare la un anumit domeniu permite obţinerea prin simple integrări a soluţiilor tuturor problemelor la limită corespunzătoare operatorului respectiv şi referitoare la domeniul considerat [1].

Problema Neumann referitoare la ecuaţia lui Poisson constă în determinarea funcţiei de punct f (de vector de poziţie $\boldsymbol{r}$) care satisface ecuaţia

$$\Delta f(\boldsymbol{r}) = -k_0 \rho(\boldsymbol{r}) \tag{1}$$

în domeniul D, k_0 fiind o constantă pozitivă arbitrară dată, iar ρ o funcţie de punct dată, cu condiţia *neomogenă* de frontieră

$$\left.\frac{\partial f}{\partial n}\right|_{\Sigma} = \chi(\boldsymbol{r}), \tag{2}$$

unde $\left.\frac{\partial}{\partial n}\right|_{\Sigma}$ simbolizează derivata după normala exterioară demeniului D, efectuată pe frontiera Σ a acestuia, iar $\chi(\boldsymbol{r})$ este o funcţie dată pe Σ.

St. cerc. energ. electr., tom. 4, nr. 1, p. 55–73,1974

În cazul în care D este mărginit, iar Σ este o suprafață suficient de netedă [2], pentru ca aceasată problemă să admită soluție funcția $\chi(\boldsymbol{r})$ trebuie să satisfacă condiția

$$\oint_{\Sigma} \chi(\boldsymbol{r}) \mathrm{d}A = -k_0 \int_D \rho(\boldsymbol{r})\, \mathrm{d}v, \tag{3}$$

unde $\mathrm{d}A$ și $\mathrm{d}v$ sînt elementele de suprafață și, respectiv, de volum.

Problema Neumann referitoare la ecuația lui Laplace se formulează analog, punînd $\rho \equiv 0$ în relațiile (1) și (3).

Funcția Green clasică pentru ecuația (1) în condiția (2) referitoare la domeniul D se definește fie sub forma unei expresii unice în D, fie sub forma a două expresii, fiecare valabilă numai într-unul din cele două subdomenii în care se divide D, considerînd constantă derivata ei $\left.\frac{\partial}{\partial n}\right|_{\Sigma}$ pe întreaga frontieră Σ [3], [4].

În scopul obținerii unor expresii mai simple și mai comode din punctul de vedere al utilizării lor, în lucrarea de față se definesc și se construiesc funcții Green ale căror derivate după normala la frontiera domeniului considerat să fie funcții de punct *nule* pe anumite porțiuni ale frontierei pentru a se putea determina valorile proprii corespunzătoare. Prin aceasta, formulele integrale care dau soluția problemei (1)—(3) își conservă forma cunoscută [4].

2. GENERALIZAREA DEFINIȚIEI FUNCȚIEI GREEN PENTRU PROBLEMA (1)—(3)

Funcția Green G pentru ecuația (1) în condiția (2) se definește ca soluție a ecuației

$$\Delta G(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}_0) = -k_0 \delta(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_0), \tag{4}$$

referitoare la domeniul D considerat, cu condiția *neomogenă* pe frontiera Σ a acestuia :

$$\left.\frac{\partial G}{\partial n}\right|_{\Sigma} = \chi_G(\boldsymbol{r}), \tag{5}$$

unde $\boldsymbol{r}_0$ este vectorul de poziție care reprezintă punctele în care este distribuită funcția-sursă ρ, $\delta\ (\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_0)$ distribuția „delta" a lui Dirac cu singularitatea în punctul $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_0$, iar $\chi_G(\boldsymbol{r})$ o funcție standard de punct dată pe Σ, aleasă după comoditate pentru fiecare domeniu în parte.

În cazul în care D este mărginit, pentru ca G să existe funcția $\chi_G(\boldsymbol{r})$ trebuie să satisfacă condiția

$$\oint_{\Sigma} \chi_G(\boldsymbol{r})\,\mathrm{d}A = -k_0, \tag{6}$$

corespunzătoare condiției generale (3).

În definiția clasică a funcției Green [3], $\chi_G(\boldsymbol{r})$ este particularizată la o constantă:

$$\chi_G(\boldsymbol{r}) = -\frac{k_0}{\mathcal{A}_\Sigma}, \tag{7}$$

$\mathcal{A}_\Sigma$ fiind aria suprafeței Σ.

Funcția Green $G(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}_0)$ se construiește astfel încît să fie simetrică în raport cu argumentele sale $\boldsymbol{r}$ și $\boldsymbol{r}_0$.

Formula care dă soluția problemei (1)—(3) se obține pe aceeași cale ca în cazul clasic, avînd exact aceeași formă [5]

$$f(\boldsymbol{r}) = \int_D \varrho(\boldsymbol{r}_0) G(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}_0)\,\mathrm{d}v_0 + \frac{1}{k_0}\oint_{\Sigma} \chi(\boldsymbol{r}_0) G(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}_0)\,\mathrm{d}A_0 + \text{const}, \tag{8}$$

constanta din membrul drept al formulei fiind în acest caz egală cu o valoare medie ponderată a funcției $f(\boldsymbol{r})$ pe frontiera domeniului. Indicele „zero" al elementelor $\mathrm{d}v_0$ și $\mathrm{d}A_0$ indică faptul că integrările respective se fac după coordonatele care au același indice „zero".

Dacă domeniul D se împarte în două subdomenii, D_{I} și D_{II}, cu o suprafață S dusă prin punctul $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_0$, de exemplu cu suprafața de coordonate $x_3 = x_{30}$, astfel încît subdomeniul D_{I} să corespundă lui $x_3 < x_{30}$, iar subdomeniul D_{II} lui $x_3 > x_{30}$, atunci funcția Green pentru ecuația (1) în condiția (2) poate fi definită și sub forma a două expresii:

$$G \equiv \begin{cases} G_{\mathrm{I}} \text{ în subdomeniul } D_{\mathrm{I}}, \\ G_{\mathrm{II}} \text{ în subdomeniul } D_{\mathrm{II}}, \end{cases} \tag{9}$$

G_{I} și G_{II} fiind soluțiile ecuațiilor lui Laplace:

$$\Delta G_{\mathrm{I}}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}_0) = 0 \text{ referitoare la subdomeniul } D_{\mathrm{I}}, \tag{10}$$

$$\Delta G_{\mathrm{II}}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}_0) = 0 \text{ referitoare la subdomeniul } D_{\mathrm{II}}, \tag{11}$$

cu condițiile *neomogene* de frontieră

$$\left.\frac{\partial G_{\mathrm{I}}}{\partial n}\right|_{S_{\mathrm{I}}} = \chi_{G_{\mathrm{I}}}(\boldsymbol{r}) \tag{12}$$

şi

$$\left.\frac{\partial G_{II}}{\partial n}\right|_{S_{II}} = \chi_{G_{II}}(\boldsymbol{r}) \tag{13}$$

şi cu condiţiile de trecere la suprafaţa S de separaţie între cele două subdomenii

$$G_I = G_{II}, \qquad \text{pentru } x_3 = x_{30} \tag{14}$$

$$\frac{1}{h_3}\left(\frac{\partial G_I}{\partial x_3} - \frac{\partial G_{II}}{\partial x_3}\right) = k_0 \frac{\delta(x_1 - x_{10})\,\delta(x_2 - x_{20})}{h_1 h_2}, \qquad \text{şi } x_1, x_2 \in D, \tag{15}$$

unde

x_k şi x_{k0}, $k = 1,2,3$, sînt coordonatele curbilinii ortogonale corespunzătoare vectorilor de poziţie $\boldsymbol{r}(x_1, x_2, x_3)$ şi $\boldsymbol{r}_0(x_{10}, x_{20}\ x_{30})$,

h_k, $k = 1, 2,3$ — coeficienţii Lamé corespunzători sistemului de coordonate adoptat,

$\delta(x_k - x_{k_0})$, $k = 1,2,3$ — distribuţiile „delta" unidimensionale,

S_I şi S_{II} — suprafeţele deschise care mărginesc parţial subdomeniile D_I şi, respectiv, D_{II}, obţinute din suprafaţa Σ prin intersecţia acesteia cu suprafaţa S de separaţie,

$\chi_{G_I}(\boldsymbol{r})$ şi $\chi_{G_{II}}(\boldsymbol{r})$ — funcţii standard de punct date pe S_I şi, respectiv, S_{II}, alese după comoditate pentru fiecare domeniu în parte.

În cazul în care domeniul D este mărginit, pentru ca G_I şi G_{II} să existe funcţiile $\chi_{G_I}(\boldsymbol{r})$ şi $\chi_{G_{II}}(\boldsymbol{r})$ trebuie să satisfacă condiţia

$$\int_{S_I} \chi_{G_I}(\boldsymbol{r})\, \mathrm{d}A + \int_{S_{II}} \chi_{G_{II}}(\boldsymbol{r})\, \mathrm{d}A = -k_0, \tag{16}$$

corespunzătoare condiţiei generale (3).

În definiţia clasică a acestui tip de funcţie Green [3], $\chi_{G_I}(\boldsymbol{r})$ şi $\chi_{G_{II}}(\boldsymbol{r})$ sînt particularizate la aceeaşi constantă:

$$\chi_{G_I}(\boldsymbol{r}) = -\frac{k_0}{\mathcal{A}_\Sigma}, \qquad \chi_{G_{II}}(\boldsymbol{r}) = -\frac{k_0}{\mathcal{A}_\Sigma}. \tag{17}$$

Această din urmă definiţie a funcţiei Green este echivalentă cu aceea dată prin relaţiile (4) — (6). Într-un mod similar se defineşte funcţia

Green cînd drept suprafață S de separație între subdomenii se alege suprafața $x_1 = x_{10}$ sau $x_2 = x_{20}$. Prin urmare, în cazul tridimensional există trei posibilități de definire a funcției Green în modul indicat prin relațiile (9)—(16). Alegînd în mod convenabil subdomeniile D_{I} și D_{II}, cum și funcțiile $\chi_{G_{\mathrm{I}}}(\boldsymbol{r})$ și $\chi_{G_{\mathrm{II}}}(\boldsymbol{r})$, funcția Green definită prin relațiile (9) — (16) prezintă avantaje importante în numeroase probleme practice.

Funcțiile $G_{\mathrm{I}}(x_1, x_2, x_3 ; x_{10}, x_{20}, x_{30})$ și $G_{\mathrm{II}}(x_1, x_2, x_3 ; x_{10}, x_{20}, x_{30})$, definite prin relațiile (9)—(16), se construiesc astfel încît să satisfacă următoarele condiții de simetrie: schimbînd între ele variabilele x_3 și x_{30}, G_{I} devine G_{II} și invers ; lăsînd neschimbate variabilele x_3 și x_{30}, însă schimbînd între ele sau variabilele x_1 și x_{10} sau variabilele x_2 și x_{20}, G_{I} și G_{II} rămîn neschimbate.

Formula care dă soluția problemei (1)—(3) se obține la fel ca în cazul clasic, avînd exact aceeași formă [4] :

$$f(\boldsymbol{r}_0) = \int_{D_{\mathrm{I}}} \rho(\boldsymbol{r})\, G_{\mathrm{I}}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}_0)\, \mathrm{d}v + \int_{D_{\mathrm{II}}} \rho(\boldsymbol{r})\, G_{\mathrm{II}}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}_0)\, \mathrm{d}v + \tag{18}$$

$$+ \frac{1}{k_0} \int_{S_{\mathrm{I}}} \chi(\boldsymbol{r})\, G_{\mathrm{I}}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}_0)\, \mathrm{d}A + \frac{1}{k_0} \int_{S_{\mathrm{II}}} \chi(\boldsymbol{r})\, G_{\mathrm{II}}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}_0)\, \mathrm{d}A + \mathrm{const},$$

constanta din membrul drept fiind în acest caz egală cu o valoare medie ponderată a funcției $f(\boldsymbol{r})$ pe frontiera Σ a domeniului.

În cazul problemelor bidimensionale plan-paralele, funcțiile Green se definesc în mod similar [3], [4] : domeniul D este un domeniu plan (bidimensional), avînd ca frontieră curba Γ, distribuția „delta" tridimensională se înlocuiește prin distribuția „delta" bidimensională, suprafața S de separație prin curba C, iar suprafețele S_{I} și S_{II} (din (12), (13), (16), (18)) prin curbele corespunzătoare C_{I} și C_{II}. Formulele (8) și (18) își conservă forma, integralele de volum devenind însă integrale de suprafață, iar integralele pe frontiera domeniului transformîndu-se în integralele de linie corespunzătoare.

Odată construită funcția Green pentru domeniul considerat (definită fie prin relațiile (4)—(6), fie prin relațiile (9)—(16)), funcțiunea $f(\boldsymbol{r})$ căutată se obține prin integrările simple impuse prin formulele (8), respectiv (18).

3. FUNCȚII GREEN ALE LAPLACEANULUI PENTRU PROBLEME NEUMANN ÎN COORDONATE POLARE

Pentru ilustrarea modului de definire și de construire a funcțiilor Green introduse în capitolul 2, în cele ce urmează se consideră domenile plane determinate de curbe de coordonate ale sistemului de coordonate polare, $r\ \varphi$. Se definesc și se construiesc numai funcțiile Green sub forma a două expresii, fiecare valabilă în unul din cele două subdomenii în care se împart domeniile considerate, funcțiile exprimîndu-se prin dezvoltări în serii Fourier simple după coordonata unghiulară φ. Acest tip de expresii este cel mai utilizat practic.

3.1. FUNCȚIA GREEN PENTRU INTERIORUL PORȚIUNII DE COROANĂ CIRCULARĂ

Se utilizează sistemul de coordonate polare și dimensiunile geometrice din figura 1.

Domeniul D considerat este împărțit în două subdomenii D_I și D_{II} prin cercul $r = r_0$. Funcția Green căutată se definește sub forma a două expresii (9)—(16):

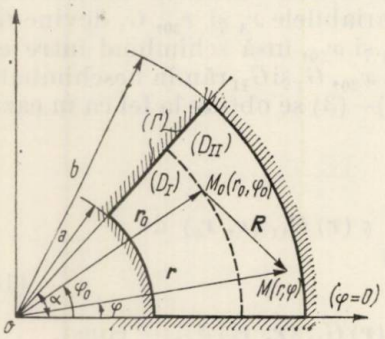


Fig. 1

$$G \equiv \begin{cases} G_I \text{ pentru } r \in [a, r_0), \ \varphi \in [0, \alpha], \\ G_{II} \text{ pentru } r \in (r_0, b], \ \varphi \in [0, \alpha], \end{cases} \tag{19}$$

unde G_I și G_{II} sînt soluțiile ecuațiilor lui Laplace:

$$\Delta G_I (r, \varphi; r_0, \varphi_0) = 0, \tag{20}$$

$$\Delta G_{II} (r, \varphi; r_0, \varphi_0) = 0, \tag{21}$$

cu condițiile de frontieră

$$-\frac{\partial G_I}{\partial r}\bigg|_{\substack{r=a \\ \varphi \in [0,\alpha]}} = -\frac{k_0}{\alpha(a+b)}, \tag{22}$$

$$\frac{\partial G_I}{\partial \varphi}\bigg|_{\substack{r \in [a, r_0] \\ \varphi=\alpha}} = \frac{\partial G_I}{\partial \varphi}\bigg|_{\substack{r \in [a, r_0] \\ \varphi=0}} = 0, \tag{23}$$

$$\frac{\partial G_{II}}{\partial r}\bigg|_{\substack{r=b \\ \varphi \in [0, \alpha]}} = -\frac{k_0}{\alpha (a+b)}, \tag{24}$$

$$\frac{\partial G_{II}}{\partial \varphi}\bigg|_{\substack{r \in [r_0, b] \\ \varphi=0}} = \frac{\partial G_{II}}{\partial \varphi}\bigg|_{\substack{r \in [r_0, b] \\ \varphi=\alpha}} = 0, \tag{25}$$

și cu condițiile de trecere

$$G_I = G_{II}, \tag{26}$$

$$\frac{\partial G_I}{\partial r} - \frac{\partial G_{II}}{\partial r} = k_0 \frac{\delta(\varphi - \varphi_0)}{r_0}, \qquad \text{pentru } r = r_0, \ \varphi \in [0, \alpha]. \tag{27}$$

Se observă că condițiile de frontieră alese (22)+(25) satisfac relația corespunzătoare (16), de exsitență a funcțiilor G_{I} și G_{II}.

Soluția generală a ecuației lui Laplace bidimensionale, (20) sau (21), se obține prin metoda separării variabilelor, avînd în coordonatele polare r, φ, expresia

$$\sum_{\lambda} (A_\lambda r^\lambda + B_\lambda r^{-\lambda})(C_\lambda \cos \lambda\varphi + D_\lambda \sin \lambda\varphi) + \left(A_0 \ln \frac{1}{r} + B_0\right)(C_0 \varphi + D_0). \tag{28}$$

Impunînd condițiile omogene (23) sau (25), rezultă $D_\lambda = 0$, $C_0 = 0$ și valorile proprii $\lambda = \frac{n\pi}{\alpha}$, n fiind un număr întreg pozitiv, $n = 1,2,3,\ldots$

Deci expresiile lui G_{I} și G_{II} pot fi scrise sub formele

$$G_{\mathrm{I}} = \sum_{n=1}^{\infty} \left[A_{n_{\mathrm{I}}} \left(\frac{r}{a}\right)^{\frac{n\pi}{\alpha}} + B_{n_{\mathrm{I}}} \left(\frac{a}{r}\right)^{\frac{n\pi}{\alpha}} \right] \cos \frac{n\pi\varphi}{\alpha} + A_{0_{\mathrm{I}}} \ln \frac{1}{r} + A_{0_{\mathrm{II}}} \ln \frac{1}{r_0} + B_{0_{\mathrm{I}}}, \tag{29}$$

$$G_{\mathrm{II}} = \sum_{n=1}^{\infty} \left[A_{n_{\mathrm{II}}} \left(\frac{r}{b}\right)^{\frac{n\pi}{\alpha}} + B_{n_{\mathrm{II}}} \left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{n\pi}{\alpha}} \right] \cos \frac{n\pi\varphi}{\alpha} + A_{0_{\mathrm{II}}} \ln \frac{1}{r} + A_{0_{\mathrm{I}}} \ln \frac{1}{r_0} + B_{0_{\mathrm{II}}}. \tag{30}$$

Ținînd seama de condițiile (22), (24), (26), rezultă

$$A_{n_{\mathrm{I}}} = B_{n_{\mathrm{I}}}, \qquad A_{0_{\mathrm{I}}} = -k_0 \frac{a}{\alpha(a+b)}, \tag{31}$$

$$A_{n_{\mathrm{II}}} = B_{n_{\mathrm{II}}}, \qquad A_{0_{\mathrm{II}}} = k_0 \frac{b}{\alpha(a+b)}, \tag{32}$$

$$A_{n_{\mathrm{I}}} \left(\frac{r_0}{a}\right)^{\frac{n\pi}{\alpha}} + B_{n_{\mathrm{I}}} \left(\frac{a}{r_0}\right)^{\frac{n\pi}{\alpha}} = A_{n_{\mathrm{II}}} \left(\frac{r_0}{b}\right)^{\frac{n\pi}{\alpha}} + B_{n_{\mathrm{II}}} \left(\frac{b}{r_0}\right)^{\frac{n\pi}{\alpha}}, \; B_{0_{\mathrm{I}}} = B_{0_{\mathrm{II}}}. \tag{33}$$

Impunînd și condiția (27), se obține

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n\pi}{\alpha}\right)\left\{A_{n_{\mathrm{I}}}\left[\left(\frac{r_0}{a}\right)^{\frac{n\pi}{\alpha}}-\left(\frac{a}{r_0}\right)^{\frac{n\pi}{\alpha}}\right]-A_{n_{\mathrm{II}}}\left[\left(\frac{r_0}{b}\right)^{\frac{n\pi}{\alpha}}-\left(\frac{b}{r_0}\right)^{\frac{n\pi}{\alpha}}\right]\right\}\cos\frac{n\pi\varphi}{\alpha}-$$

$$-A_{0_{\mathrm{I}}}+A_{0_{\mathrm{II}}}=k_0\,\delta(\varphi-\varphi_0). \tag{34}$$

Utilizînd dezvoltarea distribuției „delta" în serie Fourier simplă de cosinuși (v. anexa (A. 4))

$$\delta(\varphi-\varphi_0)=\frac{2}{\alpha}\left[\sum_{n=1}^{\infty}\cos\frac{n\pi\varphi_0}{\alpha}\cos\frac{n\pi\varphi}{\alpha}+\frac{1}{2}\right], \tag{35}$$

și ținînd sema de faptul că $-A_0+A_{0_{\mathrm{II}}}=\frac{k_0}{\alpha}$ (cu (31) și (32)),se observă că se poate face identificarea coeficienților seriilor în cei doi membri ai identității (34), rezultînd

$$A_{n_{\mathrm{I}}}\left[\left(\frac{r_0}{a}\right)^{\frac{n\pi}{\alpha}}-\left(\frac{a}{r_0}\right)^{\frac{n\pi}{\alpha}}\right]-A_{n_{\mathrm{II}}}\left[\left(\frac{r_0}{b}\right)^{\frac{n\pi}{\alpha}}-\left(\frac{b}{r_0}\right)^{\frac{n\pi}{\alpha}}\right]=k_0\frac{2}{\pi n}\cos\frac{n\pi\varphi_0}{\alpha}. \tag{36}$$

Ecuațiile (31), (32), (33) și (36) determină toate constantele de integrare din expresiile (29) și (30). Funcția Green (19) se obține sub forma

$$G_{\mathrm{I}}(r,\varphi;r_0\ \varphi_0)=\frac{k_0}{\alpha(a+b)}\left[-a\ln\frac{1}{r}+b\ln\frac{1}{r_0}\right]+$$

$$+\frac{k_0}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\frac{\left[\left(\frac{r}{a}\right)^{\frac{n\pi}{\alpha}}+\left(\frac{a}{r}\right)^{\frac{n\pi}{\alpha}}\right]\left[\left(\frac{r_0}{b}\right)^{\frac{n\pi}{\alpha}}+\left(\frac{b}{r_0}\right)^{\frac{n\pi}{\alpha}}\right]}{\left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{n\pi}{\alpha}}-\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{n\pi}{\alpha}}}\cos\frac{n\pi\varphi}{\alpha}\cos\frac{n\pi\varphi_0}{\alpha}+G_0 \tag{37}$$

pentru $r\in[0,\ r_0)$, $\varphi\in[0,\alpha]$ și

$$G_{\mathrm{II}}(r,\ \varphi;r_0\varphi_0)=\frac{k_0}{\alpha(a+b)}\left[b\ln\frac{1}{r}-a\ln\frac{1}{r_0}\right]+$$

$$+\frac{k_0}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\frac{\left[\left(\frac{r}{b}\right)^{\frac{n\pi}{\alpha}}+\left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{n\pi}{\alpha}}\right]\left[\left(\frac{r_0}{a}\right)^{\frac{n\pi}{\alpha}}+\left(\frac{a}{r_0}\right)^{\frac{n\pi}{\alpha}}\right]}{\left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{n\pi}{\alpha}}-\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{n\pi}{\alpha}}}\cos\frac{n\pi\varphi}{\alpha}\cos\frac{n\pi\varphi_0}{\alpha}+G_0 \tag{38}$$

pentru $r \in (r_0\, b]$, $\varphi \in [0, \alpha]$, unde constanta aditivă nedeterminată ($B_{0_I} = B_{0_{II}}$) a fost notată cu G_0.

Expresiile (37) și (38) pot fi condensate în una singură :

$$G(r,\varphi\,;\, r_0,\, \varphi_0) = \frac{k_0}{\alpha(a+b)}\left[-a\ln\frac{1}{r_<} + b\ln\frac{1}{r_>}\right] + \\ + \frac{k_0}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\frac{\left[\left(\frac{r_<}{a}\right)^{\frac{n\pi}{\alpha}} + \left(\frac{a}{r_<}\right)^{\frac{n\pi}{\alpha}}\right]\left[\left(\frac{r_>}{b}\right)^{\frac{n\pi}{\alpha}} + \left(\frac{b}{r_>}\right)^{\frac{n\pi}{\alpha}}\right]}{\left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{n\pi}{\alpha}} - \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{n\pi}{\alpha}}}\cos\frac{n\pi\varphi}{\alpha}\cos\frac{n\pi\varphi_0}{\alpha} + G_0, \tag{39}$$

unde $r_<$ și $r_>$ reprezintă pe cea mai mică, și respectiv, mai mare dintre coordonatele r și r_0,

$$r_< \equiv \min\,(r,\, r_0), \\ r_> \equiv \max\,(r,\, r_0). \tag{40}$$

CAZURI PARTICULARE

a. Interiorul coroanei circulare cu o tăietură rodială

Pentru $\alpha = 2\pi$ se obține domeniul din figura 2 :

Condițiile de frontieră (22)—(25) devin

$$-\left.\frac{\partial G_I}{\partial r}\right|_{\substack{r=a \\ \varphi\in[0,2\pi]}} = -\frac{k_0}{2\pi\,(a+b)}, \\ \left.\frac{\partial G_I}{\partial \varphi}\right|_{\substack{r\in[a,r_0] \\ \varphi=0}} = \left.\frac{\partial G_I}{\partial \varphi}\right|_{\substack{r\in[a,r_0] \\ \varphi=2\pi}} = 0, \\ \left.\frac{\partial G_{II}}{\partial r}\right|_{\substack{r=b \\ \varphi\in[0,2\pi]}} = -\frac{k_0}{2\pi(a+b)}, \\ \left.\frac{\partial G_{II}}{\partial \varphi}\right|_{\substack{r\in[r_0,\,b] \\ \varphi=0}} = \left.\frac{\partial G_{II}}{\partial \varphi}\right|_{\substack{r\in[r_0,\,b] \\ \varphi=2\pi}} = 0. \tag{41}$$

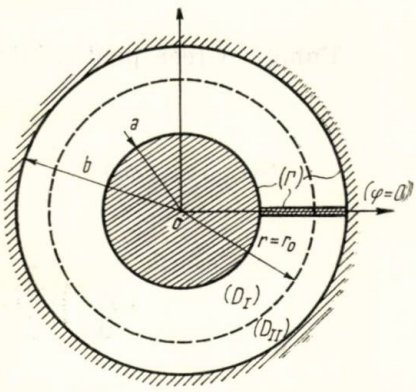


Fig. 2

Funcția Green pentru acest caz se obține particularizînd expresia (39) :

$$G(r, \varphi; r_0, \varphi_0) = \frac{k_0}{2\pi(a+b)}\left[-a\ln\frac{1}{r_<} + b\ln\frac{1}{r_>}\right] +$$

$$+\frac{k_0}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\frac{\left[\left(\frac{r_<}{a}\right)^{\frac{n}{2}}+\left(\frac{a}{r_<}\right)^{\frac{n}{2}}\right]\left[\left(\frac{r_>}{b}\right)^{\frac{n}{2}}+\left(\frac{b}{r_>}\right)^{\frac{n}{2}}\right]}{\left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{n}{2}}-\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{n}{2}}}\cos\frac{n\varphi}{2}\cos\frac{n\varphi_0}{2}+G_0, \quad (42)$$

$r_<$ și $r_>$ avînd aceeași semnificație (40).

b. **Interiorul sectorului circular**

Pentru $a\to 0$ se obține domeniul din figura 3 :

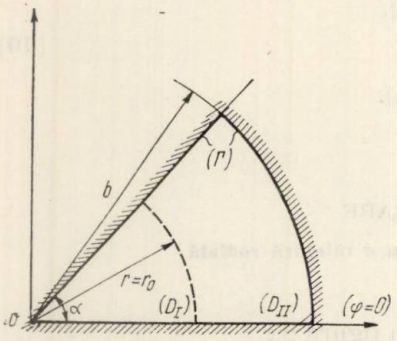


Fig. 3

Condițile de frontieră (22) —(25) devin în acest caz

$$\left.\frac{\partial G_{\mathrm{I}}}{\partial\varphi}\right|_{\substack{r\in[0,r_0]\\ \varphi=0}} = \left.\frac{\partial G_{\mathrm{I}}}{\partial\varphi}\right|_{\substack{r\in[0,r_0]\\ \varphi=\alpha}} = 0,$$

$$\left.\frac{\partial G_{\mathrm{II}}}{\partial r}\right|_{\substack{r=b\\ \varphi\in[0,\alpha]}} = -\frac{k_0}{\alpha b}, \quad (43)$$

$$\left.\frac{\partial G_{\mathrm{II}}}{\partial\varphi}\right|_{\substack{r\in[r_0,b]\\ \varphi=0}} = \left.\frac{\partial G_{\mathrm{II}}}{\partial\varphi}\right|_{\substack{r\in[r_0,b]\\ \varphi=\alpha}} = 0.$$

Funcția Green pentru interiorul sectorului circular rezultă din(39) :

$$G(r, \varphi; r_0, \varphi_0) = \frac{k_0}{\alpha}\ln\frac{1}{r_>} + \frac{k_0}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\left(\frac{r_<}{b}\right)^{\frac{n\pi}{\alpha}}\left[\left(\frac{r_>}{b}\right)^{\frac{n\pi}{\alpha}}+\right.$$

$$\left.+\left(\frac{b}{r_>}\right)^{\frac{n\pi}{\alpha}}\right]\cos\frac{n\pi\varphi}{\varphi}\cos\frac{n\pi\varphi_0}{\alpha}+G_0, \quad (44)$$

în care $r_<$ și $r_>$ sînt notațiile (40).

c. Interiorul cercului cu o tăietură radială

Particularizînd sectorul circular pentru $\alpha = 2\pi$ sau coroana circulară cu o tăietură radială pentru $a \to 0$, se obține domeniul din figura 4 :

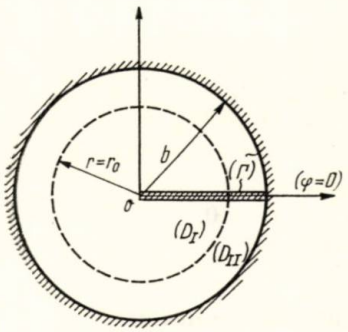


Fig. 4

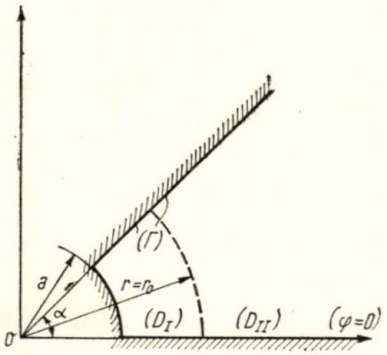


Fig. 5

Condițiile de frontieră (22)—(25) se scriu

$$\left.\frac{\partial G_{\mathrm{I}}}{\partial \varphi}\right|_{\substack{r \in [0,\, r_0] \\ \varphi = 0}} = \left.\frac{\partial G_{\mathrm{I}}}{\partial \varphi}\right|_{\substack{r \in [0,\, r_0] \\ \varphi = 2\pi}} = 0,$$

$$\left.\frac{\partial G_{\mathrm{II}}}{\partial r}\right|_{\substack{r = b \\ \varphi \in [0,\, 2\pi]}} = -\frac{k_0}{2\pi b}, \tag{45}$$

$$\left.\frac{\partial G_{\mathrm{II}}}{\partial \varphi}\right|_{\substack{r \in [r_0,\, b] \\ \varphi = 0}} = \left.\frac{\partial G_{\mathrm{II}}}{\partial \varphi}\right|_{\substack{r \in [r_0,\, b] \\ \varphi = 2\pi}} = 0.$$

Funcția Green pentru acest domeniu rezultă dn (44) sau (42) :

$$G(r, \varphi ; r_0\, \varphi_0) = \frac{k_0}{2\pi} \ln \frac{1}{r_>} + \frac{k_0}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{r_<}{b}\right)^{\frac{n}{2}} \left[\left(\frac{r_>}{b}\right)^{\frac{n}{2}} + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{b}{r_>}\right)^{\frac{n}{2}}\right] \cos \frac{n\varphi}{2} \cos \frac{n\varphi_0}{2} + G_0, \tag{46}$$

$r_<$ și $r_>$ fiind notațiile (40).

d. *Pentru* $b \to \infty$ domeniul din figura 1 se transformă în domeniul din figura 5 :

Condiţiile de frontieră (22)—(25) sînt în acest caz

$$\left.\frac{\partial G_{\mathrm{I}}}{\partial r}\right|_{\substack{r=a \\ \varphi\in[0,\,\alpha]}} = 0,$$

$$\left.\frac{\partial G_{\mathrm{I}}}{\partial \varphi}\right|_{\substack{r\in[a,\,r_0] \\ \varphi=0}} = \left.\frac{\partial G_{\mathrm{I}}}{\partial \varphi}\right|_{\substack{r\in[a,\,r_0] \\ \varphi=\alpha}} = 0, \tag{47}$$

$$\left.\frac{\partial G_{\mathrm{II}}}{\partial \varphi}\right|_{\substack{r\in[r_0,\,\infty) \\ \varphi=0}} = \left.\frac{\partial G_{\mathrm{II}}}{\partial \varphi}\right|_{\substack{r\in[r_0,\,\infty) \\ \varphi=\alpha}} = 0.$$

Funcţia Green se obţine prin particularizare din (39):

$$G(r,\,\varphi;\,r_0,\,\varphi_0) = \frac{k_0}{\alpha}\ln\frac{1}{r_>} + \frac{k_0}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\left(\frac{a}{r_>}\right)^{\frac{n\pi}{\alpha}}\left[\left(\frac{r_<}{a}\right)^{\frac{n\pi}{\alpha}} + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{a}{r_<}\right)^{\frac{n\pi}{\alpha}}\right]\cos\frac{n\pi\varphi}{\alpha}\cos\frac{n\pi\varphi_0}{\alpha} + G_0, \tag{48}$$

în care au fost utilizate notaţiile (40).

e. Exteriorul cercului cu o tăietură radială

Particularizînd domeniul din figura 5 pentru $\alpha = 2\pi$, sau domeniul din figura 2 pentru $b\to\infty$, se obţine domeniul din figura 6.

Condiţiile de frontieră corespunzătoare acestui domeniu sînt

$$\left.\frac{\partial G_{\mathrm{I}}}{\partial r}\right|_{\substack{r=a \\ \varphi\in[0,2\pi]}} = 0,$$

$$\left.\frac{\partial G_{\mathrm{I}}}{\partial \varphi}\right|_{\substack{r\in[a,\,r_0] \\ \varphi=0}} = \left.\frac{\partial G_{\mathrm{I}}}{\partial \varphi}\right|_{\substack{r\in[a,\,r_0] \\ \varphi=2\pi}} = 0, \tag{49}$$

$$\left.\frac{\partial G_{\mathrm{II}}}{\partial \varphi}\right|_{\substack{r\in[r_0,\,\infty) \\ \varphi=0}} = \left.\frac{\partial G_{\mathrm{Ii}}}{\partial \varphi}\right|_{\substack{r\in[r_0,\,\infty) \\ \varphi=2\pi}} = 0.$$

Funcția Green rezultă din (48) sau (42) :

$$G(r,\ \varphi\ ;r_0,\ \varphi_0)=\frac{k_0}{2\pi}\ln\frac{1}{r_>}+\frac{k_0}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\left(\frac{a}{r_>}\right)^{\frac{n}{2}}\left[\left(\frac{r_<}{a}\right)^{\frac{n}{2}}+\right.$$

$$\left.+\left(\frac{a}{r_<}\right)^{\frac{n}{2}}\right]\cos\frac{n\varphi}{2}\cos\frac{n\varphi_0}{2}+G_0, \tag{50}$$

utilizînd aceleași notații (40).

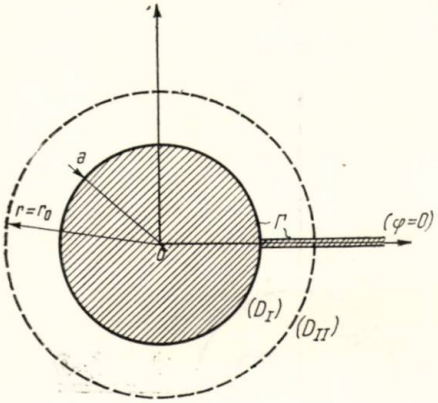


Fig. 6

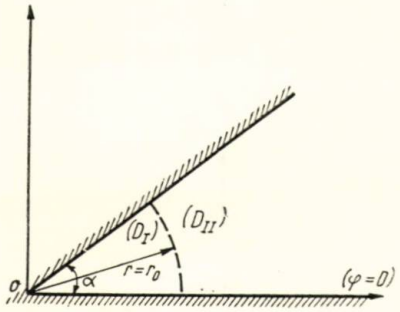


Fig. 7

f. Domeniul unghiular

Făcînd $a\to 0$ în figura 5 sau $b\to\infty$ în figura 3, se ajunge la domeniul din figura 7.

Condițiile de frontieră (22)—(25) se reduc la

$$\left.\frac{\partial G_{\mathrm{I}}}{\partial\varphi}\right|_{\substack{r\in[0,r_0]\\ \varphi=0}}=\left.\frac{\partial G_{\mathrm{I}}}{\partial\varphi}\right|_{\substack{r\in[0,\,r_0]\\ \varphi=\alpha}}=0,$$

$$\left.\frac{\partial G_{\mathrm{II}}}{\partial\varphi}\right|_{\substack{r\in[r_0,\infty)\\ \varphi=0}}=\left.\frac{\partial G_{\mathrm{II}}}{\partial\varphi}\right|_{\substack{r\in[r_0,\infty)\\ \varphi=\alpha}}=0. \tag{51}$$

Funcția Green pentru domeniul unghiular de deschidere α rezultă particularizînd (48) sau (44)

$$G(r,\ \varphi\ ;\ r_0,\ \varphi_0)=\frac{k_0}{\alpha}\ln\frac{1}{r_>}+\frac{k_0}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\left(\frac{r_<}{r_>}\right)^{\frac{n\pi}{\alpha}}\cos\frac{n\pi\varphi}{\alpha}\cos\frac{n\pi\varphi_0}{\alpha}+G_0, \tag{52}$$

unde s-au folosit notațiile (40).

g. Semiplanul

Semiplanul din figura 8 rezultă pentru o deschidere $\alpha = \pi$ a domeniului unghiular.

Condiţiile de frontieră (22) — (25) se scriu sub forma

$$\left.\frac{\partial G_{\mathrm{I}}}{\partial \varphi}\right|_{\substack{r\in[0,r_0]\\ \varphi=0}} = \left.\frac{\partial G_{\mathrm{I}}}{\partial \varphi}\right|_{\substack{r\in[0,r_0]\\ \varphi=\pi}} = 0,$$

$$\left.\frac{\partial G_{\mathrm{II}}}{\partial \varphi}\right|_{\substack{r\in[r_0,\infty)\\ \varphi=0}} = \left.\frac{\partial G_{\mathrm{II}}}{\partial \varphi}\right|_{\substack{r\in[r_0,\infty)\\ \varphi=\pi}} = 0. \tag{53}$$

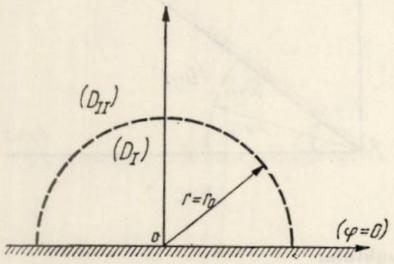


Fig. 8

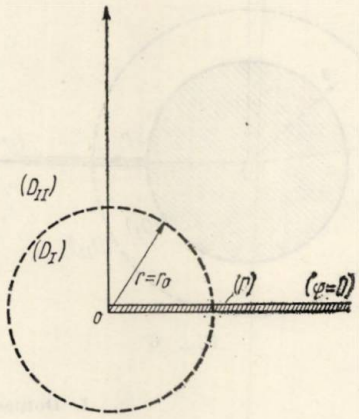


Fig. 9

Funcţia Green pentru semiplan se obţine din (52):

$$G(r, \varphi; r_0, \varphi_0) = \frac{k_0}{\pi} \ln \frac{1}{r_>} + \frac{k_0}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{r_<}{r_>}\right)^n \cos n\varphi \cos n\varphi_0 + G_0, \tag{54}$$

în care s-au folosit notaţiile (40).

h. Planul cu o tăietură radială

Făcînd $\alpha = 2\pi$ în cazul f) sau $a \to 0$ în cazul e) sau $b \to \infty$ în cazul c), se ajunge la domeniul din figura 9:

Condiţiile de frontieră (22) — (25) sînt în acest caz

$$\left.\frac{\partial G_{\mathrm{I}}}{\partial \varphi}\right|_{\substack{r\in[0,r_0]\\ \varphi=0}} = \left.\frac{\partial G_{\mathrm{I}}}{\partial \varphi}\right|_{\substack{r\in[0,r_0]\\ \varphi=2\pi}} = 0,$$

$$\left.\frac{\partial G_{\mathrm{II}}}{\partial \varphi}\right|_{\substack{r\in[r_0,\infty)\\ \varphi=0}} = \left.\frac{\partial G_{\mathrm{II}}}{\partial \varphi}\right|_{\substack{r\in[r_0,\infty)\\ \varphi=2\pi}} = 0. \tag{55}$$

Funcția Green pentru acest domeniu rezultă sau din (52), sau din (50), sau din (46) :

$$G(r, \varphi; r_0, \varphi_0) = \frac{k_0}{2\pi} \ln \frac{1}{r_>} + \frac{k_0}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{r_<}{r_>} \right)^{\frac{n}{2}} \cos \frac{n\varphi}{2} \cos \frac{n\varphi_0}{2} + G_0, \qquad (56)$$

utilizînd din nou notațiile (40).

i. Interiorul dreptunghiului

Domeniul dreptunghiular din figura 10 se obține din acela din figura 1, făcînd

$$a \to \infty,\ b \to \infty,\ \alpha \to 0\ ;\ r \to \infty,\ \varphi \to 0\ ;\ r_0 \to \infty,\ \varphi_0 \to 0,$$

astfel încît

$$\begin{aligned} &b - a = \text{const.} \equiv l,\ \ \alpha a \to h,\ \ \alpha b \to h, \\ &r - a \to x,\ b - r \to l - x,\ \ \varphi a \to y,\ \ \varphi b \to y, \\ &r_0 - a \to x_0, b - r_0 \to l - x_0, \varphi_0\ a \to y_0\ \varphi_0\ b \to y_0. \end{aligned} \qquad (57)$$

Condițiile de frontieră (22)—(25) devin în acest caz

$$\begin{aligned} &-\frac{\partial G_{\mathrm{I}}}{\partial x}\bigg|_{\substack{x=0 \\ y \in [0,\, h]}} = -\frac{k_0}{2h}, \\ &\frac{\partial G_{\mathrm{I}}}{\partial y}\bigg|_{\substack{x \in [0,\, x_0] \\ y=0}} = \frac{\partial G_{\mathrm{I}}}{\partial y}\bigg|_{\substack{x \in [0,\, x_0] \\ y=h}} = 0, \\ &\frac{\partial G_{\mathrm{II}}}{\partial x}\bigg|_{\substack{x=l \\ y \in [0,\, h]}} = -\frac{k_0}{2h}, \\ &\frac{\partial G_{\mathrm{II}}}{\partial y}\bigg|_{\substack{x \in [x_0,\, l] \\ y=0}} = \frac{\partial G_{\mathrm{II}}}{\partial y}\bigg|_{\substack{x \in [x_0,\, l] \\ y=h}} = 0. \end{aligned} \qquad (58)$$

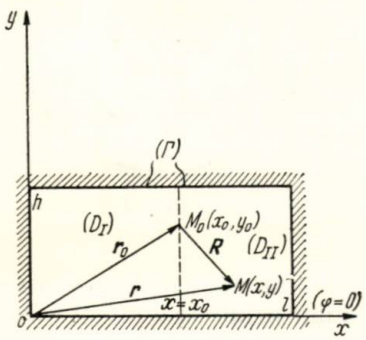


Fig. 10

Funcția Green pentru interiorul dreptunghiular se obține din expresia (39) prin trecere la limită

$$G(x, y; x_0\ y_0) = \frac{k_0}{2h} (x_< - x_>) +$$

$$+ k_0 \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \frac{\operatorname{ch} \dfrac{n\pi x_<}{h} \operatorname{ch} \dfrac{n\pi(l - x_>)}{h} \cos \dfrac{n\pi y}{h} \cos \dfrac{n\pi y_0}{h}}{\operatorname{sh} \dfrac{n\pi l}{h}} + G_0, \qquad (59)$$

în care $x_<$ și $x_>$ reprezintă pe cea mai mică și, respectiv, mai mare dintre coordonatele x și x_0.

3.2. FUNCȚIA GREEN PENTRU INTERIORUL COROANEI CIRCULARE

În cazul domeniului din figura 11 se impun următoarele condiții de frontieră :

$$-\left.\frac{\partial G_{\mathrm{I}}}{\partial r}\right|_{\substack{r=a \\ \varphi\in[0,2\pi]}} = -\frac{k_0}{2\pi(a+b)},$$

$$\left.\frac{\partial G_{\mathrm{II}}}{\partial r}\right|_{\substack{r=b \\ \varphi\in[0,2\pi]}} = -\frac{k_0}{2\pi(a+b)}. \tag{60}$$

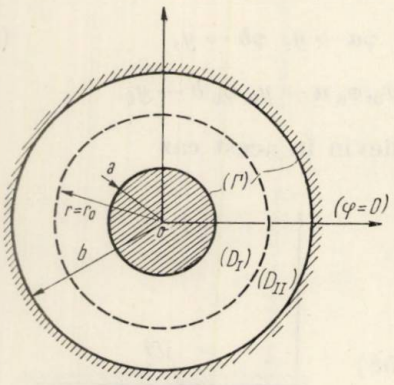


Fig. 11

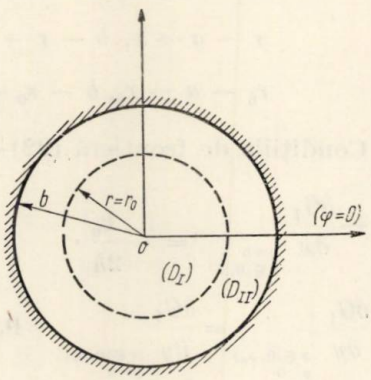


Fig. 12

Funcția Green pentru acest domeniu se determină printr-un calcul similar celui efectuat în cazul domeniului din figura 1, sub forma

$$G(r,\varphi;r_0\,\varphi_0) = \frac{k_0}{2\pi(a+b)}\left[-a\ln\frac{1}{r_<}+b\ln\frac{1}{r_>}\right]+$$

$$+\frac{k_0}{2\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\frac{\left[\left(\frac{r_<}{a}\right)^n+\left(\frac{a}{r_<}\right)^n\right]\left[\left(\frac{r_>}{b}\right)^n+\left(\frac{b}{r_>}\right)^n\right]}{\left(\frac{b}{a}\right)^n-\left(\frac{a}{b}\right)^n}\cos n(\varphi-\varphi_0)+G_0, \tag{61}$$

$r_<$ și $r_>$ fiind specificate prin notațiile (40).

CAZURI PARTICULARE

a. Interiorul cercului

Condițiile de frontieră (60) se reduc în acest caz la

$$\left.\frac{\partial G_{II}}{\partial r}\right|_{\substack{r=b \\ \varphi\in[0,2\pi]}} = -\frac{k_0}{2\pi b}. \tag{62}$$

Funcția Green pentru interiorul cercului se obține particularizînd expresia (61) pentru $a\to 0$

$$G(r,\varphi;r_0,\varphi_0)=\frac{k_0}{2\pi}\left\{\ln\frac{1}{r_>}+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\left(\frac{r_<}{b}\right)^n\left[\left(\frac{r_>}{b}\right)^n+\left(\frac{b}{r_>}\right)^n\right]\cos n(\varphi-\varphi_0)\right\}+G_0, \tag{63}$$

în care s-au utilizat notațiile (40).

b. Exteriorul cercului

Acest domeniu rezultă din coroana circulară din figura 11, făcînd $b\to\infty$:

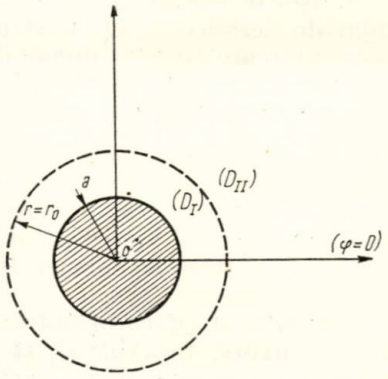


Fig. 13

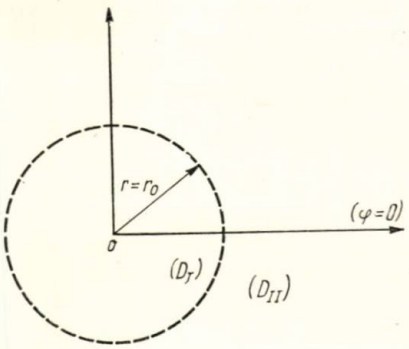


Fig. 14

Condiția de frontieră se scrie

$$\left.\frac{\partial G_I}{\partial r}\right|_{\substack{r=a \\ \varphi\in[0,2\pi]}} = 0. \tag{64}$$

Funcția Green pentru exteriorul cercului va fi din (61):

$$G(r,\varphi;r_0,\varphi_0)=\frac{k_0}{2\pi}\left\{\ln\frac{1}{r_>}+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\left(\frac{a}{r_>}\right)^n\left[\left(\frac{r_<}{a}\right)^n+\left(\frac{a}{r_<}\right)^n\right]\cos n(\varphi-\varphi_0)\right\}+G_0, \tag{65}$$

$r_<$ și $r_>$ fiind date prin notațiile (40).

c. Întregul plan

Din (63), pentru $b \to \infty$, sau din (65), pentru $a \to 0$, se obține funcția Green pentru întregul plan :

$$G(r, \varphi; r_0, \varphi_0) = \frac{k_0}{2\pi}\left\{\ln\frac{1}{r_>} + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\left(\frac{r_<}{r_>}\right)^n \cos n(\varphi - \varphi_0)\right\} + G_0, \quad (66)$$

unde $r_<$ și $r_>$ sînt aceleași notații (40).

Expresia (66) este identică cu aceea a funcției Green pentru problema Dirichlet referitoare la întregul plan, reprezentînd dezvoltarea funcției $\frac{k_0}{2\pi}\ln\frac{1}{R}$ în serie Fourier după coordonata unghiulară φ.

4. OBSERVAȚII ȘI CONCLUZII

Definiția clasică a funcțiilor Green ale operatorului lui Laplace pentru probleme Neumann interioare conduce, în general la calcule laborioase pentru determinarea acestor funcții, expresiile lor rezultînd complicate.

În lucrare se definesc noi funcții Green, ușor de construit și mai simple ca structură. Pentru ilustrarea modului de definire și de construire propus, se calculează funcțiile Green corespunzătoare tuturor domeniilor plane determinate de curbe de coordonate în sistemul coordonatelor plane.

Funcțiile Green pentru domeniile considerate în cazurile b), d), f), g), de la par. 3.1, cînd unghiul α satisface condiția $\alpha = \frac{\pi}{m}$, m=întreg, și funcțiile Green pentru domeniile considerate în cazurile a), b) de la paragraful 3.2 se pot obține pe cale elementară cu ajutorul metodei imaginilor, ținînd seama de dezvoltarea funcții $\ln R$ în serie Fourier după coordonata unghiulară φ.

Se observă că fiecare funcție Green calculată satisface următoarele condiții de simetrie : înlocuind pe φ prin φ_0 și invers, funcțiile G_{I} și G_{II} rămîn neschimbate, însă, înlocuind pe r prin r_0 și invers, funcția G_{I} se transformă în G_{II} și invers.

Sumele $\sum_{n=1}^{\infty}$ din toate expresiile funcțiilor Green calculate corespund unor condiții de frontieră *omogene*, fiind analoage din acest punct de vedere, ca și din punctul de vedere al structurii lor, sumelor din funcțiile Green pentru problema Dirichlet corespunzătoare acelorași domenii. Termenii necuprinși în aceste sume asigură satisfacerea condițiilor *neomogene* de frontieră, impuse în definiția funcțiilor Green respective, ca și comportarea acestor funcții la infinit.

Cunoscînd funcțiile Green prezentate în lucrarea de față, soluțiile tuturor problemelor de cîmpuri poissoniene ori laplaceene în condiții de frontieră Neumann referitoare la domeniile considerate se obțin efectuînd doar integrările din formula corespunzătoare (18).

În mod similar se construiesc funcțiile Green în cazul în care domeniile considerate se împart în două subdomenii prin curba de coordonate $\varphi = \varphi_0$, ca și funcțiile Green corespunzătoare definiției (4)—(6).

Utilizînd metoda prezentată în lucrare, se pot construi funcții Green ale laplaceanului pentru probleme Neumann referitoare la domeniile mărginite de curbe sau de suprafețe de coordonate în oricare din cele 14 sisteme de coordonate în care se poate face separarea variabilelor în ecuația lui Laplace.

ANEXĂ

DEZVOLTAREA DISTRIBUȚIEI „DELTA" ÎN SERIE FOURIER PARĂ

Dezvoltarea distribuției $\delta(\varphi - \varphi_0)$, definită în domeniul $\varphi \in [0, \alpha]$, în serie Fourier de cosinusi se face „prelungind" această distribuție simetric în raport cu $\varphi = 0$ în intervalul $[-\alpha, 0]$. Rezultă seria

$$\delta(\varphi - \varphi_0) = \delta_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \delta_n \cos \frac{n\pi\varphi}{\alpha}, \tag{A.1}$$

ai cărei coeficienți se calculează utilizînd proprietățile distribuției „delta" [2]:

$$\delta_0 = \frac{1}{\alpha} \int_0^{\alpha} \delta(\varphi - \varphi_0)\, d\varphi = \frac{1}{\alpha}, \tag{A.2}$$

$$\delta_n = \frac{2}{\alpha} \int_0^{\alpha} \cos \frac{n\pi\varphi}{\alpha}\, \delta(\varphi - \varphi_0)\, d\varphi = \frac{2}{\alpha} \cos \frac{n\pi\varphi_0}{\alpha}. \tag{A.3}$$

Prin urmare, se obține dezvoltarea

$$\delta(\varphi - \varphi_0) = \frac{2}{\alpha} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \cos \frac{n\pi\varphi}{\alpha} \cos \frac{n\pi\varphi_0}{\alpha} + \frac{1}{2} \right]. \tag{A.4}$$

BIBLIOGRAFIE

1. Ph. M. Morse, H. Feshbach, *Methods of theoretical physics*, Part I, Chapt, 7, New York—Toronto—London, McGraw-Hill, Book Co., Inc. 1953.
2. В. С. Владимиров *Уравнения математической физики*, Москва. Изд-во „Наука", 1967, p. 73—149, 273—350.
3. I. R. Ciric, *Green functions of the Laplace operator for internal Neumann problems*, Rev. Roum. Sci. Techn.—Électrotechn. et Énerg., **15**, *3*, 373—387 (1970).
4. R. Răduleț, I. R. Ciric, *Solutions des problemes aux limites de l'équation de Poisson, utilisant deux expressions de la fonction de Green en deux sous-domaines*, Rev. Roum. Sci. Techn.—Électrotechn. et Énerg., **13**, *4*, 541—551 (1968).
5. R. Răduleț, I. R. Ciric, *Generalized functions in the theory of fields*, Rev. Roum. Sci. Techn.—Électotechn. et Énerg, **16**, *4*, 565—591, (1971).

FORŢE ELECTRODINAMICE ÎN REGIM TRANZITORIU ÎN SISTEME DE CONDUCTOARE ECRANATE

CORNELIA IONESCU

621.3.001 :621.018.44

În lucrare se prezintă o metodă de studiu analitic al forţelor în regim tranzitoriu în sisteme de conductoare de fază, situate în acelaşi ecran, coplanar sau în colţurile unui triunghi echilateral.
Compararea expresiilor de calcul obţinute pentru cazurile (σ_S şi $\sigma_S = \infty$) şi a rezultatelor numerice obţinute pe calculator, pentru diverse valori ale parametrilor ce intervin în aceste expresii, a evidenţiat importanţa luării în considerare a conductivităţii finite a ecranelor şi a componentei aperiodice a curentului de scurtcircuit în vederea unui studiu riguros al forţelor în regim tranzistoriu.

1. INTRODUCERE

Importanţa studierii proceselor tranzitorii şi legată de aceasta a problemei scurtcircuitelor şi a stabilităţii sistemelor electroenergetice este cunoscută şi din ce în ce mai actuală, fiind o consecinţă a progresului tehnic rapid şi a creşterii continue a necesităţilor consumatorilor în ceea ce priveşte siguranţa în alimentarea cu energie electrică. Tendinţa actuală de reducere pe cît posibil a timpului de deconectare a sectorului sau a elementului de sistem avariat şi anume de la secunde la zecimi sau sutimi de secundă, permite eliminarea aproape completă a eventualelor pendulări ale maşinilor electrice, care ar putea conduce la ieşirea generatoarelor din sincronism.

În cazurile cînd scurtcircuitul se produce la o distanţă relativ mare de generator, presupus a fi o sursă de tensiune sinusoidală de amplitudine constantă procesul tranzitoriu se caracterizează prin amortizarea componentei aperiodice a curentului de scurtcircuit, funcţionarea circuitului fiind determinată doar de componenta periodică a acestuia, care, la parametrii constanţi ai elementelor circuitului, reprezintă un curent sinusoidal de amplitudine constantă. Acesta este considerat un regim permanent de scurtcircuit, iar curentul respectiv reprezintă un curent de scurtcircuit stabilizat.

Dacă punctul de apariţie al scurtcircuitului este foarte apropiat de generator, ipoteza de mai sus nu mai este valabilă, deoarece mărirea reacţiei statorului la scurtcircuit duce la demagnetizarea generatorului şi deci la scăderea tensiunii sale pînă la un anumit nivel, dependent de

parametrii generatorului şi de distanţa pînă la punctul de scurtcircuit. În cazurile în care sistemele sînt dotate cu reglaj automat al tensiunii, este posibilă o compensare parţială sau chiar totală a scăderii tensiunii generatorului prin creşterea curentului de excitaţie, aşa încît se poate considera, chiar şi în cazul cel mai defavorabil al apariţiei scurtcircuitului la bornele generatorului amplitudinea tensiunii, deci şi a cnrentului de scurtcircuit stabilizat ca fiind constantă.

Pentru sistemele electroenergetice moderne evaluarea regimului permanent în modul expus anterior este aproximativă şi reprezintă doar o limită teoretică. Devine tot mai necesar studiul regimului tranzitoriu provocat de procesele de scurtcircuit într-un moment imediat următor producerii avariei, înainte de amortizarea componentei aperiodice.

În cele ce urmează se studiază influenţa componentei aperiodice a curentului de scurtcircuit asupra eforturilor electrodinamice care apar în sisteme de conductoare de fază ecranate în comun, cu ecrane cilindrice circulare.

2. MODELUL TEORETIC

Studiul fenomenelor electromagnetice ce au loc în sisteme de conductoare ecranate electromagnetci, în comun, cu ecrane cilindrice circulare impune adoptarea următorului model teoretic:

— barele de aducţiune ale curentului se consideră filiforme;

— ecranele sînt considerate foarte subţiri faţă de adîncimea echivalentă de pătrundere a cîmpului electromagnetic şi de conductivitate oarecare finită

$$\sigma_{S_0} = \sigma \cdot d \ll \sigma \cdot \delta. \tag{1}$$

Ecranele se înlocuiesc deci cu pînze de curent respectiv pînze de flux, corespunzător dotării acestora cu o conductivitate superficială σ_{S_0} respectiv cu permeabilitatea superficială $\mu_{S_0} = \mu d$. În cazul de faţă au fost neglijate fenomenele inductive faţă de cele de conducţie în cuprinsul pereţilor conductori consideraţi infinit subţiri adică $\mu_{S_0} \ll \sigma_{S_0}$

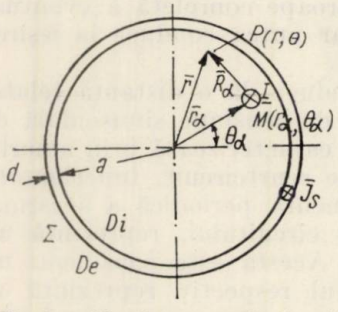


Fig. 1. — Un singur conductor situat excentric în ecran.

— mediile fiind considerate liniare din punct de vedere electric şi magnetic, este valabilă teorema superpoziţiei, deci cîmpul rezultant al unui sistem de conductoare în prezenţa ecranului, se poate obţine din suprapunerea cîmpurilor produse de fiecare conductor în parte, dacă ar exista singur în prezenţa ecranului, în aceiaşi poziţie relativă şi parcurs de acelaşi curent.

Aceasta permite reducerea problemei generale enunţate anterior, la calculul cîmpului condiţionat de un singur conductor.

Deoarece lungimea conductoarelor şi ecranelor este mult mai mare decît dimensiunile transversale ale acestora, cîmpul electromagnetic cva-

sistaționar inductiv [1] corespunzător acestor sisteme, este considerat plan-paralel și complet, avînd drept surse numai fenomenele electromagnetice asociate sistemului.

O asemenea idealizare este justificată întrucît, ca urmare a ecranării, distribuția de curenți pe secțiunea barelor, este, în general puțin afectată de prezența ecranelor, astfel încît, utilizînd superpoziția, rezultatele obținute pot fi extinse și pentru barele masive, nefiliforme. Ca urmare, ceea ce se ia în considerare este masivitatea ecranelor, prin neuniformitatea distribuției densității de curent de-alungul periferiei ecranului, așa cum și pe secțiunea peretelui acestuia.

În lucrări anterioare [2] este justificată neglijarea neuniformității distribuției densității de curent pe grosimea peretelui ecranului pentru cazurile $d \ll \delta$ astfel încît în cele ce urmează calculul este efectuat numai în ipoteza neuniformității densității de curent de-alungul circumferinței ecranului.

Simplificări ulterioare ale modelului adoptat se pot obține prin particularizarea fenomenelor de material care-l caracterizează, de exemplu considerarea ecranelor infinit subțiri și perfect conductoare

$$\sigma_S \to \infty \; ; \; \mu_S \approx 0. \tag{2}$$

Ecuațiile satisfăcute de mărimile de cîmp rezultă din ecuațiile generale ale cîmpului electromagnetic cvasistaționar inductiv :

$$\begin{aligned} &\text{rot}\boldsymbol{E} = -\mu \frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t}, && \text{rot}_s \boldsymbol{E} = 0, \\ &\text{rot}\ \boldsymbol{H} = \sigma \boldsymbol{E}, && \text{rot}_s \boldsymbol{H} = \boldsymbol{J}_s, \\ &\text{div}\ \mu \boldsymbol{H} = 0, && \boldsymbol{B} = \text{rot}\ \boldsymbol{A}, \\ &\text{div}_s\ \mu \boldsymbol{H} = 0, && \text{div}\ \boldsymbol{A} = 0. \end{aligned} \tag{3}$$

Ecuația satisfăcută de potențialul magnetic vector este

$$\Delta A = -\mu_0 \sum_{k=1}^{n} i_k \, \delta(M - M_k). \tag{4}$$

adică o ecuație Poisson cu singularități de tipul funcțiunilor delta punctuale.

Conform teoremei de unicitate pentru sistemele de conductoare paralele, cîmpul lor electromagnetic, descris de ecuațiile de mai suus, este univoc determinat dacă se dau intensitățile curenților tuturor conductoarelor paralele care alcătuiesc sistemul și distribuția inițială a densităților de curent.

În cazul sistemelor de bare ecranate, se dau numai intensitățile curenților din bare, intensitățile curenților din ecran fiind, în general,

necunoscute. Dacă ecranele nu sînt interconectate între ele sau ecranarea fazelor este realizată cu ecran unic, intensitatea totală a curentului din ecran este nulă. Dacă ecranele sînt interconectate de exemplu scurtcircuitate (cazul ecranării fiecărei faze în parte) este necesară rezolvarea în prealabil a unei probleme de circuit, pentru calculul curenților din ecran.

În ambele cazuri studiul cîmpului electromagnetic poate fi efectuat utilizînd exclusiv potențialul magnetic vector, ceea ce conduce la rezolvarea cu metode adecvate, în acest caz cu metoda separării variabilelor, a ecuației (4).

Dată fiind simetria cilindrică a configurației s-a utilizat sistemul de coordonate cilindrice, notîndu-se $(r_\alpha ; \theta_\alpha)$ coordonatele punctului M (fig. 1), urma conductorului parcurs de curent.

Determinarea soluțiilor acestei ecuații, pentru cazul cel mai simplu al unui singur conductor situat în ecran, permite determinarea cîmpului, a forțelor și eventual a pierderilor în ecran, în regimul tranzitoriu corespunzător diferitelor tipuri de avarii cu mijloacele obișnuite ale teoriei cîmpului electromagnetic.

În cazul sistemelor trifazate, cu cele trei faze situate în același plan sau în colțurile unui triunghi echilateral (fig. 2 *a* și 2 *b*) s-au considerat următoarele expresii ale curenților de scurtcircuit :

$$i_1(t) = I\,[\sin\,(\omega t + \gamma - \varphi) - \mathrm{e}^{-\frac{R}{L}t}\sin(\gamma - \varphi)],$$

$$i_2(t) = [\sin\left(\omega t + \gamma - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right) - \mathrm{e}^{-\frac{R}{L}t}\sin\left(\gamma - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right)]. \qquad (5)$$

$$i_3(t) = I\left[\sin\left(\omega t + \gamma - \varphi - \frac{4\pi}{3}\right) - \mathrm{e}^{-\frac{R}{L}t}\sin\left(\gamma - \varphi - \frac{4\pi}{3}\right)\right],$$

dat fiind caracterul practic inductiv al circuitului de închidere a curenților de scurtcircuit, cît și forma sinusoidală a tensiunilor electromotoare ale surselor

$$u(t) = U_0 \sin\,(\omega t + \gamma). \qquad (6)$$

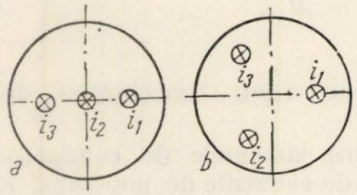


Fig. 2. — Sisteme trifazate de conductoare situate în ecran :
a — conductoarele de fază în același plan ;
b — conductoarele de fază situate în colțurilor unui triunghi echilateral.

Considerînd cazul cel mai defavorabil al unei componente aperiodice maxime, adică pentru

$$\gamma - \varphi = \mp\frac{\pi}{2}, \qquad (7)$$

curenții capătă forma :

$$\begin{cases} i_1(t) = \pm I[e^{-\frac{R}{L}t} - \cos \omega t], \\ i_2(t) = \pm I\left[-\frac{1}{2} e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{1}{2} \cos \omega t - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \omega t\right], \\ i_3(t) = \pm I\left[-\frac{1}{2} e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{1}{2} \cos \omega t + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \omega t\right]. \end{cases} \quad (5')$$

3. CAZUL CONDUCTOARELOR SITUATE COPLANAR ÎN ACELAȘI ECRAN

În acest capitol sînt deduse expresiile potențialului magnetic vector cum și ale cîmpului magnetic în interiorul unui ecran cilindric circular, considerînd sisteme de două și trei conductoare situate în același plan corespunzător unor scurtcircuite bifazate și trifazate.

Pe baza liniarității mediului și a teoremei superpoziției, problema se reduce la calculul cîmpului condiționat de un singur conductor (fig. 1). În virtutea ipotezelor enunțate anterior soluția căutată pentru potențialul vector va fi de forma.

$$\underline{\boldsymbol{A}}(\boldsymbol{r}, \theta) = \boldsymbol{k}\underline{\boldsymbol{A}}(\boldsymbol{r}, \theta), \quad (8)$$

adică dirijată longitudinal, de-alungul conductorului, depinzînd numai de r și θ. Ea satisface în interiorul ecranului o ecuație tip Poisson de forma :

$$\Delta \underline{\boldsymbol{A}}_i = -\mu_0 \underline{\boldsymbol{I}} \delta(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_\alpha), \quad (9)$$

iar în exterior o ecuație tip Laplace

$$\Delta \underline{\boldsymbol{A}}_e = 0. \quad (10)$$

Rezolvate cu metoda separării variabilelor aceste ecuații conduc la soluții în expresiile cărora intervin constante de integrare care se determină din condițiile de trecere pe suprafața Σ a ecranului, cum și din condițiile de comportare a soluției pe axa ecranului și la infinit în sens radial [2], [4].

Componenta radială și tagențială ale inducției magnetice în interiorul și în exteriorul ecranului se obțin cu ajutorul relațiilor

$$\underline{\boldsymbol{B}}_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \underline{\boldsymbol{A}}}{\partial \theta}; \qquad \underline{\boldsymbol{B}}_\theta = \frac{\partial \underline{\boldsymbol{A}}}{\partial r}, \quad (11)$$

iar mărimile de cîmp rezultante, cum şi densitatea de curent în ecran, în cazul a trei conductoare situate în acelaşi plan sau în colţurile unui triunghi echilateral (fig. 2 *a*, *b*) se obţin prin superpoziţie [4], ţinîndu-se seama, pe rînd, de valorile coordonatelor (r_α; θ_α) ale urmelor conductoarelor parcurse de curent:

$$r_\alpha = (r_0, 0, r_0); \quad \theta_\alpha = (0, 0, \pi), \tag{12}$$

$$r_\alpha = (r_0, r_0, r_0); \qquad \theta_\alpha = \left(0; -\frac{2\pi}{3}; -\frac{4\pi}{3}\right). \tag{13}$$

În cele ce urmează, studiul forţelor electrodinamice în regim tranzitoriu, pentru diferite tipuri de scurtcircuit, a fost efectuat utilizînd calculul operaţional — transformarea Laplace.

3.1. UN SINGUR CONDUCTOR SITUAT ÎN ECRAN

Pe baza celor expuse este posibil şi totodată util să se studieze în primul rînd forţele care iau naştere într-un sistem format dintr-un singur conductor situat excentric în ecran (fig. 1).

Expresia potenţialului magnetic vector din interiorul ecranului — obţinută în lucrări anterioare ale autorului — capătă în operaţional următoarea formă.

$$Ai(p) = -\frac{\mu_0 I(p)}{4\pi}\left[\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}\right)\left(\frac{r_\alpha}{a}\right)^n\left(\frac{r}{a}\right)^n \frac{\left(\frac{1}{n}\right) p\,\sigma_s\mu_0 a}{1+\frac{p\,\sigma_s\mu_0 a}{2n}} \cos n(\theta-\theta) + \right.$$

$$\left. + \frac{\mu_0 I(p)}{2\pi}\left[\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}\right)\left(\frac{r_\alpha}{r}\right)^n \cos\, n(\theta-\theta_\alpha) - \ln r\right] + \frac{\mu_0 I(p)}{2\pi}\left[\ln a + \frac{1}{p\,\sigma_s\mu_0 a}\right], \right. \tag{14}$$

unde

$$I_{(p)} = I_M\left[\frac{1}{p+\frac{R}{L}} - \frac{p}{p^2+\omega^2}\right]. \tag{15}$$

Pentru calculul forţelor se utilizează formula lui Laplace

$$\mathrm{d}\boldsymbol{F}_k = i_k \mathrm{d}\boldsymbol{l}_k \times \boldsymbol{B}_k^{\mathrm{ext.}}, \tag{16}$$

care în cazul cîmpurilor plan paralele conduce la expresia:

$$\boldsymbol{F}_k = l_k i_k \ \mathrm{grad}\ (A - A_k), \tag{17}$$

unde

$$A_k = -\frac{\mu_0 i_k}{2\pi} \ln R_k. \tag{18}$$

reprezintă potențialul magnetic vector propriu al conductorului (k).

Exprimînd gradientul în coordonate cilindrice relația (7) furnizează expresia forței instantanee specifice ce se exercită asupra conductorului situat în ecran, în punctul $M(r_0, 0)$ (fig. 1) și parcurs de curentul $i(t)$ corespunzător expresiei (15).

$$\boldsymbol{f} = \frac{\boldsymbol{F}}{l} = i\left[\boldsymbol{u}_\theta \frac{1}{r}\frac{\partial A_I(t)}{\partial \theta} + \boldsymbol{u}_r \frac{\partial A_I(t)}{\partial r}\right]_{\substack{r=r_0 \\ \theta=0}}, \tag{19}$$

unde $A_I(t)$ este funcțiunea de timp corespunzătoare imaginii $A_I(p)$, obținută prin utilizarea formulelor de inversare ale lui Heaviside

$$A_I(p) = A(p) - A_1(p), \tag{20}$$

unde

$A(p)$ este dată de relația (14),

$A_1(p)$ transformata Laplace a funcțiunii potențial vector propriu al conductorului parcurs de curent.

Pentru simplificarea calculelor se exprimă $A_I(p)$ sub forma sumei a trei termeni.

$$A_I(p) = A_I'(p) + A_I''(p) + A_I'''(p), \tag{21}$$

unde

$$A_I'(p) = -\frac{\mu_0 I_M}{2\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\alpha_n\left[\frac{p^2}{(p^2+\omega^2)\left(p+\dfrac{2n}{\sigma_S\mu_0 a}\right)} - \frac{p}{\left(p+\dfrac{R}{L}\right)\left(p+\dfrac{2n}{\sigma_S\mu_0 a}\right)}\right], \tag{22}$$

$$A_I'(t) = \frac{\mu_0 I_M}{2\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\alpha_n\left[\frac{\cos(\omega t+\beta_{0n})}{\sqrt{1+\left(\dfrac{2n}{\sigma_S\mu_0 a\omega}\right)^2}} + \frac{e^{-\frac{2n}{\sigma_S\mu_0 a}t}}{1+\left(\dfrac{\sigma_S\mu_0 a\omega}{2n}\right)^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{e^{-\frac{2n}{\sigma_S\mu_0 a}t}}{\dfrac{1}{\dfrac{2n}{\sigma_S\mu_0 a}\dfrac{L}{R}} - 1} + \frac{e^{-\frac{R}{L}t}}{\dfrac{2n}{\sigma_S\mu_0 a}\dfrac{L}{R} - 1}\right], \tag{23}$$

cu :

$$\alpha_n = \frac{1}{n}\left(\frac{r_0}{a}\right)^n \left(\frac{r}{a}\right)^n \cos n(\theta - \theta_0), \tag{24}$$

$$\beta_{0n} = \operatorname{arc\,tg} \frac{2n}{\sigma_S \mu_0 a \omega}, \tag{25}$$

$$A_I''(p) = \frac{\mu_0}{2\pi} (\ln a)\, I_M \left[\frac{1}{p + \frac{R}{L}} - \frac{p}{p^2 + \omega^2}\right], \tag{26}$$

$$A_I''(t) = \frac{\mu_0}{2\pi} (\ln a)\, I_M \left[e^{-\frac{R}{L}t} - \cos \omega t\right], \tag{27}$$

$$A_I'''(p) = \frac{I_M}{2\pi a \sigma_S} \left[\frac{1}{p\left(p + \frac{R}{L}\right)} - \frac{1}{p^2 + \omega^2}\right];$$

$$A_I'''(t) = \frac{I_M}{2\pi a \sigma_S} \left[\frac{L}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right) - \frac{\sin \omega t}{\omega}\right]; \tag{28}$$

Efectuînd calculele cuprinse în expresia (19) şi ţinînd seama de relaţia

$$\left[\frac{\partial A_I(t)}{\partial \theta}\right]_{\substack{r_\alpha = r_0 \\ \theta_\alpha = 0}} = 0, \tag{30}$$

se obţine

$$\frac{f}{F_0} = \frac{\left(e^{-\frac{\omega t}{\omega \tau}} - \cos \omega t\right)}{\left(\frac{r_0}{a}\right)} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{r_0}{a}\right)^{2n} \left[\frac{\cos \omega t - \left(\frac{n}{m}\right) \sin \omega t}{1 + \frac{n^2}{m^2}} + \frac{e^{-\frac{n}{m}\omega t}}{1 + \frac{m^2}{n^2}} + \right.$$

$$\left. + \frac{e^{-\frac{n}{m}\omega t}}{\frac{1}{\frac{n}{m}\omega \tau} - 1} + \frac{e^{-\frac{\omega t}{\omega \tau}}}{\frac{n}{m}\omega \tau - 1}\right], \tag{31}$$

în care s-au utilizat notațiile:

$$\beta_{0n} = \operatorname{arc\,tg} \frac{n}{m}; \quad m = \frac{ad}{\delta^2} = \frac{\omega \sigma \mu_0 ad}{2}, \tag{32}$$

$$\cos(\omega t + \beta_{0n}) = \frac{\cos \omega t - \sin \omega t \cdot \operatorname{tg} \beta_{0n}}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \beta_{0n}}}, \tag{33}$$

$$\omega \frac{L}{R} = \omega \tau, \tag{34}$$

$$F_0 = \frac{\mu_0 I^2}{\pi a}. \tag{35}$$

Pentru cazul limită al ecranului perfect conductor se obține

$$\left(\frac{f}{F_0}\right)_{\sigma=\infty} = -\frac{(e^{-\frac{\omega t}{\omega \tau}} - \cos \omega t)^2}{\frac{r_0}{a}} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{r_0}{a}\right)^{2n} = \frac{(\cos \omega t - e^{-\frac{\omega t}{\omega \tau}}) \left(\frac{r_0}{a}\right)}{1 - \left(\frac{r_0}{a}\right)^2}. \tag{36}$$

Pentru cazul simplificator al unui singur conductor ecranat, au fost studiate comparativ forțele instantanee și medii și în ipoteza amortizării componentei aperiodice a curentului de scurtcircuit obținîndu-se următoarele rezultate:

$$\left(\frac{f}{F_0}\right)_{\substack{\sigma \\ i_{aper.}=0}} = \frac{\cos \omega t}{\left(\frac{r_0}{a}\right)} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{r_0}{a}\right)^{2n} \left[\frac{\frac{n}{m} \sin \omega t - \cos \omega t}{1 + \frac{n^2}{m^2}} - \frac{e^{-\frac{n}{m} \omega t}}{1 + \frac{m^2}{n^2}}\right], \tag{37}$$

$$\left(\frac{f_{med.}}{F_0}\right)_{\substack{\sigma \\ i_{aper.}=0}} = -\frac{1}{2\left(\frac{r_0}{a}\right)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(\frac{r_0}{a}\right)^{2n}}{1 + \frac{n^2}{m^2}}. \tag{38}$$

iar pentru cazul limită al ecranului perfect conductor

$$\left(\frac{f}{F_0}\right)_{\substack{\sigma=\infty \\ i_{aper.}=0}} = \frac{(\sin^2 \omega t - 1)\left(\frac{r_0}{a}\right)}{1 - \left(\frac{r_0}{a}\right)^2}, \tag{39}$$

$$\left(\frac{f_{med.}}{F_0}\right)_{\substack{\sigma=\infty \\ i_{aper.}=0}} = -\frac{1}{2} \frac{\left(\frac{r_0}{a}\right)}{1 - \left(\frac{r_0}{a}\right)^2}. \tag{40}$$

3.2. DOUĂ ŞI TREI CONDUCTOARE SITUATE ÎN ACELAŞI PLAN ÎN ECRAN

În mod analog, utilizînd superpoziţia, s-au studiat cazurile a două şi trei conductoare situate în acelaşi plan în ecran, corespunzător unor scurtcircuite bifazate şi trifazate.

a) *Două conductoare (fig. b, tabela 1)*

Conductoarele fiind parcurse de curenţii:

$$i_1(t) = I_M(e^{-\frac{R}{L}t} - \cos \omega t),$$

$$i_2(t) = -i_1(t) = I_M [\cos \omega t - e^{-\frac{R}{L}t}], \tag{41}$$

potenţialul vector rezultant, într-un punct P (r, θ) din interiorul ecranului, va avea expresia (în operaţional)

$$A(p) = \frac{\mu_0 I(p)}{4\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n}\right)\left(\frac{r_0}{a}\right)^n \left(\frac{r}{a}\right)^n \frac{\left(\frac{1}{n}\right) p\sigma_S \mu_0 a}{1 + \frac{p\sigma_S \mu_0 a}{2n}} [(-1)^n - 1] \cos n\theta +$$

$$+ \frac{\mu_0 I(p)}{2\pi} [\ln R^{\alpha_3} - \ln R^{\gamma_1}]. \tag{42}$$

Utilizînd aceleaşi relaţii de calcul ale forţelor (16) (17) (19) se obţine:

$$f_1 = \frac{F_1}{l} = i_1 u_r \left(\frac{\partial A_{\mathrm{I}}(t)}{\partial r}\right)_{\substack{r=r_0 \\ \theta=\pi}}, \tag{43}$$

$$f_2 = \frac{F_2}{l} = i_2 u_r \left(\frac{\partial A_{\mathrm{II}}(t)}{\partial r}\right)_{\substack{r=r_0 \\ \theta=0}}, \tag{44}$$

unde

$$A_{\mathrm{I}}(p) = A(p) - A_1(p), \tag{45}$$

$$A_{\mathrm{II}}(p) = A(p) - A_2(p). \tag{46}$$

Utilizînd teoremele de inversare se obține:

$$A_{\mathrm{I}}(t) = \frac{\mu_0}{2\pi}\left\{ I_M \sum_{n=1}^{\infty} (-\alpha_n) \left[\frac{\cos(\omega t + \beta_{0n})}{\sqrt{1+\left(\frac{2n}{\sigma_S \mu_0 a}\right)^2}} + \frac{e^{-\frac{2n}{\sigma_S \mu_0 a} t}}{1+\left(\frac{\sigma_S \mu_0 a \omega}{2n}\right)^2} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{e^{-\frac{2n}{\sigma_S \mu_0 a} t}}{\frac{1}{\frac{2n}{\sigma_S \mu_0 a}\frac{L}{R}} - 1} + \frac{e^{-\frac{R}{L} t}}{\frac{2n}{\sigma_S \mu_0 a}\frac{L}{R} - 1} \right] + i(t) \left[\ln r - \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n \right] \right\},$$

$$A_{\mathrm{II}}(t) = \frac{\mu_0}{2\pi}\left\{ I_M \sum_{n=1}^{\infty} (-\alpha_n) \left[\frac{\cos(\omega t + \beta_{0n})}{\sqrt{1+\left(\frac{2n}{\sigma_S \mu_0 a}\right)^2}} + \frac{e^{-\frac{2n}{\sigma_S \mu_0 a} t}}{1+\left(\frac{\sigma_S \mu_0 a \omega}{2n}\right)^2} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{e^{-\frac{2n}{\sigma_S \mu_0 a} t}}{\frac{1}{\frac{2n}{\sigma_S \mu_0 a}\frac{L}{R}} - 1} + \frac{e^{-\frac{R}{L} t}}{\frac{2n}{\sigma_S \mu_0 a}\frac{L}{R} - 1} \right] + i(t) \left[\ln r - \sum_{n=1}^{\infty} \beta'_n \right] \right\}, \qquad (47)$$

unde

$$\alpha_n = \left(\frac{1}{n}\right)\left(\frac{r_0}{a}\right)^n \left(\frac{r}{a}\right)^n [(-1)^n - 1] \cos n\theta, \qquad (48)$$

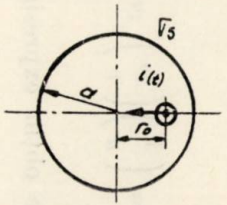
$$\beta_n = \left(\frac{1}{n}\right)\left(\frac{r_0}{r}\right)^n (-1)^n \cos n\theta, \qquad (48)'$$

$$\beta'_n = \left(\frac{1}{n}\right)\left(\frac{r_0}{r}\right)^n \cos n\theta. \qquad (48)''$$

Efectuînd calculele se obțin expresiile din tabela 1.

Tabela 1

Configurația	Forțele asupra conductelor



a)

$$F_0 = \frac{\mu_0 I^2}{\pi a} \quad ;$$

$$m = \frac{a \cdot d}{\delta^2}$$

$$\left(\frac{f}{F_0}\right)_{\sigma_s} = \left[\frac{e^{-\frac{\omega t}{\omega\tau}} - \cos\omega t}{\left(\frac{r_0}{a}\right)}\right] \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{r_0}{a}\right)^{2n} \left\{ \frac{\cos\omega t - \left(\frac{n}{m}\right)\sin\omega t}{1+\frac{n^2}{m^2}} + \frac{e^{-\frac{n}{m}\omega t}}{1+\frac{m^2}{n^2}} + \frac{e^{-\frac{n}{m}\omega t}}{\frac{1}{\frac{n}{m}\omega\tau} - 1} + \frac{e^{-\frac{\omega t}{\omega\tau}}}{\frac{n}{m}\omega\tau - 1} \right\}$$

$$\left(\frac{f}{F_0}\right)_{\sigma_s=\infty} = -\left[\frac{e^{-\frac{\omega t}{\omega\tau}} - \cos\omega t}{\left(\frac{r_0}{a}\right)}\right] \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{r_0}{a}\right)^{2n} = -\frac{\left(\frac{r_0}{a}\right)}{1-\left(\frac{r_0}{a}\right)^2} [e^{-\frac{\omega t}{\omega\tau}} - \cos\omega t] \left(\frac{f}{F_0}\right)_{\substack{\sigma_s=\infty \\ i_{aper}=0}} =$$

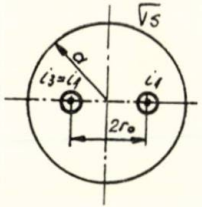
$$= [-1+\sin^2\omega t] \frac{\left(\frac{r_0}{a}\right)}{1-\left(\frac{r_0}{a}\right)}$$

$$\left(\frac{f}{F_0}\right)_{\substack{\sigma_s \\ i_{aper}=0}} = \frac{\cos\omega t}{\left(\frac{r_0}{a}\right)} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{r_0}{a}\right)^{2n} \left\{ \frac{\frac{n}{m}\sin\omega t - \cos\omega t}{1+\frac{n^2}{m^2}} - \frac{e^{-\frac{n}{m}\omega t}}{1+\frac{m^2}{n^2}} \right\}$$

$$\left(\frac{F_{med}}{F_0}\right)_{\substack{\sigma_s \\ i_{aper}=0}} = -\frac{1}{2\frac{r_0}{a}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(\frac{r_0}{a}\right)^{2n}}{1+\frac{n^2}{m^2}} \qquad \left(\frac{F_{med}}{F_0}\right)_{\substack{\sigma_s \\ i_{aper}=0}} = -\frac{1}{2} \frac{\left(\frac{r_0}{a}\right)}{1-\left(\frac{r_0}{a}\right)^2}$$

$$\left(\frac{f_1}{F_0}\right)_{\sigma_s} = -\left(\frac{f_3}{F_0}\right)_{\sigma_s} = \frac{e^{-\frac{\omega t}{\omega\tau}} - \cos\omega t}{\left(\frac{r_0}{a}\right)} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{r_0}{a}\right)^{2n} [(-1)^n - 1] \left[\frac{-\cos\omega t + \frac{n}{m}\sin\omega t}{1+\frac{n^2}{m^2}} - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \frac{e^{-\frac{n}{m}\omega t}}{1+\frac{m^2}{n^2}} - \frac{e^{-\frac{n}{m}\omega t}}{\frac{1}{\frac{n}{m}\omega b} - 1} - \frac{e^{-\frac{\omega t}{\omega\tau}}}{\frac{n}{m}\omega\tau - 1} \right] + \frac{e^{-\frac{\omega t}{\omega\tau}} - \cos\omega t}{2} \right\}$$



b)

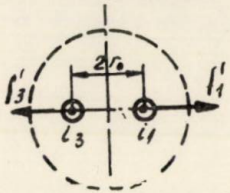
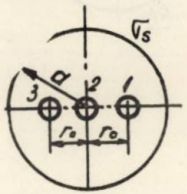
$$\left(\frac{f_1}{F_0}\right)_{\sigma_s=\infty} = -\left(\frac{f_3}{F_0}\right)_{\sigma_s=\infty} = \frac{[e^{-\frac{\omega t}{\omega\tau}} - \cos\omega t]^2}{\left(\frac{r_0}{a}\right)} \left\{ \frac{1-\left(\frac{r_0}{a}\right)^4 - 4\left(\frac{r_0}{a}\right)^2}{2\left[1-\left(\frac{r_0}{a}\right)^4\right]} \right\}$$

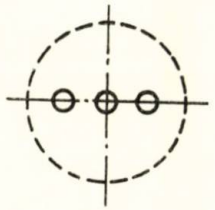
$$\left(\frac{f_1}{F_0}\right)_{\substack{\sigma_s \\ i_{aper}=0}} = -\left(\frac{f_3}{F_0}\right) = \frac{\cos\omega t}{\left(\frac{r_0}{a}\right)} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{r_0}{a}\right)^{2n} [(-1)^n - 1] \left[\frac{+\cos\omega t - \frac{n}{m}\sin\omega t}{1+\frac{n^2}{m^2}} + \frac{e^{-\frac{n}{m}\omega t}}{1+\frac{m^2}{n^2}} \right] + \frac{\cos\omega t}{2} \right\}$$

$$\left(\frac{f_1}{F_0}\right)_{\substack{\sigma_s \\ i_{aper}=0}} = \frac{\cos^2\omega t}{\left(\frac{r_0}{a}\right)} \left\{ \frac{1-\left(\frac{r_0}{a}\right)^4 - 4\left(\frac{r_0}{a}\right)^2}{2\left[1-\left(\frac{r_0}{a}\right)^4\right]} \right\} \text{ sau :}$$

în absența ecranului

Tabela 1 continuare

Configuraţia	Forţele asupra conductorilor
	$\left(\frac{f_1}{F_0}\right)_{\substack{\sigma_s \\ i_{aper}=0}} = -\left(\frac{f_3}{F^0}\right) = \frac{\sin \omega t}{\left(\frac{r_0}{a}\right)} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{r_0}{a}\right)^{2n} [(-1)^n - 1] \left[\frac{\frac{n}{m} \cos \omega t + \sin \omega t}{1 + \frac{n^2}{m^2}} - \frac{n}{m} \frac{e^{-\frac{n}{m} \omega t}}{1 + \frac{m^2}{n^2}} \right] + \frac{\sin \omega t}{2} \right\}$ $\left(\frac{f_1}{F_0}\right)_{\substack{\sigma_s = \infty \\ i_{aper}=0}} = -\left(\frac{f_3}{F_0}\right) = \frac{\sin^2 \omega t}{\left(\frac{r_0}{a}\right)} \left\{ \frac{1 - \left(\frac{r_0}{a}\right)^4 - 4\left(\frac{r_0}{a}\right)^2}{2\left[1 - \left(\frac{r_0}{a}\right)^4\right]} \right\}$ $\left(\frac{f_1'}{F_0}\right) = -\left(\frac{f_3'}{F_0}\right) = \frac{1}{2\left(\frac{r_0}{a}\right)} [e^{-\frac{\omega t}{\omega \tau}} - \cos \omega t]^2$
 c)	$\left(\frac{f_1}{F_0}\right) = -\frac{[e^{-\frac{\omega t}{\omega \tau}} - \cos \omega t]}{\left(\frac{r_0}{a}\right)} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{r_0}{a}\right)^{2n} \left[k_{1n} + \frac{(-1)^n}{2} k_{2n} \right] + \left[\frac{3}{4} e^{-\frac{\omega t}{\omega \tau}} - \frac{3}{4} \cos \omega t + \frac{\sqrt{3}}{4} \sin \omega t \right] \right\}$ $\frac{f_2}{F_0} = \left[-\frac{e^{-\frac{\omega t}{\omega \tau}}}{2} + \frac{\cos \omega t}{2} - \frac{\sqrt{3} \sin \omega t}{2} \right] \left[\left(k_1 - \frac{k_2}{2} \right) \left(\frac{r_0}{a}\right)^2 + \frac{3}{2} e^{-\frac{\omega t}{\omega \tau}} - \frac{3}{2} \cos \omega t - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \omega t \right] \frac{1}{\left(\frac{r_0}{a}\right)}$ $\left(\frac{f_3}{F_0}\right) = \frac{[-e^{-\frac{\omega t}{\omega \tau}} + \cos \omega t + \sqrt{3} \sin \omega t}{2\left(\frac{r_0}{a}\right)} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \left[k_{1n}(-1)^n + \frac{k_{2n}}{2} \right] \left(\frac{r_0}{a}\right)^{2n} + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \omega t \right\}$ unde : $k_{1n} = \frac{\cos \omega t - \frac{n}{m} \sin \omega t}{1 + \frac{n^2}{m^2}} + \frac{e^{-\frac{n}{m} \omega t}}{1 + \frac{m^2}{n^2}} + \frac{e^{-\frac{\omega t}{\omega \tau}}}{\omega \tau \frac{n}{m} - 1} + \frac{e^{-\frac{m}{n} \omega t}}{\omega \tau \frac{n}{m} - 1}$; $k_1 = (k_{1n})n = 1$ $k_2 = (k_{2n})n = 1$

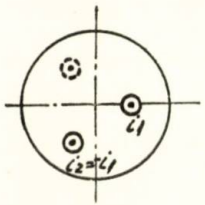


în absența ecranului

$$k_{2n} = -\frac{\left(1+\sqrt{3}\,\frac{n}{m}\right)\cos\omega t+\left(\sqrt{3}-\frac{n}{m}\right)\sin\omega t}{1+\frac{n^2}{m^2}} - \frac{\left(1-\sqrt{3}\,\frac{m}{n}\right)e^{\frac{-n}{m}\omega t}}{1+\frac{m^2}{n^2}} - \frac{e^{\frac{-\omega t}{\omega\tau}}}{\omega\tau\frac{n}{m}-1} - \frac{e^{\frac{-n}{m}\omega t}}{\omega\tau\frac{n}{m}}-1$$

$$\frac{f_1'}{F_0} = \left[\frac{e^{-\frac{\omega t}{\omega\tau}}-\cos\omega t}{\left(\frac{r_0}{a}\right)}\right]\left[\frac{3}{4}\,e^{-\frac{\omega t}{\omega\tau}} - \frac{3}{4}\cos\omega t + \frac{\sqrt{3}}{4}\sin\omega t\right]$$

$$\frac{f_2'}{F_0} = \left[\frac{-e^{-\frac{\omega t}{\omega\tau}}+\cos\omega t-\sqrt{3}\sin\omega t}{2\left(\frac{r_0}{a}\right)}\right]\left[\frac{3e^{-\frac{\omega t}{\omega\tau}}-3\cos\omega t-\sqrt{3}\sin\omega t}{2}\right]$$



În absența ecranului :

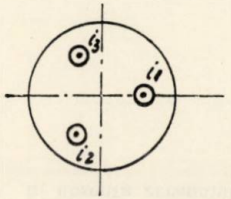
$$\frac{f_3'}{F_0} = \frac{\sqrt{3}}{2\frac{r_0}{a}}\sin\omega t\left[\frac{-e^{-\frac{\omega t}{\omega\tau}}+\cos\omega t+\sqrt{3}\sin\omega t}{2}\right]$$

$$\frac{f_1'}{F_0} = \frac{(e^{-\frac{\omega t}{\omega\tau}}-\cos\omega t)}{\left(\frac{r_0}{a}\right)}\left[\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{r_0}{a}\right)^{2n}\left(1-\cos n\frac{2\pi}{3}\right)k_{1n}+\frac{e^{-\frac{\omega t}{\omega\tau}}}{2}-\frac{\cos\omega t}{2}\right] = \frac{f_2'}{F_0}$$

$$\frac{f_1^{\theta}}{F_0} = -\frac{(e^{-\frac{\omega t}{\omega\tau}}-\cos\omega t)}{\left(\frac{r_0}{a}\right)}\left[\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{r_0}{a}\right)^{2n}\sin n\frac{2\pi}{3}\cdot k_{1n}+\frac{e^{-\frac{\omega t}{\omega\tau}}}{2\sqrt{3}}-\frac{\cos\omega t}{2\sqrt{3}}\right] = -\frac{f_2^{\theta}}{F_0}$$

$$\frac{f_2'^{r}}{F^0} = \frac{(e^{-\frac{\omega t}{\omega\tau}}-\cos\omega t)}{\left(\frac{r_0}{a}\right)}\left\{\frac{e^{-\frac{\omega t}{\omega\tau}}}{2}-\frac{\cos\omega t}{2}\right\} = \frac{f_2'^{r}}{F_0}\,\frac{f_2'^{\theta}}{F_0} = \frac{(e^{-\frac{\omega t}{\omega\tau}}-\cos\omega t)}{\left(\frac{r_0}{a}\right)}\left\{-\frac{1}{2\sqrt{3}}e^{-\frac{\omega t}{\omega\tau}}+\frac{\cos\omega t}{2\sqrt{3}}\right\} = -\frac{f_1'^{\theta}}{F_0}$$

Tabela 1 continuare

Configurația	Forțele asupra conductorilor
	$\frac{f_1^r}{F_0} = \frac{(e^{-\frac{\omega t}{\omega\tau}} - \cos\omega t)}{\left(\frac{r_0}{a}\right)}\left[\frac{e^{-\frac{\omega t}{\omega\tau}} - \cos\omega t}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{r_0}{a}\right)^{2n}\left(k_{1n} - k_{2n}\frac{\cos n\frac{2\pi}{3}}{2} - k_{3n}\frac{\cos n\frac{4\pi}{3}}{2}\right)\right]$
	$\frac{f_1^\theta}{F_0} = \frac{(e^{-\frac{\omega t}{\omega\tau}} - \cos\omega t)}{2\left(\frac{r_0}{a}\right)}\left[\sin\omega t + \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{r_0}{a}\right)^{2n}\left(k_{2n}\sin n\frac{2\pi}{3} + k_{3n}\sin n\frac{4\pi}{3}\right)\right]$
	$\frac{f_2^r}{F_0} = \frac{(-e^{-\frac{\omega t}{\omega\tau}} + \cos\omega t - \sqrt{3}\sin\omega t)}{2\left(\frac{r_0}{a}\right)}\left\{\frac{-e^{-\frac{\omega t}{\omega\tau}} + \cos\omega t - \sqrt{3}\sin\omega t}{4} + \right.$
	$\left. + \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{r_0}{a}\right)^{2n}\left[k_{1n}\cos\left(-n\frac{2\pi}{3}\right) - \frac{k_{2n}}{2} - k_{3n}\frac{\cos n\frac{2\pi}{3}}{2}\right]\right\}$
	$\frac{f_2^\theta}{F_0} = \frac{(-e^{-\frac{\omega t}{\omega\tau}} + \cos\omega t - \sqrt{3}\sin\omega t)}{2\left(\frac{r_0}{a}\right)}\left\{\frac{\sqrt{3}e^{-\frac{\omega t}{\omega\tau}} - \sqrt{3}\cos\omega t - \sin\omega t}{4} + \right.$

$$+\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{r_0}{a}\right)^{2n}\left[-k_{1n}\sin\left(-n\frac{2\pi}{3}\right)+k_{3n}\sin\frac{n\frac{2\pi}{3}}{2}\right]\Bigg\}$$

$$\frac{f_3^r}{F_0}=\frac{(-e^{-\frac{\omega t}{\omega\tau}}+\cos\omega t+\sqrt{3}\sin\omega t}{2\left(\frac{r_0}{a}\right)}\left\{\frac{-e^{\frac{-\omega t}{\omega\tau}}+\cos\omega t+\sqrt{3}\sin\omega t}{4}+\right.$$

$$+\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{r_0}{a}\right)^{2n}\left[k_{1n}\cos\left(-n\frac{4\pi}{3}\right)-\frac{k_{2n}\cos\left(-n\frac{2\pi}{3}\right)}{2}-\frac{k_3 n}{2}\right]\Bigg\}$$

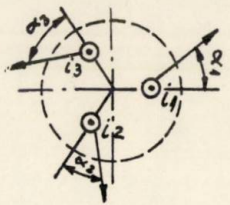
$$\frac{f_3^\theta}{F_0}=\frac{(-e^{-\frac{\omega t}{\omega\tau}}+\cos\omega t+\sqrt{3}\sin\omega t}{2\left(\frac{r_0}{a}\right)}\left\{\frac{-\sqrt{3}\,e^{-\frac{\omega t}{\omega\tau}}+\sqrt{3}\cos\omega t-\sin\omega t}{4}+\right.$$

$$+\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{r_0}{a}\right)^{2n}\left[-k_{1n}\sin\left(-n\frac{4\pi}{3}\right)+k_{2n}\frac{\sin\left(-n\frac{2\pi}{3}\right)}{2}\right]\Bigg\}$$

unde :

Tabela 1 (continuare)

Configurația	Forțele asupra conductorilor



cu : $\alpha_1 = \operatorname{arctg}(A - B)$

$$\alpha_2 = \operatorname{arctg}\left[\frac{\sqrt{3}\,(A-B)-1}{B-A-\sqrt{3}}\right]$$

$$\alpha_3 = \operatorname{arctg}\left[\frac{\sqrt{3}\,(B-A)-1}{B-A+\sqrt{3}}\right]$$

$$k_{1n} = \frac{\cos\omega t - \frac{n}{m}\sin\omega t}{1+\frac{n^2}{m^2}} + \frac{e^{-\frac{n}{m}\omega t}}{1+\frac{m^2}{n^2}} + \frac{e^{-\frac{u}{m}\omega t}}{\frac{1}{\omega\tau\frac{n}{m}}-1} + \frac{e^{-\frac{\omega t}{\omega\tau}}}{\omega\tau\frac{n}{m}-1}$$

$$k_{2n} = \frac{\left(1-\sqrt{3}\,\frac{n}{m}\right)\cos\omega t - \left(\sqrt{3}+\frac{n}{m}\right)\sin\omega t}{2\left(1+\frac{n^2}{m^2}\right)} + \frac{1+\sqrt{3}\,\frac{m}{n}}{1+\frac{m^2}{n^2}}\,e^{-\frac{n}{m}\omega t} + \frac{e^{-\frac{n}{m}\omega t}}{\frac{1}{\frac{n}{m}\omega\tau}-1} + \frac{e^{-\frac{\omega t}{\omega\tau}}}{\omega\tau\frac{n}{m}-1}$$

$$k_{3n} = \frac{\left(1+\sqrt{3}\,\frac{n}{m}\right)\cos\omega t - \left(\sqrt{3}-\frac{n}{m}\right)\sin\omega t}{2\left(1+\frac{n^2}{m^2}\right)} + \frac{1-\sqrt{3}\,\frac{n}{m}}{1+\frac{m^2}{n^2}}\,e^{-\frac{n}{m}\omega t} + \frac{e^{-\frac{n}{m}\omega t}}{\frac{1}{\frac{n}{m}\omega\tau}-1} + \frac{e^{-\frac{\omega t}{\omega\tau}}}{\frac{n}{m}\omega\tau-1}$$

$$\frac{f_1'^r}{F_0} = \frac{1}{2\frac{r_0}{a}}[e^{-\frac{\omega t}{\omega\tau}} - \cos\omega t]^2, \quad \frac{f_1'^\theta}{F_0} = \frac{1}{2\frac{r_0}{a}}\sin\omega t[e^{-\frac{\omega t}{\omega\tau}} - \cos\omega t]$$

$$\frac{f_2'^r}{F_0} = \frac{1}{8\left(\frac{r_0}{a}\right)}[-e^{-\frac{\omega t}{\pi\tau}} + \cos\omega t - \sqrt{3}\sin\omega t]\,[-e^{-\frac{\omega t}{\omega\tau}} + \cos\omega t - \sqrt{3}\sin\omega t]$$

$$\frac{f_2'^\theta}{F_0} = \frac{1}{8\left(\frac{r_0}{a}\right)}[\sqrt{3}\,e^{-\frac{\omega t}{\omega\tau}} - \sqrt{3}\cos\omega t - \sin\omega t]\,[-e^{-\frac{\omega t}{\omega\tau}} + \cos\omega t - \sqrt{3}\sin\omega t]$$

$$\frac{f_3'^r}{F_0} = \frac{1}{8\left(\frac{r_0}{a}\right)}[-e^{-\frac{\omega t}{\omega\tau}} + \cos\omega t + \sqrt{3}\sin\omega t]\,[-e^{-\frac{\omega t}{\omega\tau}} + \cos\omega t + \sqrt{3}\sin\omega t]$$

$$\frac{f_3'^\theta}{F_0} = \frac{1}{8\left(\frac{r_0}{a}\right)}[-\sqrt{3}\,e^{-\frac{\omega t}{\omega\tau}} + \sqrt{3}\cos\omega t - \sin\omega t]\,[-e^{-\frac{\omega}{\omega\tau}} + \cos\omega t + \sqrt{3}\sin\omega t]$$

unde : $A = \dfrac{e^{-\frac{\omega t}{\omega\tau}}}{\sin\omega t}$, $B = \operatorname{ctg}(\omega t)$

b) *Trei conductoare (fig. c) tabela 1*

Curenții de scurtcircuit (expresile 5′) capătă în operațional următoarea formă:

$$I_1(p) = I_M\left[\frac{1}{p+\frac{R}{L}} - \frac{p}{p^2+\omega^2}\right],$$

$$I_2(p) = I_M\left[\frac{p-\sqrt{3}\,\omega}{2(p^2+\omega^2)} - \frac{1}{2\left(p+\frac{R}{L}\right)}\right], \tag{49}$$

$$I_3(p) = I_M\left[\frac{p+\sqrt{3}\,\omega}{2(p^2+\omega^2)} - \frac{1}{2\left(p+\frac{R}{L}\right)}\right].$$

Potențialul magnetic vector rezultant în $P(r,\theta)$ are expresia

$$A(p) = -\frac{\mu_0 I_1(p)}{2\pi}\left[\frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}\right)\left(\frac{r_0}{a}\right)^n\left(\frac{r}{a}\right)^n \frac{\left(\frac{1}{n}\right)p\,\sigma_S\mu_0 a}{1+\frac{p\,\sigma_S\mu_0 a}{2n}}\cos n\theta + \ln\frac{r}{a} - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{p\,\sigma_S\mu_0 a}\left(\frac{1}{n}\right)\left(\frac{r_0}{r}\right)^n \cos\, n\theta\right] - \frac{\mu_0 I_2(p)}{2\pi}\left[\ln\frac{r}{a} - \frac{1}{p\,\sigma_S\mu_0 a}\right] - \tag{50}$$

$$- \frac{\mu_0 I_3(p)}{2\pi}\left[\frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}\right)\left(\frac{r_0}{a}\right)^n\left(\frac{r}{a}\right)^n \frac{\left(\frac{1}{n}\right)p\,\sigma_S\mu_0 a}{1+\frac{p\,\sigma_S\mu_0 a}{2n}}(-1)^n\cos n\theta + \ln\frac{r}{a} - \right.$$

$$\left. - \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n}\left(\frac{r_0}{r}\right)^n \cos n\theta - \frac{1}{p\,\sigma_S\mu_0 a}\right].$$

Calculînd în mod analog forţele $\frac{f_1}{F_0}$; $\frac{f_2}{F_0}$; $\frac{f_3}{F^0}$ se obţin expresiile indicate în tabela 1, în care β_{0n}, m, $\cos(\omega t + \beta_{0n})$ $\omega\tau$, F_0 au aceleaşi expresii indicate anterior (32...35); în plus

$$\alpha_n = \left(\frac{1}{n}\right)\left(\frac{r_0}{a}\right)^n\left(\frac{r}{a}\right)^n \cos n\theta,$$

$$\beta_n = \left(\frac{1}{n}\right)\left(\frac{r_0}{r}\right)^n \cos n\theta. \tag{51}$$

4. CAZUL CONDUCTOARELOR SITUATE ÎN COLŢURILE UNUI TRIUNGHI ECHILATERAL

Calculul forţelor electrodinamice în regim tranzitoriu în cazul configuraţiei conductoarelor în colţurile unui triunghi echilateral, caz întîlnit frecvent în practică poate fi efectuat în acelaşi mod. S-au considerat două şi trei conductoare situate în ecran, corespunzător unor scurt circuite bifazate şi trifazate.

4.1. DOUĂ CONDUCTOARE (FIG. *d*) – TABELA 1

Curenţii de scurtcircuit ce străbat conductoarele au expresiile

$$i_1(t) = -i_2(t) = I_M(e^{-\frac{R}{L}t} - \cos\omega t). \tag{52}$$

Potenţialul vector rezultant în $P(r,\theta)$ va fi

$$A(p) = \frac{\mu_0 I_1(p)}{2\pi}\left[-\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}\right)\left(\frac{r_0}{a}\right)^n\left(\frac{r}{a}\right)^n \frac{p\sigma_S\mu_0 a}{2n + p\sigma_S\mu_0 a}\cos n\theta + \ln\frac{a}{r} + \right.$$

$$\left. + \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}\right)\left(\frac{r_0}{r}\right)^n \cos n\theta + \frac{1}{p\sigma_S\mu_0 a}\right] +$$

$$+ \frac{\mu_0 I_2(p)}{2\pi}\left[-\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}\right)\left(\frac{r_0}{a}\right)^n\left(\frac{r}{a}\right)^n \frac{p\sigma_S\mu_0 a \cos n\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right)}{2n + p\sigma_S\mu_0 a} + \ln\frac{a}{r} + \right.$$

$$\left. + \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}\right)\left(\frac{r_0}{r}\right)^n \cos n\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{1}{p\sigma_S\mu_0 a}\right]. \tag{53}$$

Forțele instantanee, calculate cu relațiile:

$$\boldsymbol{f}_1 = i_1 \left[\frac{\boldsymbol{u}_\theta}{r} \frac{\partial A_{\mathrm{I}}}{\partial \theta} + \boldsymbol{u}_r \frac{\partial A_{\mathrm{I}}}{\partial r} \right]_{\substack{r=r_0 \\ \theta=0}}, \tag{54}$$

$$\boldsymbol{f}_2 = i_2 \left[\frac{\boldsymbol{u}_\theta}{r} \frac{\partial A_{\mathrm{II}}}{\partial \theta} + \boldsymbol{u}_r \frac{\partial A_{\mathrm{II}}}{\partial r} \right]_{\substack{r=r_0 \\ \theta=-\frac{2\pi}{3}}}. \tag{55}$$

unde

$$A_{\mathrm{I}}(t) = \frac{\mu_0 I_M}{2\pi} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n}\right) \left(\frac{r_0}{a}\right)^n \left(\frac{r}{a}\right)^n K_{1n} \left[\cos n\theta - \cos n\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \right] + \right.$$

$$\left. + (\cos \omega t - \mathrm{e}^{-\frac{R}{L}t}) \left[-(\ln r) + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n}\right) \left(\frac{r_0}{r}\right)^n \cos n\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \right] \right\}, \tag{56}$$

$$A_{\mathrm{II}}(t) = \frac{\mu_0 I_M}{2\pi} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n}\right) \left(\frac{r_0}{a}\right)^n \left(\frac{r}{a}\right)^n K_{1n} \left[\cos n\theta - \cos n\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \right] - \right.$$

$$\left. - \cos \omega t - \mathrm{e}^{-\frac{R}{L}t}) \left[(-\ln r) + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n}\right) \left(\frac{r_0}{r}\right)^n \cos n\theta \right] \right\}, \tag{57}$$

au condus la expresiile indicate în tabela 1.

4.2. TREI CONDUCTOARE (FIG. *e*) TABELA 1

Curenții de scurtcircuit care străbat în acest caz cele trei conductoare au în operațional expresiile (49), iar potențialul magnetic vector rezultant este

$$A(p) = \frac{\mu_0 I_1(p)}{2\pi} \left[-\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n}\right) \left(\frac{r_0}{a}\right)^n \left(\frac{r}{a}\right)^n \cos n\theta \frac{p\sigma_S\mu_0 a}{2n + p\sigma_S\mu_0 a} + \ln \frac{a}{r} + \right.$$

$$\left. + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{r_0}{r}\right)^n \cos n\theta + \frac{1}{p\sigma_S\mu_0 a} + \right.$$

$$+ \frac{\mu_0 I_2(p)}{2\pi} \left[-\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n}\right) \left(\frac{r_0}{a}\right)^n \left(\frac{r}{a}\right)^n \cos n\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \frac{p\sigma_S\mu_0 a}{2n + p\sigma_S\mu_0 a} + \right.$$

$$\left. + \ln \frac{a}{r} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n}\right) \left(\frac{r_0}{r}\right)^n \cos n\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{1}{p\sigma_S\mu_0 a} \right] + \frac{\mu_0 I_3(p)}{2\pi} \left[\ln \frac{a}{r} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{p\sigma_S\mu_0 a} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{1}{n}\right) \left(\frac{r_0}{a}\right)^n \left(\frac{r}{a}\right)^n \cos n\left(\theta + \frac{4\pi}{3}\right) \frac{p\sigma_S\mu_0 a}{2n + p\sigma_S\mu_0 a} + \right.$$

$$\left. + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n}\right) \left(\frac{r_0}{r}\right)^n \cos n\left(\theta + \frac{4\pi}{3}\right) \right].$$

Forţele instantanee se calculează cu relaţiile :

$$f_1 = i_1\left[u_\theta \frac{1}{r}\frac{\partial A_1}{\partial \theta} + u_r \frac{\partial A_1}{\partial r}\right]_{\substack{r=r_0\\ \theta=0.}},$$

$$f_2 = i_2\left[u_\theta \frac{1}{r}\frac{\partial A_{II}}{\partial \theta} + u_r \frac{\partial A_{II}}{\partial r}\right]_{\substack{r=r_0\\ \theta=-\frac{2\pi}{3}}}, \tag{59}$$

$$f_3 = i_3\left[u_\theta \frac{1}{r}\frac{\partial A_{III}}{\partial \theta} + u_r \frac{\partial A_{III}}{\partial r}\right]_{\substack{r=r_0\\ \theta=-\frac{4\pi}{3}}},$$

în care :

$$A_I(p) = A(p) - A_1(p),$$

$$A_{II}(p) = A(p) - A_2(p), \tag{60}$$

$$A_{III} = A(p) - A_3(p),$$

cărora le corespund funcţiunile original $A_I(t)$, $A_{II}(t)$, $A_{III}(t)$ obţinute cu teoremele de inversare cunoscute

Se obţin expresiile forţelor $\frac{f_1}{F_0}$; $\frac{f_2}{F_0}$; $\frac{f_3}{F_0}$ indicate în tabela 1. În acelaşi tabel sînt cuprinşi de asemenea şi coeficienţii K_{1n}, K_{2n}, K_{3n}. care intervin în expresiile forţelor cum şi forţele dintre conductoare în absenţa ecranelor.

5. OBSERVAŢII ŞI CONCLUZII CU PRIVIRE LA DIAGRAMELE ÎNTOCMITE

Rezultatele evaluărilor numerice ale forţelor în funcţie de diferiţii parametri care intervin în expresiile lor, obţinute cu ajutorul calculatorului numeric IRIS (utilizînd programarea Fortran) au fost centralizate şi redate în principal în diagramele din (fig. 3 ··· fig. 9). Din cercetarea acestora rezultă :

a) Existenţa unei tendinţe de centrare a conductoarelor, în cazul unui singur conductor în ecran, sau de atingere a unei poziţii optime $\left(\frac{r_0}{a} \approx 0{,}5\right)$, pentru cazul a două şi trei conductoare, pentru care forţele medii sau maxime se anulează sau trec printr-un minim (în cazul conductoarelor în triunghi echilateral).

Aceasta este posibil, datorită compensării reciproce dintre forțele ce acționează asupra conductorului considerat și datorîndu-se pe de o parte curenților din ecran, pe de altă parte celorlalte conductoare parcurse de curent.

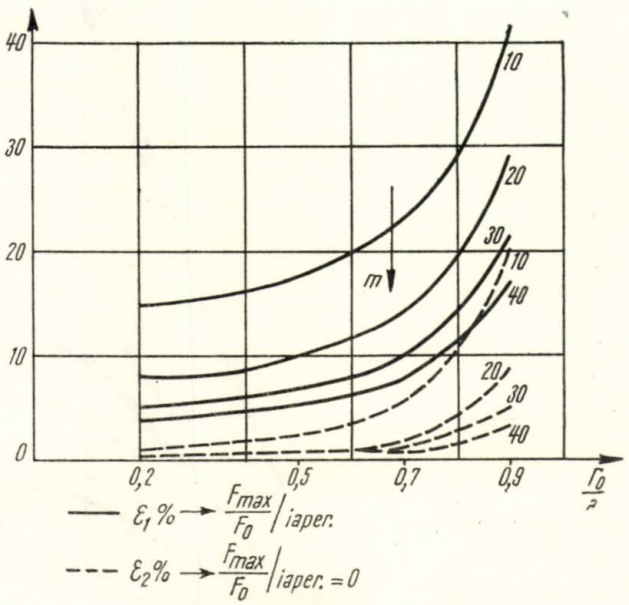


Fig. 3. — Variația cu raportul $\left(\frac{r_0}{a}\right)$ a diferențelor procentuale ε_1, ε_2 relative la F_{max} calculate în ipotezele ecranului perfect și neperfect conductor.

b) Ipoteza perfectei conductivități a ecranului este mai îndepărtată de realitate, față de cazul regimului permanent, diferențeleprocentuale date de relațiile :

$$(\varepsilon_1)_{i_{aper.}\neq 0} = \frac{\left(\frac{F_{max}}{F_0}\right)_{\sigma=\infty} - \left(\frac{F_{max}}{F_0}\right)_{\sigma}}{\left(\frac{F_{max}}{F_0}\right)_{\sigma=\infty}} 100, \qquad (61)$$

$$(\varepsilon_2)_{i_{aper.}=0} = \frac{\left(\frac{F_{max}}{F_0}\right)_{\sigma=\infty} - \left(\frac{F_{max}}{F_0}\right)_{\sigma}}{\left(\frac{F_{max}}{F_0}\right)_{\sigma=\infty}} 100 \qquad (62)$$

crescînd aproape la dublu (diagr. fig.3).

Aceiași concluzie rezultă și din diagramele (fig. 7*a*, *b*, *c*, *d*). Se observă o tendință mai accentuată a forțelor calculate în ipoteza $i_{aper.}=0$. (ceea ce înseamnă forțe în regim permanent), de a coincide cu rezultatele din cazul ecranului perfect conductor și cu atît mai accentuată, cu cît $\left(\frac{r_0}{a}\right)$ este mai mic, adică influența curenților din ecran este mai slabă.

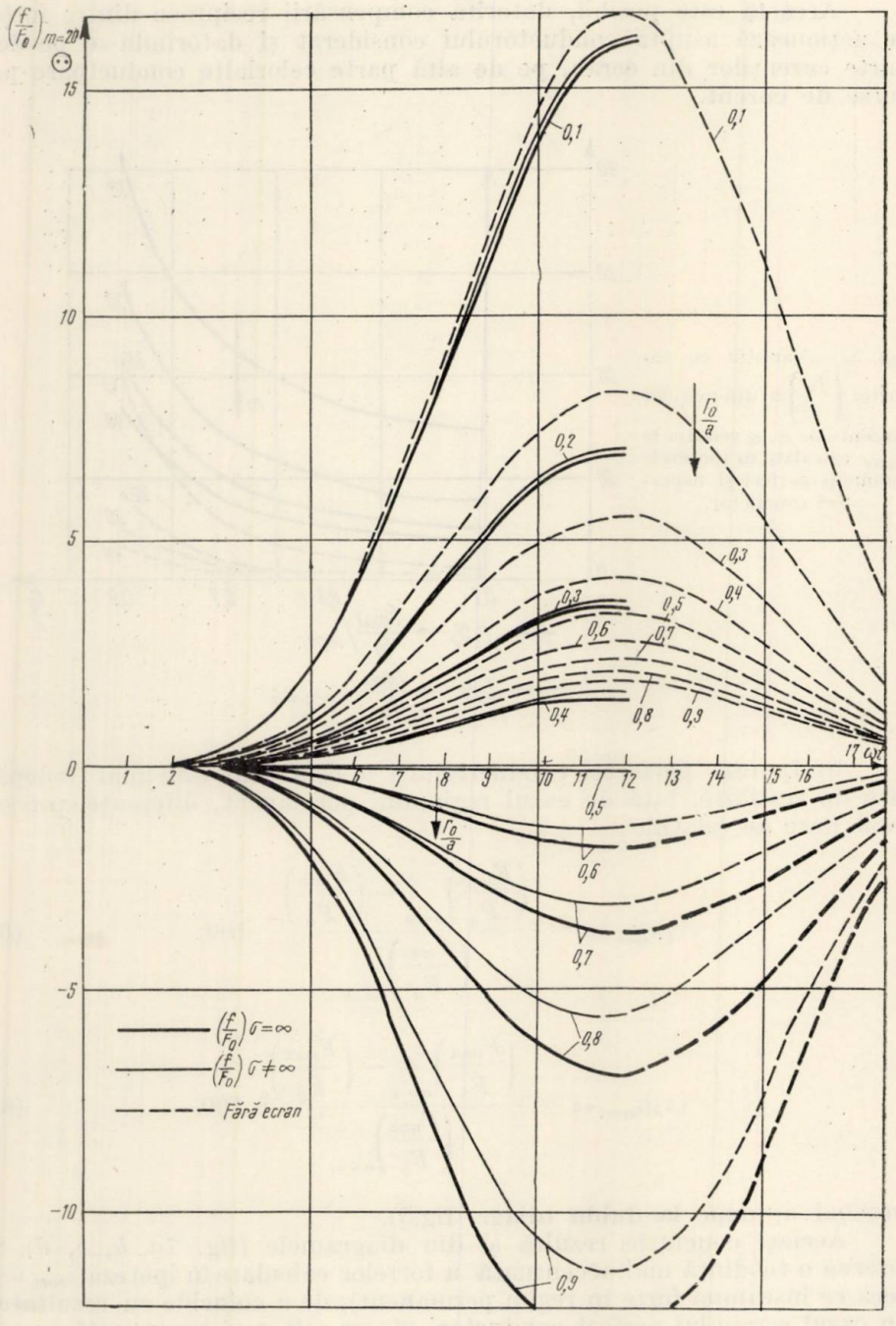


Fig. 4. — Variaţa $\left(\frac{f}{F_0}\right) = f(\omega t)$ pentru diferite valori ale raportului $\frac{r_0}{a}$ şi $m = 20$ la scurtcircuit bifazat.

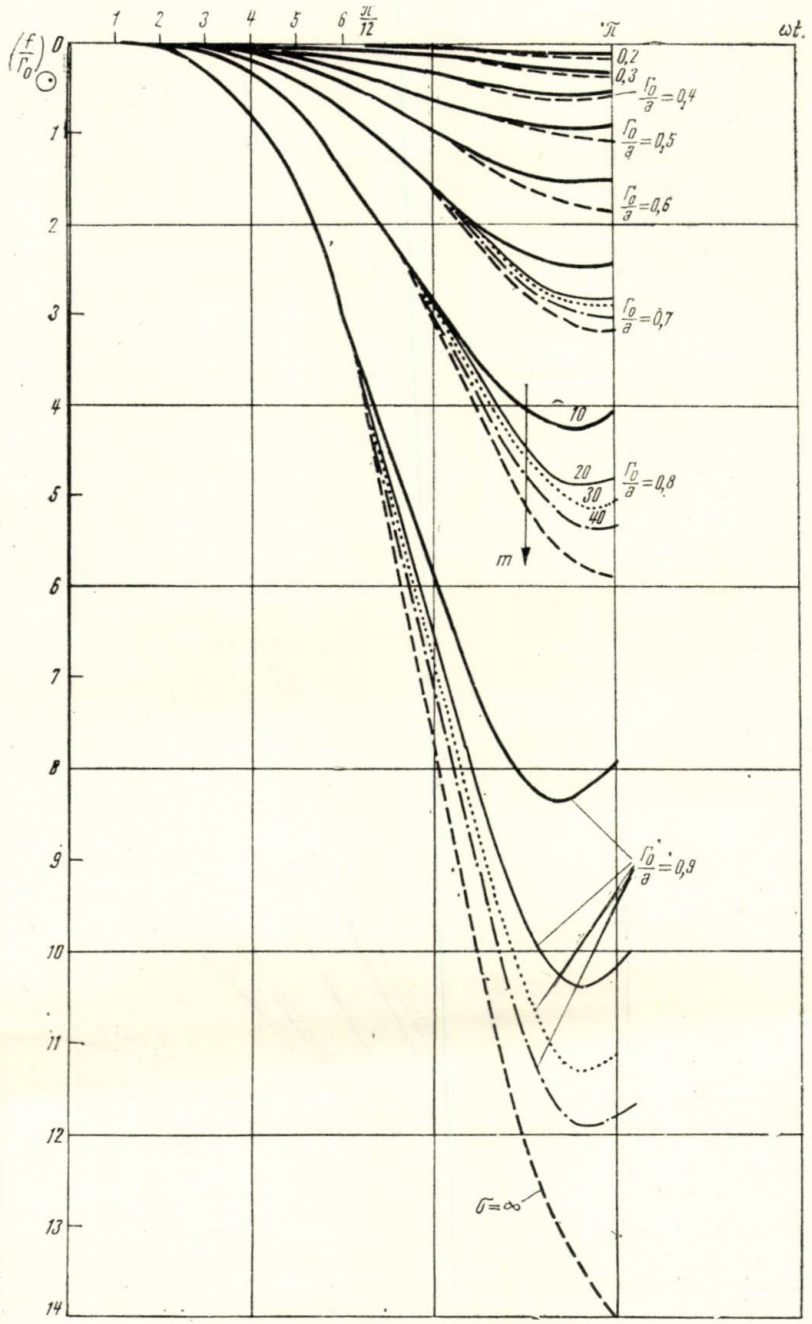


Fig. 5. — Variația $\left(\frac{f}{F_0}\right) = f(\omega t)$ pentru diferite valori ale parametrilor (m) și $\frac{r_0}{a}$ în cazul unui singur conductor în ecran.

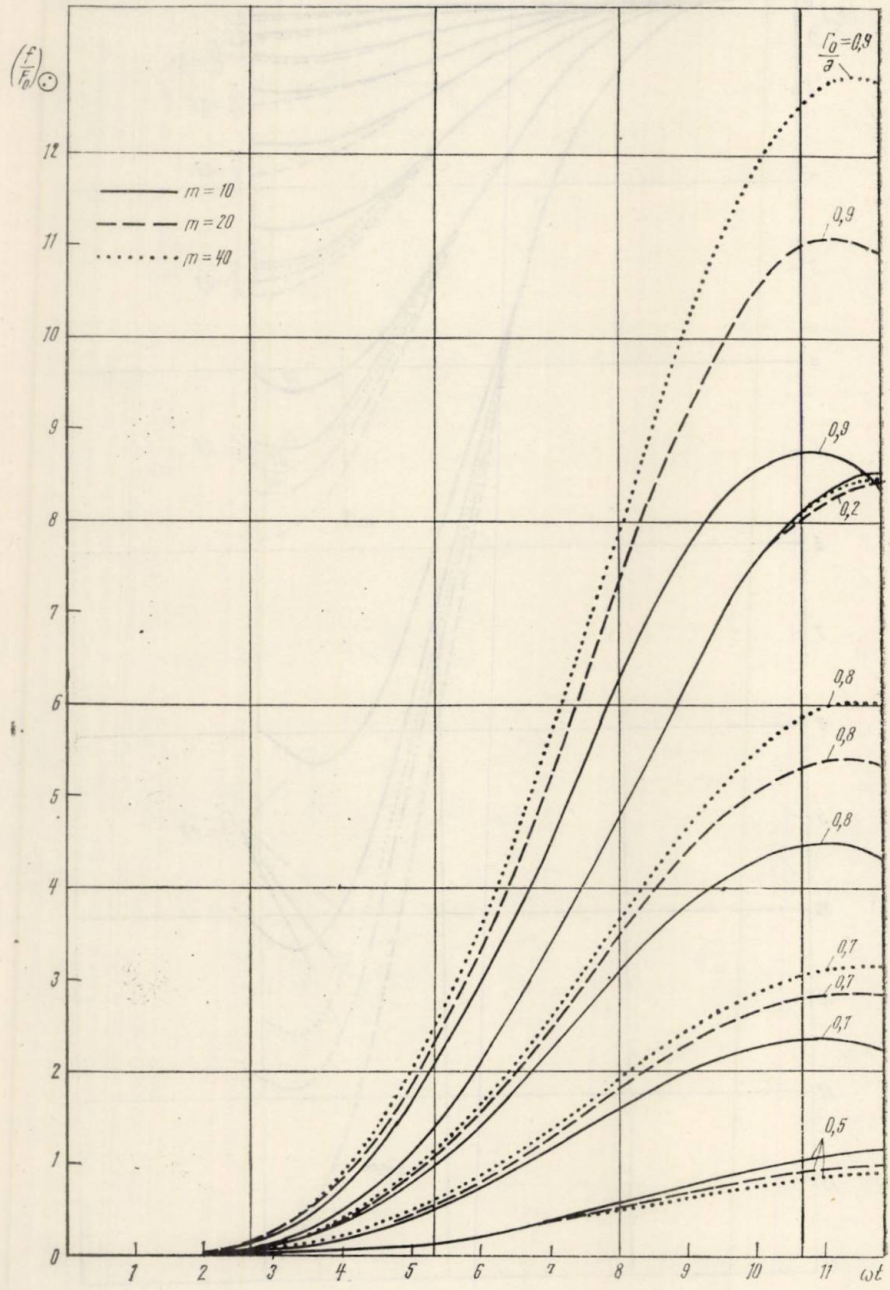


Fig. 6. — Variația $\left(\frac{f}{F_0}\right) = f(\omega t)$ pentru diferite valori ale parametrilor (m) și $\frac{r_0}{a}$ la scurtcircuit bifazat.

Pe baza acestui rezultat, calculul forțelor în regim tranzitoriu în toate celelalte cazuri studiate (*b*, *c*, *d*,*e* — tabela 1) a fost efectuat considerînd cazul general al ecranelor de conductivitate oarecare, finită.

c) Variația cu frecvența (cu parametrul m) este cu atît mai accentuată, cu cît $\left(\frac{r_0}{a}\right)$ tinde către 1 valoarea maximă a forței crescînd direct proporțional cu $m = \frac{ad}{\sigma^2}$ (deci cu frecvența, dacă $(a \cdot d) =$ constant, unde $a =$ raza ecranului $d =$ grosimea peretelui ecranului).

d) Forțele sînt mai mari în absența ecranului, decît în prezența acestuia, pentru o aceiași poziție relativă a conductoarelor, mai mică decît cea optimă. Pentru $\left(\frac{r_0}{a}\right) > \left(\frac{r_0}{a}\right)_{\text{optim.}}$ forțele în absența ecranului rămîn mai mici decît cele în prezența lui, deoarece intervine influența curenților din ecran, care, depășind pe aceea a curenților din celelalte conductoare, situateînecran determină din nou o creștere a acestor forțe (în valoare absolută).

e) Avantajul configurației în triunghi echilateral al fazelor conductoare, evidențiat cu prilejul studierii regimului permanent [4] dispare în regim tranzitoriu, cele trei faze fiind în acest caz solicitate inegal.

f) Comparînd rezultatele obținute în ipoteza $i_{\text{aper.}} \neq 0$ și $i_{\text{aper.}} = 0$ se observă o majorare considerabilă a modulelor forțelor în I caz față de al II-a, cu atît mai mult cu cît conductoarele se apropie de ecran $\left(\frac{r_0}{a}\right)$ tinde către 1. Rezultă deci neacoperitor, calculul forțelor în ipoteza neglijării componentei aperiodice a curenților de scurtcircuit, ceea ce impune luarea ei în considerare, în studiul forțelor electrodinamice în regim tranzitoriu.

6. CONCLUZII

Studiul analitic al cîmpului electromagnetic cuasistaționar inductiv, corespunzător sistemelor de conductoare ecranate electromagnetic, a fost efectuat prin rezolvare ecuațiilor satisfăcute de mărimile de cîmp în domeniile interior și exterior ecranului, considerînd ecranele infinit subțiri, cu conductivitatea superficială σ_S sau perfect conductoare.

În condițiile de simetrie existente, rezolvarea ecuațiilor a putut fi efectuată utilizînd metoda separării variabilelor în coordonate cilindrice, în conformitate cu teoremele de unicitate adecvate, soluțiile obținute permițînd calculul unor mărimi globale ce prezintă interes practic, în acest caz forțele în regim tranzitoriu

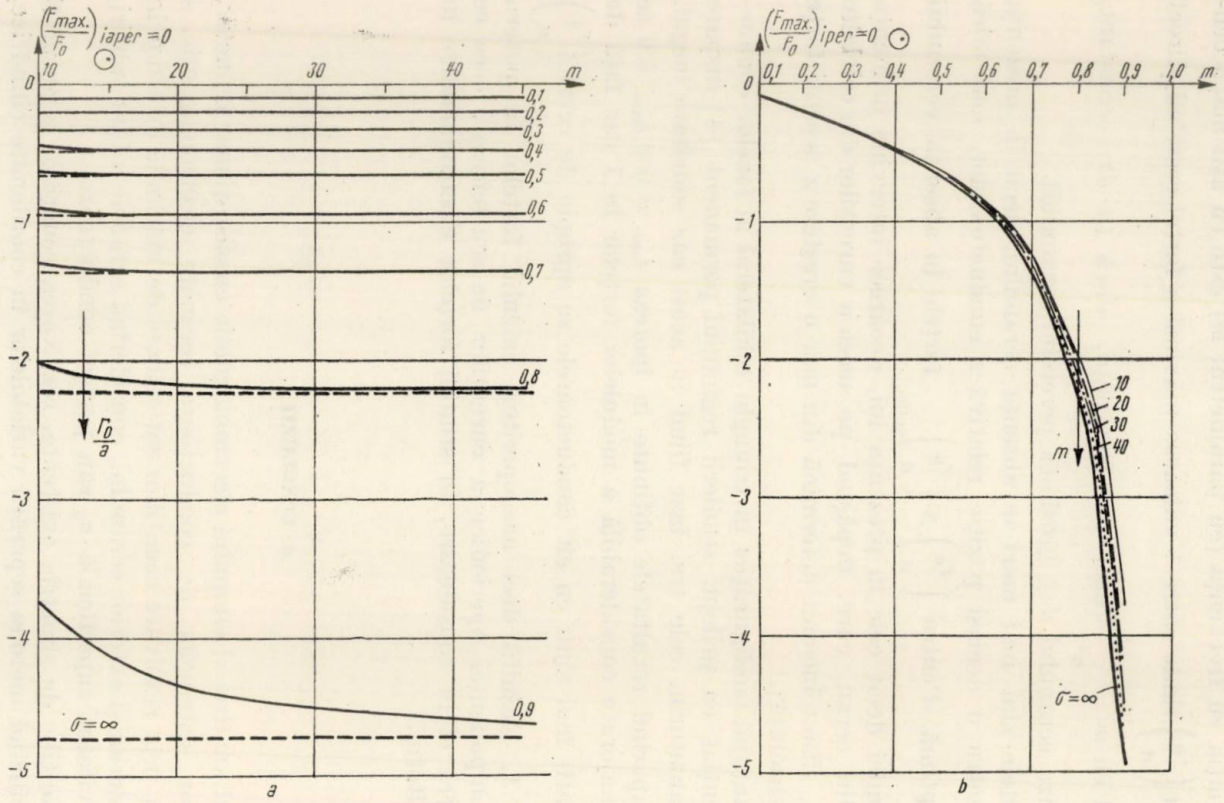


Fig. 7. — *a* — Variaţia $\left(\frac{F_{max}}{F_0}\right)_{i_{aper.}=0} = f(m)$ pentru diferite valori ale raportului $\left(\frac{r_0}{a}\right)$ în cazul unui singur fir în ecran cu neglijarea componente aperiodice a curentului de scurtcircuit ; *b* — variaţia $\left(\frac{F_{max}}{F_0}\right)_{i_{aper.}=0} = f(m)$ pentru diferite valori ale parametrului (m) cazul unui singur fir în ecran nu neglijarea componentei aperiodice a curentului de scurtcircuit ;

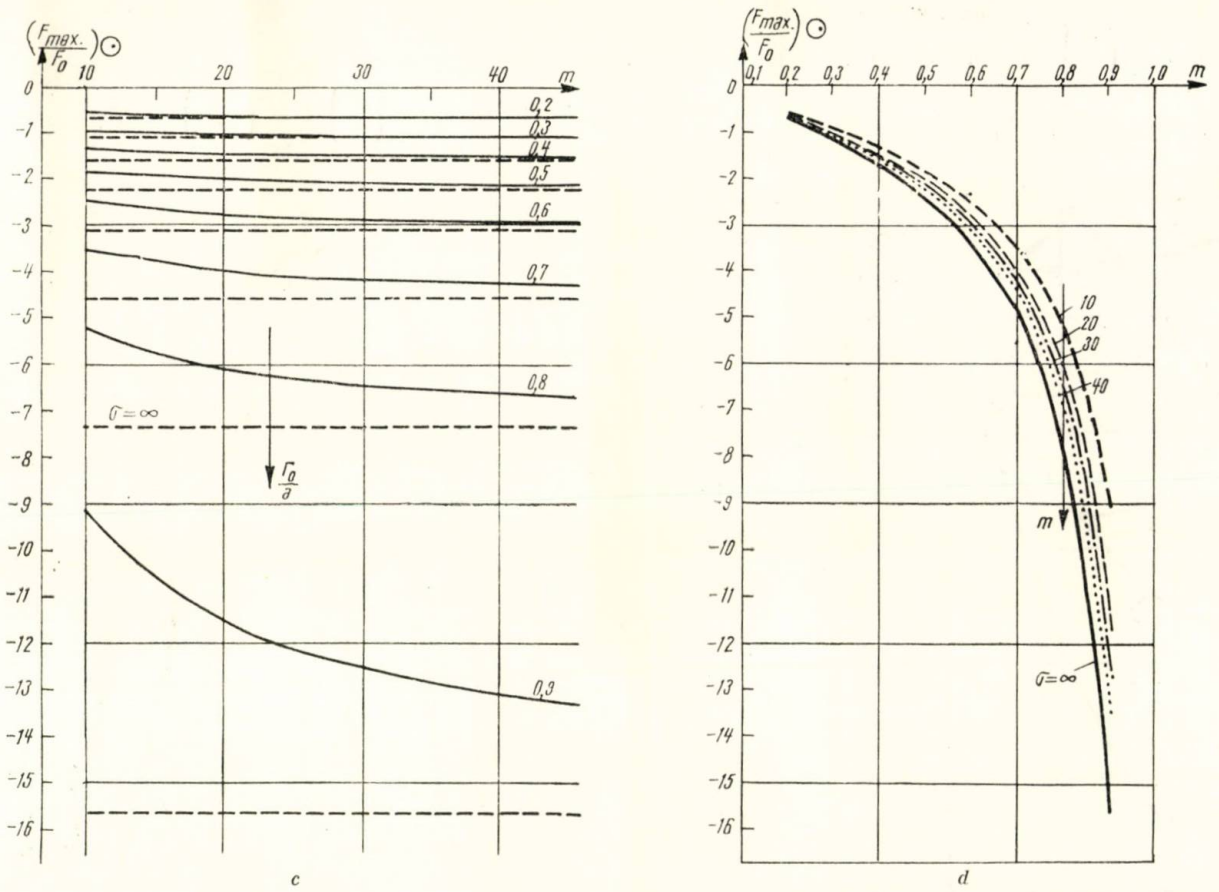


Fig. 7 — c — variația $\left(\frac{F_{max}}{F_0}\right)_{i_{aper.}=0} = f\left(\frac{r}{a}\right)$ pentru diferite valori ale raportului $\left(\frac{r}{a}\right)$ în cazul unui singur fir în ecran. d — variația $\left(\frac{F_{max}}{F_0}\right) = f\left(\frac{r}{a}\right)$ pentru diferite valori ale parametrului (m) în cazul unui singur fir în ecran.

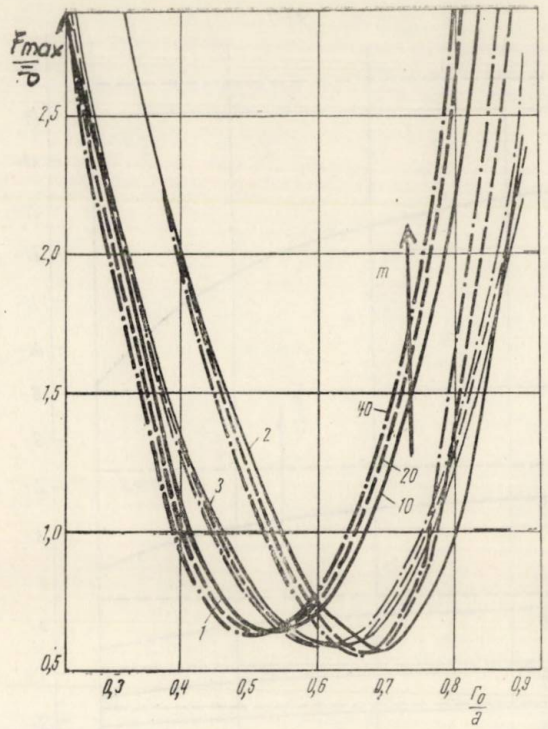


Fig. 8. — Fariația $\left(\frac{F_{max}}{F_0}\right) = f\left(\frac{r}{a}\right)$ la scurtcircuit trifazat.

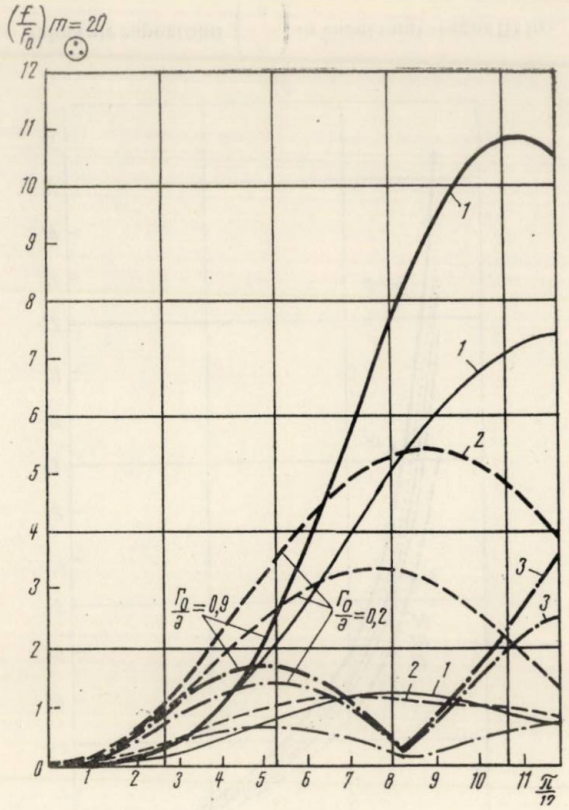


Fig. 9. — Variația $\frac{F}{F_0} = f(\omega t)$ la scurtcircuit trifazat pentru diferite valori ale raportului $\left(\frac{r}{a}\right)$ și pentru $m = 20$.

Au fost studiate cazurile :

— un conductor situat exentric în ecran ;

— două și trei conductoare situate în același plan sau în colțurile unui triunghi echilateral, corespunzînd unor scurt circuite bifazate și trifazate (tabela 1).

Compararea expresiilor de calcul obținute în cazurile (σ_S și $\sigma_S = \infty$) cum și ($i_{aper.}=0$; $i_{aper.}\neq 0$) și a rezultatelor numerice obținute pe calculator, pentru diferite valori ale parametrilor ce intervin în expresiile respective, a evidențiat necesitatea luării în considerare, în studiul regimului tranzitoriu, atît a conductivității finite a ecranului, cît și a componentei aperiodice a curentului de scurtcircuit.

BIBLIOGRAFIE

1. RĂDULEȚ, A. TIMOTIN, A. ȚUGULEA, *Teoreme de unicitate pentru regimuri variabile ale cîmpului electromagnetic*, St. cerc. energ. electr., **21**, *1*, 109—128 (1971).
2. A. ȚUGULEA, *Cîmpul electromagnetic cvasistaționar al conductoarelor rectilinii trifazate în prezența ecranelor electromagnetice subțiri*, St. cerc. energ. electr., **15**, *3*, 549—560 (1965).
3. V. KUZNEȚOV, U. TITICHIAN, *Forțele electrodinamice dintre conductoarele parcurse de curenți situate în același ecran de secțiune circulară, la scurtcircuit trifazat*, Electricestvo, *6*, (1970).
4. C. IONESCU, *Etude en regime permanent, des systems de conducteurs de phase blindes en commun par des écrans electromagnetiques cylindriques circulaires*, Rev. Roum. Sci. Techn. electrotehn. et energ., *4* (1973), (sub tipar)

STUDIUL PĂTURILOR ȘI TOLELOR FEBOMAGNETICE CU ANIZOTROPIE MAGNETICĂ UNIAXIALĂ ÎN CÎMPURI MAGNETICE ALTERNATIVE DE MICĂ INTENSITATE

IV. CÎMPURI MAGNETICE NEPARALELE CU DIRECȚIA MAGNETIC PRIVILEGIATĂ

H. GAVRILĂ

621.318.22:621.3.017.3

Se studiază proprietățile păturilor și tolelor feromagnetice cu anizotropie magnetică uniaxială în domeniul de comportare liniară a materialului. Cîmpurile magnetice alternative se presupun aplicate sub un unghi oarecare față de axa de cea mai ușoară magnetizare a sistemului, în particular normal față de aceasta Se ține cont de structura specifică de domenii a materialului feromagnetic, rezultatele privitoare la comportarea sistemului față de componenta paralelă a cîmpului fiind deduse într-un număr de lucrări anterioare. Se indică și posibilitatea de abordare a studiului materialelor policristaline cu orientări iarbitrar distribuite ale axelor ușoare ale diferitelor cristalite.

1. INTRODUCERE

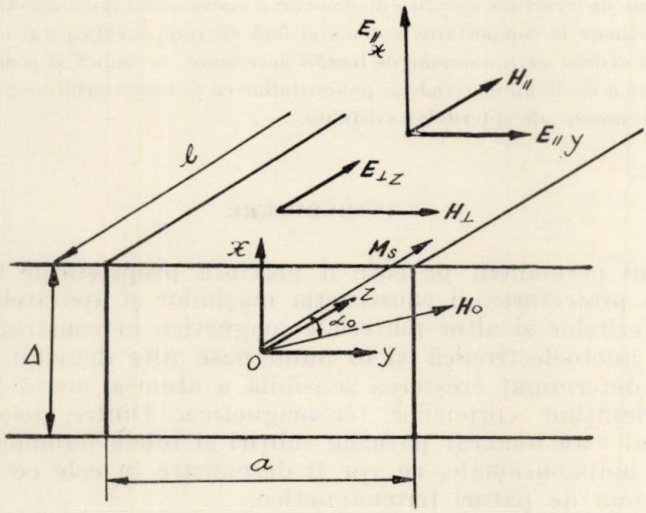
Interesul permanent pe care îl prezintă proprietățile tolelor feromagnetice în proiectarea și construcția mașinilor și aparatelor electrice, importanța feritelor și altor materiale magnetice în construcția calculatoarelor, în microelectronică și în numeroase alte domenii ale tehnicii moderne au determinat creșterea sensibilă a atenției acordate de cercetători proprietăților corpurilor feromagnetice. Dintre acestea, de un interes special s-au bucurat păturile subțiri și tolele feromagnetice, corpuri practic bidimensionale, ce vor fi desemnate în cele ce urmează cu termenul comun de pături feromagnetice.

Ele se bucură și de privilegiul de a avea o structură de domenii relativ simplă. Astfel la păturile feromagnetice cu anizotropie magnetică uniaxială, care fac obiectul de studiul al prezentei lucrări, această structură constă din domenii de magnetizare spontană de formă paralelipipedică, cu lungimea l (paralelă cu axa z), grosimea Δ (egală cu a păturii feromagnetice) și lățimea a, fețele mari ale păturii fiind perpendiculare

pe axa x, iar originea sistemului de coordonate alegîndu-se în centrul unui domeniu oarecare (figura a), Magnetizările de saturaţie M_s ale domeniilor învecinate sînt orientate antiparalel, după direcţia axei z, care este astfel axa de cea mai uşoară magnetizare a materialului.

Într-un număr de lucrări anterioare [1]—[3], autorul a studiat comportarea păturii feromagnetice cu structura descrisă, în condiţiile aplicării unor cîmpuri magnetice alternative de mică intensitate paralele cu direcţia magnetică privilegiată (axa z). Acesta este de altfel cazul studiat în exclusivitate în literatură; autorul nu cunoaşte nici o abordare teoretică a problemei comportării păturii feromagnetice în cîmpuri neparalele cu direcţia menţionată, cu toate că anumite investigări experimentale au fost întreprinse (vezi, de exemplu [4], [5]).

În prezenta lucrare se studiază comportarea păturii feromagnetice cu anizotropie magnetică uniaxială la aplicarea unui cîmp magnetic alternativ care, rămînînd paralel cu feţele mari ale păturii, face un anumit unghi α_0 cu direcţia magnetică privilegiată (axa de cea mai uşoară magnetizare). În acest caz, pentru rezolvarea problemei trebuie făcută descompunerea cîmpului în două componente, una paralelă cu direcţia magnetizării, $\boldsymbol{H}_{0_{\parallel}}$ (deci după direcţia z în sistemul de coordonate ales), iar cealaltă $\boldsymbol{H}_{0_{\perp}}$ normală pe această direcţie (deci după direcţia y) (v. figura).



Cîmpul electromagnetic local la aplicarea unui cîmp magnetic exterior $\boldsymbol{H}_0$ cu orientare arbitrară.

Pentru cîmpul magnetic paralel, problema a fost complet rezolvată [1]-[3], soluţia fiind cunoscută. În cele ce urmează se discută mai întîi comportarea sistemului presupunînd aplicat un cîmp magnetic cu orientare normală (cap. 2), iar apoi cu o orientare arbitrară (cap. 3). Un ultim capitol este destinat comentării rezultatelor obţinute.

2. PĂTURA FEROMAGNETICĂ ÎN CÎMPURI CU ORIENTARE NORMALĂ

Comportarea păturii feromagnetice la aplicarea unui cîmp magnetic normal faţă de direcţia privilegiată a sistemului diferă total de situaţia în care cîmpul se aplică paralel cu această direcţie. În adevăr, în prezenţa unui asemenea cîmp magnetic nu se exercită presiune asupra pereţilor, iar rezolvarea problemei corespunzătoare de cîmpuri impune soluţia clasică [6]. Intensitatea cîmpului magnetic rezultant este dată de formula

$$\underline{H}_{\perp}(x) = H_{0_{\perp}} \frac{\operatorname{ch} \underline{\gamma}\, x}{\operatorname{ch} \frac{\underline{\gamma}\, \Delta}{2}}, \tag{1}$$

şi evident nu există componentă a cîmpului electric decît după direcţia z

$$\underline{E}_z(x) = \frac{1}{\sigma} \frac{\partial \underline{H}_{\perp}}{\partial x} = \frac{\underline{\gamma}}{\sigma} \underline{H}_{0_{\perp}} \frac{\operatorname{sh} \underline{\gamma}\, x}{\operatorname{ch} \frac{\underline{\gamma}\, \Delta}{2}}. \tag{2}$$

În aceste expresii s-a notat

$$\underline{\gamma}^2 = \mathrm{j}\mu_{\perp}\, \sigma\omega, \tag{3}$$

în care σ este conductibilitatea electrică, $\mu_{\perp}$ permeabilitatea magnetică a materialului după direcţia normală pe axa de cea mai uşoară magnetizare, iar ω pulsaţia cîmpului aplicat. Shockeley [7] a arătat că în interiorul domeniilor, după direcţiile perpendiculare pe cea corespunzătoare magnetizaţiei de saturaţie, permeabilitatea magnetică are expresia

$$\mu^* = \mu_0 \left(1 + \frac{\mu_0 M_s^2}{2K}\right), \tag{4}$$

în care K este constanta macroscopică de anizotropie magnetică a materialului. Valoarea acestei mărimi este de exemplu la fierul pur $\mu^* = 46\mu_0$ iar la aliajul Fe — 4% Si : $\mu^* = 42\ \mu_0$.

De fapt, $\mu_{\perp}$ nu poate fi considerat egal cu μ^*, deşi probabil nu diferă prea mult de aceasta, deoarece μ^* reprezintă valoarea permeabilităţii magnetice numai în interiorul domeniilor, iar în calculul lui $\mu_{\perp}$ trebuie să se ia în considerare şi prezenţa pereţilor Bloch dintre domenii care au o grosime foarte mică în raport cu lăţimea domeniului de structură, dar totuşi finită, şi o permeabilitate μ_B mult mai mare decît μ^*, datorită structurii lor magnetice particulare. Atunci $\mu_{\perp}$ va reprezenta media valorilor μ^* şi μ_B, ponderată în raport cu lăţimea domeniului de structură şi respectiv cu grosimea peretelui.

Pentru expresiile cîmpului electromagnetic local se mai pot da și următoarele forme echivalente, obținute prin dezvoltare în serie Fourier

$$\underline{H}_{\perp}(x) = \underline{H}_{0_{\perp}} - \underline{H}_{0_{\perp}} \sum_{m}{}' (-1)^{\frac{m-1}{2}} \frac{4}{m\pi} \frac{j\omega}{\omega_{m_{\perp}} + j\omega} \cos \frac{m\pi}{\Delta} x, \tag{5}$$

$$\underline{E}_{z}(x) = \frac{4\underline{H}_{0_{\perp}}}{\sigma\Delta} \sum_{m}{}' (-1)^{\frac{m-1}{2}} \frac{j\omega}{\omega_{m_{\perp}} + j\omega} \sin \frac{m\pi}{\Delta} x, \tag{6}$$

unde

$$\omega_{m_{\perp}} = \frac{1}{\mu_{\perp}\sigma} \left(\frac{m\pi}{\Delta}\right)^2. \tag{7}$$

Se observă că cîmpul de reacție ($\underline{H}_{\perp}(x) - \underline{H}_{0_{\perp}}$) a cîmpului magnetic aplicat și deci cîmpul electric indus $\underline{E}_{z}(x)$ se datorează numai fenomenului inducției electromagnetice locale (de tranformare), adică, conform interpretării propuse [1], unor macrocurenți turbionari. Datorită valorii mult diferite a permeabilității magnetice după axele de cea mai ușoară și cea mai dificilă magnetizare, macrocurenții turbionari asociați direcției z sînt cu mult mai intenși decît cei asociați direcției y. Fizic, acest lucru se explică prin aceea că macrocurenții turbionari asociați direcției z, spre deosebire de ceilalți, nu traversează niciun perete Bloch a cărui rezistență s-o întîmpine.

Intensitatea cîmpului magnetic mediu după direcția normală se găsește mediind expresia (1) sau (5) a cîmpului magnetic local pe grosimea păturii

$$\underline{\widetilde{H}}_{\perp} = \underline{H}_{0_{\perp}} \frac{\operatorname{th} \frac{\gamma\Delta}{2}}{\frac{\gamma\Delta}{2}} = \frac{8}{\pi^2} \underline{H}_{0_{\perp}} \sum_{m}{}' \frac{1}{m^2} \frac{\omega_{m_{\perp}}}{\omega_{m_{\perp}} + j\omega} \tag{8}$$

iar inducția magnetică medie direct prin relația:

$$\underline{\widetilde{B}}_{\perp} = \mu_{\perp} \underline{\widetilde{H}}_{\perp}. \tag{9}$$

Permeabilitatea magnetică „perpendiculară" fiind constantă și reală, nu mai introduce nici o retardare a inducției magnetice medii față de intensitatea cîmpului magnetic mediu stabilit, spre deosebire astfel de permeabilitatea magnetică „paralelă" [2].

În domeniul considerat, de comportare lineară a materialului și ținînd cont că la aplicarea unui cîmp cu orientarea aleasă pereții de domenii nu se pun în mișcare, rezultă că singura categorie de pierderi ce apar sînt cele prin (macro)curenți turbionari. Expresia acestor pierderi (specifice) este

$$p_{\perp} = \frac{\alpha}{\sigma\Delta} H_{0_{\perp}}^2 \frac{\operatorname{sh} \alpha\Delta - \sin \alpha\Delta}{\operatorname{ch} \alpha\Delta + \cos \alpha\Delta} = \frac{4}{\sigma\Delta^2} H_{0_{\perp}}^2 \sum_{m}{}' \frac{\omega^2}{\omega_{m_{\perp}}^2 + \omega^2}, \tag{10}$$

unde

$$\alpha^2 = \frac{1}{2}\mu_\perp \sigma \omega.$$

Și în cazul cîmpului cu orientare normală prezintă remarcabil interes cazul frecvențelor joase, delimitate în cele ce urmează prin condiția

$$\omega \ll \omega_{m_\perp} = \frac{1}{\mu_\perp \sigma}\left(\frac{m\pi}{\Delta}\right)^2; \tag{11}$$

Această condiție diferă sensibil de „aproximația frecvențelor joase", introdusă într-o lucrare precedentă [3], în condițiile aplicării unui cîmp magnetic paralel cu axa de cea mai ușoară magnetizare a păturii

$$\omega \ll \omega_m = \frac{1}{\mu_0 \sigma}\left(\frac{m\pi}{\Delta}\right)^2; \tag{12}$$

ea are un caracter mult mai restrictiv, deoarece

$$\frac{\omega_{m_\perp}}{\omega_m} = \frac{\mu_0}{\mu_\perp} \ll 1. \tag{13}$$

De exemplu, la fier sau la aliajul Fe-Si, la grosimi ale păturii feromagnetice de $(0{,}1 \ldots 0{,}5).10^{-3}$ m, numai frecvențele sub 1 kHz (în care intră oricum cea industrială, de 50 Hz) se pot considera încadrate în această aproximație.

O discuție analoagă celei făcute în [3] arată că aproximația (11) echivalează cu neglijarea cîmpului de reacție a curenților turbionari, lucru evidențiat clar și de expresia (8) a intensității cîmpului magnetic mediu.

O formă deosebit de simplă (și cunoscută) capătă în această aproximație expresia (10) a pierderilor, care devine

$$p_\perp = \frac{1}{24}\sigma\omega^2\Delta^2(\mu_\perp H_{0_\perp})^2, \tag{14}$$

sau, în acord cu relația (9) și cu observația de mai sus privitoare la neglijarea reacției curenților turbionari

$$p_\perp = \frac{1}{24}\sigma\omega^2\Delta^2 B_\perp^2, \tag{14'}$$

unde $B_\perp$ este valoarea maximă a inducției magnetice stabilite.

3. PĂTURA FEROMAGNETICĂ ÎN CÎMPURI CU ORIENTARE ARBITRARĂ

Presupunînd cîmpul magnetic exterior aplicat după o direcție ce face unghiul oarecare α_0 cu direcția magnetic privilegiată a păturii feromagnetice, cele două componente ale sale se determină prin relațiile:

$$H_{0_{||}} = H_0 \cdot \cos \alpha_0, \qquad H_{0_\perp} = H_0 \cdot \sin \alpha_0. \tag{15}$$

Nu aceeași direcție va avea însă și cîmpul magnetic rezultant. În adevăr, notînd

$$\widetilde{H}_\perp = h_\perp H_{0_\perp}, \qquad \widetilde{H}_{||} = h_{||} H_{0_{||}}, \tag{16}$$

unde, datorită cîmpului magnetic de reacție, coeficienții $h_{||}$ și $h_\perp$ sînt neunitari și diferiți, direcția cîmpului rezultant este dată de unghiul

$$\alpha_H = \text{arc tg} \left(\frac{h_\perp}{h_{||}} \text{tg } \alpha_0 \right), \tag{17}$$

cu o abatere de la direcția cîmpului aplicat

$$\Delta \alpha_H = \text{arc tg} \left(\frac{h_\perp - h_{||}}{h_{||} + h_\perp \text{tg}^2 \alpha_0} \text{tg } \alpha_0 \right). \tag{18}$$

La rîndul său, și direcția inducției magnetice rezultante

$$\alpha_B = \text{arc tg} \left(\frac{\mu_\perp}{\mu_{||}} \frac{h_\perp}{h_{||}} \text{tg } \alpha_0 \right), \tag{19}$$

diferă de direcția cîmpului aplicat

$$\Delta \alpha_B = \alpha_B - \alpha_0 = \text{arc tg} \left(\frac{\mu_\perp h_\perp - \mu_{||} h_{||}}{\mu_{||} h_{||} + \mu_\perp h_\perp \text{tg}^2 \alpha_0} \text{tg } \alpha_0 \right). \tag{20}$$

Întrucît coeficienții $h_\perp$ și $h_{||}$ sînt comparabili, dar între permeabilitățile magnetice ale celor două direcții există o pronunțată inegalitate ($\mu_\perp \ll \mu_{||}$), rezultă că $\alpha_B \ll \alpha_0$, direcția inducției magnetice fiind deci foarte apropiată de cea a orientării preferențiale a sistemului, indiferent de direcția de aplicare a cîmpului magnetic exterior.

Aceste proprietăți sînt descrise condensat de ecuațiile matriciale:

$$\begin{bmatrix} \widetilde{B}_{||} \\ \widetilde{B}_\perp \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_{||} & 0 \\ 0 & \mu_\perp \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \widetilde{H}_{||} \\ \widetilde{H}_\perp \end{bmatrix}, \tag{21}$$

$$\begin{bmatrix} \widetilde{H}_{||} \\ \widetilde{H}_\perp \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{||} & 0 \\ 0 & h_\perp \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} H_{0_{||}} \\ H_{0_\perp} \end{bmatrix}, \tag{22}$$

în care componentele paralele ale inducției magnetice și intensității cîmpului magnetic mediu, permeabilitatea magnetică „paralelă" $\mu_{||}$ și coeficientul $h_{||}$ pot avea un caracter complex.

Proprietățile cîmpului și ale materialului după direcția de aplicare a cîmpului magnetic exterior (definită prin unghiul α_0) și după o direcție normală pe aceasta se descriu în modul cel mai convenabil introducînd matricea

$$\mathrm{U} = \begin{bmatrix} \cos\alpha_0 & \sin\alpha_0 \\ -\sin\alpha_0 & \cos\alpha_0 \end{bmatrix}. \tag{23}$$

Înmulțind ecuația (22) cu matricea U la stînga și inserînd între cele două matrici din membrul drept produsul $\mathrm{U}^{-1}\,\mathrm{U} = \mathrm{I}$, se obține:

$$\begin{bmatrix} \widetilde{H}_{||}^{(0)} \\ \widetilde{H}_{\perp}^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \widetilde{H}_{||}\cos\alpha_0 + \widetilde{H}_{\perp}\sin\alpha_0 \\ -\widetilde{H}_{||}\sin\alpha_0 + \widetilde{H}_{\perp}\cos\alpha_0 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} h_{||}\cos^2\alpha_0 + h_{\perp}\sin^2\alpha_0 & (h_{\perp} - h_{||})\sin\alpha_0\cos\alpha_0 \\ (h_{\perp} - h_{||})\sin\alpha_0\cos\alpha_0 & h_{||}\sin^2\alpha_0 + h_{\perp}\cos^2\alpha_0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} H_0 \\ 0 \end{bmatrix}. \tag{24}$$

Procedînd analog cu ecuația (21), se găsește:

$$\begin{bmatrix} \widetilde{B}_{||}^{(0)} \\ \widetilde{B}_{\perp}^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \widetilde{B}_{||}\cos\alpha_0 + \widetilde{B}_{\perp}\sin\alpha_0 \\ -\widetilde{B}_{||}\sin\alpha_0 + \widetilde{B}_{\perp}\cos\alpha_0 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \mu_{||}\cos^2\alpha_0 + \mu_{\perp}\sin^2\alpha_0 & (\mu_{\perp} - \mu_{||})\sin\alpha_0\cos\alpha_0 \\ (\mu_{\perp} - \mu_{||})\sin\alpha_0\cos\alpha_0 & \mu_{||}\sin^2\alpha_0 + \mu_{\perp}\cos^2\alpha_0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \widetilde{H}_{||}^{(0)} \\ \widetilde{H}_{\perp}^{(0)} \end{bmatrix}. \tag{25}$$

Relațiile (24) și (25) subliniază caracterul tensorial al permeabilității magnetice, în total acord cu observațiile de mai sus privitoare la direcțiile diferite ale cîmpurilor H_0, $\widetilde{H}$, $\widetilde{B}$.

Calculul pierderilor în cazul general este considerabil ușurat de faptul că liniile curenților turbionari induși de cele două componente ale cîmpului sînt în orice punct normale. În felul acesta pierderile datorate fiecăruia din cele două cîmpuri de curenți turbionari sînt independente. Pe de altă parte, alte categorii de pierderi nu apar decît pentru componenta paralelă a cîmpului [2]. Oricare din aceste categorii de pierderi fiind proporțională cu pătratul intensității cîmpului magnetic aplicat, pierderile specifice totale ce apar la aplicarea cîmpului magnetic H_0 după direcția α_0 se scriu atunci

$$p = p_{||}\cos^2\alpha_0 + p_{\perp}\sin^2\alpha_0, \tag{26}$$

unde $p_{\parallel}$ și $p_{\perp}$ sînt pierderile specifice totale ce rezultă la aplicarea aceluiași cîmp H_0 după direcțiile $\alpha_0 = 0$ și $\alpha_0 = 90°$ (adică după direcțiile de cea mai ușoară și respectiv cea mai dificilă magnetizare a materialului).

4. CONCLUZII

Trebuie observat mai întîi că rezultatele obținute își păstrează valabilitatea numai în domeniul de comportare lineară a materialului, adică în condițiile aplicării unor cîmpuri magnetice de mică intensitate (sub pragul de coercitivitate), deși, calitativ, fenomenele descrise rămîn aceleași și la cîmpuri mai intense.

Acest lucru este adevărat din mai multe motive. În primul rînd, numai în acest domeniu sînt valabile rezultatele privitoare la comportarea păturii feromagnetice față de componenta paralelă a cîmpului [1]-[3]. Apoi, numai în prezența unor asemenea cîmpuri puțin intense deplasarea pereților rămîne atît de mică încît să justifice aproximațiile folosite. Într-adevăr, la curbări pronunțate ale pereților chiar componenta normală a cîmpului exercită presiune asupra lor, astfel încît aspectul analitic al problemei se complică considerabil. În fine, așa după cum o dovedește experiența [5], în prezența unor cîmpuri intense și procesul magnetizării păturii are un caracter mai complex, alături de deplasarea reversibilă și ireversibilă a pereților intervenind și rotirea magnetizării unor domenii întregi.

Rezultatele obținute în această lucrare pun într-o nouă lumină verificările experimentale ale teoriei, expuse într-o lucrare precedentă [3]. Cu acea ocazie, a apărut surprinzător faptul că determinarea indirectă a lățimii a a domeniului de structură, realizată prin compararea pierderilor calculate cu cele măsurate experimental nu era satisfăcătoare decît la tolele tratate termic, dar nu și la cele netratate.

Ținînd seama de faptul că aceste pierderi au fost calculate presupunînd o orientare unică a structurii de domenii a materialului, iar cîmpul magnetic aplicat paralel cu aceasta, rezultatul este acum perfect explicabil. Înatr-adevăr, o asemenea structură este realizată practic numai la tola tatată termic, în vreme ce la cea netratată structura de domenii a diferitelor cristalite rămîne numai aproximativ orientată după direcția de laminare, astfel încît în acest ultim caz cîmpul aplicat face unghiuri diferite cu axa de anizotropie a fiecărei cristalite, ceea ce, conform formulei (26), duce la o creștere însemnată a pierderilor.

În încheiere trebuie subliniat că lucrarea de față deschide perspectiva reală a unui studiu sistematic al comportării materialelor policristaline cu orientări arbitrar distribuite ale direcțiilor privilegiate ale diferitelor cristalite. Descompunerea cîmpului aplicat după componentele paralelă și normală cu orientarea fiecărei cristalite, analiza efectelor acestor componente asupra proprietăților locale ale materialului și medierea statistică efectuată după toate orientările posibile ale cristalitelor va permite descrierea adecvată a proprietăților întregului corp policristalin. Pentru concretizarea acestei posibilități se vede că este însă absolut indispensabilă elaborarea unei metodici eficiente de determinare experimentală a

distribuției statistice a orientării de structură a cristalitelor componente ale policristalului. Se pare că evoluția tehnicii moderne de măsurare și calcul va duce în cel mai scurt timp la realizarea acestui deziderat.

BIBLIOGRAFIE

1. H. Gavrilă, *Studiul păturilor și tolelor feromagnetice cu anizotropie magnetică uniaxială în cîmpuri magnetice alternative de mică intensitate. I. Cîmpul electromagnetic local*, St. cerc. energ. electr., **22**, *3*, 623—38 (1972).
2. H. Gavrilă, *Idem. II. Cîmpul magnetic mediu și calculul pierderilor*, St. cerc. energ. electr, **23**, *1*, 59—73 (1973).
3. H. Gavrilă, *Idem. III. Aproximația frecvențelor joase*, St. cerc. energ. electr., **23** (în curs de publicare).
4. B. Wyslocki, K. Stoinski, Acta Phys. Polonica, **22**, fasc.2, 363—7 (1962) : *Anisotropic magnetic properties of an iron-silicon alloy.*
5. R. Kohlhaas, C. Ballensiefen, Zeit. f. Angew. Physik, **13**, *3*, 131—4 (1961) : *Feinstruktur der Weisschen Bezirke auf {110} — Flächen von Fe Si — Einkristallen in Abhängigkeit von der magnetischen Feldstärke und Feldrichtung.*
6. R. Răduleț, *Bazele teoretice ale electrotehnicii*, vol. IV, Tip. lit. MI, București, 1956.
7. W. Shockeley, Phys. Review, **73**, *6*, 1246—54 (1948) : *Energy calculations for domains.*

MODEL ELECTROCINETIC PENTRU STUDIUL CÎMPULUI AXIAL DIN ZONA FRONTALĂ A TURBOGENERATOARELOR

P. OPRIȘAN

621.313.001.5

Se precizează condițiile de modelare a cîmpului electromagnetic din zona frontală a turbogeneratoarelor prin cîmpuri electrocinetice și se stabilesc relațiile de corespondență. Se prezintă modelul electrocinetic și se interpretează rezultatele experimentale obținute în prezența mediilor feromagnetice și a ecranului de protecție în interiorul domeniului considerat. Se trag concluziile corespunzătoare referitoare la influența geometriei armăturilor și a mediilor conductoare asupra distribuției cîmpului electromagnetic.

1. INTRODUCERE

1.1. Determinarea repartiției cîmpului electromagnetic în zona frontală la turbogeneratoare constituie o problemă dificilă, datorită sistemului complex de curenți care generează acest cîmp variabil în spațiu și timp, datorită geometriei domeniului considerat și prezenței ecranelor electroconductoare și a mediilor feromagnetice.

Pentru depășirea acestor dificultăți au fost create numeroase metode de investigare a cîmpului din această zonă a mașinii, fiecare metodă caracterizîndu-se prin avantaje, dar și prin limitări proprii.

Rezolvarea grafică a problemei, [7], permite reprezentarea distribuției cîmpului prin trasarea liniilor de cîmp și echipotențiale, pe baza cunoașterii modului de repartizare a curentului în capetele de bobină. Cunoscîndu-se densitatea tuburilor elementare se poate evalua intensitatea cîmpului în oricare punct al domeniului. Metoda este laborioasă și necesită multă experiență.

Determinarea intensității cîmpului pe cale analitică, bazată pe transformarea conformă a domeniului [5], sau pe cunoașterea distribuției spațiale a curentului din cele două armături [6], este relativ dificilă și apelează, în multe cazuri, la utilizarea calculatoarelor electronice.

Mult mai expeditivă s-a dovedit metoda modelării proceselor fizice din mașina reală, folosind modele reoelectrice în cuvă electrolitică [3]

sau modele electrocinetice din hîrtie electroconductoare [1]. Avantajul principal al acestei metode constă în posibilitatea reproducerii celor mai diverse condiții la limită prin mijloace tehnice relativ simple și urmărirea rapidă a influenței diferitelor modificări constructive asupra distribuției cîmpului din zona frontală a mașinii.

1.2. Indiferent de metoda abordată, determinarea cîmpului electromagnetic din zona frontală a turbogeneratorului se poate efectua numai pe baza unor ipoteze simplificatoare, dintre care, cele cu caracter general, unanim acceptate, sînt următoarele:

a — se consideră numai regimul cvasistaționar,

b — se presupune o distribuție sinusoidală a tensiunilor magnetomotoare și a tuturor mărimilor care depind de ea, de-a lungul circomferinței mașinii,

c — mediile feromagnetice se consideră de permeabilitate infinită.

1.3. În cele ce urmează se stabilesc condițiile de modelare electrocinetică a cîmpului din zona frontală a turbogeneratorului și se prezintă modelul și instalația de experimentare.

Cîmpul cu simetrie axială, specific zonei frontale a mașinii, se reduce la un cîmp cu simetrie plan-paralelă, eroarea introdusă fiind relativ redusă, datorită distanței mari față de axă a domeniului luat în considerație.

Analizîndu-se problema în plan, se are în vedere numai componenta tangențială a curentului din capetele de bobină și distribuția sa spațială.

Se determină repartiția cîmpului axial pe peretele feromagnetic frontal al statorului, care constituie sediul pierderilor suplimentare cele mai importante, în prezența plăcii de strîngere și a ecranului, urmărindu-se influența geometriei armăturilor, ecranului și capetelor de bobină.

2. ECUAȚIILE CÎMPULUI ELECTROMAGNETIC DIN ZONA FRONTALĂ A TURBOGENERATORULUI

2.1. Cîmpul electromagnetic spațial învîrtitor din zona frontală a turbogeneratorului, generat de sistemul complex al curenților cu densitatea j, poate fi reprezentat prin următorul sistem de ecuații

$$\text{rot } \boldsymbol{H} = \boldsymbol{j}, \tag{2.1}$$

$$\boldsymbol{B} = \mu \boldsymbol{H}, \tag{2.2}$$

$$\text{div } \boldsymbol{B} = 0, \tag{2.3}$$

$$\boldsymbol{B} = \text{rot } \boldsymbol{A}, \tag{2.4}$$

în care $\boldsymbol{A}$ reprezintă potențialul vector, astfel ales, încît în fiecare punct, funcție de distribuția curenților, să fie satisfăcută ecuația Poisson

$$\Delta \boldsymbol{A} = -\mu \boldsymbol{j}. \tag{2.5}$$

Limitele domeniului în care se studiază cîmpul magnetic fiind constituite de suprafețe feromagnetice, considerate cu permeabilitate foarte mare ($\mu \to \infty$), se introduce și condiția de frontieră.

$$\boldsymbol{H}_t = 0 \text{ sau } \boldsymbol{u}_n \times \text{rot } \boldsymbol{A} = 0, \tag{2.6}$$

potrivit căreia, în oricare punct al domeniului liniile de cîmp sînt perpendiculare pe suprafețele interioare, $\boldsymbol{H}_t$ fiind componenta tangențială a cîmpului iar $\boldsymbol{u}_n$ versorul normalei pe suprafața respectivă în punctul considerat.

Dacă însă domeniul este delimitat de un ecran presupus supraconductor ($\lambda \to \infty$), atunci condiția de frontieră devine

$$\boldsymbol{H}_n = 0 \text{ sau } \boldsymbol{u}_n \times \text{rot } \boldsymbol{A} = 0, \tag{2.7}$$

adică componenta normală a cîmpului pe frontieră este nulă.

2.2. Cîmpul magnetic din zona frontală a turbogeneratorului avînd simetrie axială, iar reprezentarea cîmpului poissonian tridimensional prin potențialul vector fiind dificilă în coordonate cilindrice, problema spațială se reduce la o problemă în plan, distribuția cîmpului analizîndu-se în planul meridian al polilor, adică în planul longitudinal care intersectează polii mașinii și capetele de bobină, trecînd prin ax.

În aceste condiții în planul meridian vor exista componentele axială $\boldsymbol{B}_z$ și radială $\boldsymbol{B}_r$ ale cîmpului real, determinate de componenta tangențială a densității de curent $\boldsymbol{j}_\theta$ figura 2.1. Se neglijează influența curenților axial i_z și radial i_r, figura 2.2., asupra componentelor cîmpului din planul meridian respectiv.

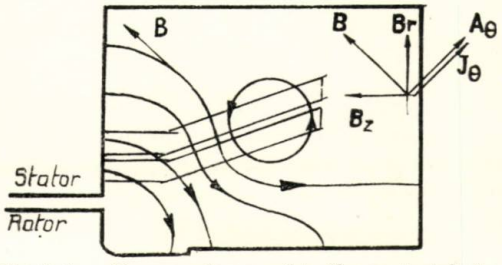


Fig. 2. 1. — Reprezentarea mărimilor vectoriale în planul meridian din zona frontală a turbogeneratorului.

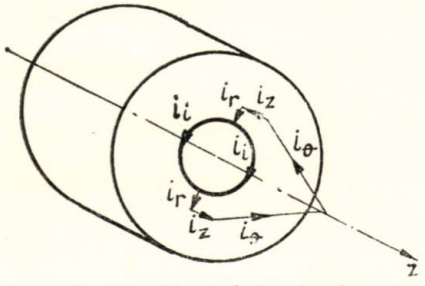


Fig. 2. 2. — Explicativă la circulația curenților în capetele de bobină din stator.

Ecuația Poisson (2.5), se va scrie prin urmare

$$\Delta A_\theta = -\mu j_\theta, \tag{2.8}$$

întrucît potențalul vector A este redus la componenta sa tangențială $\boldsymbol{A}_\theta$, coliniară cu densitatea de curent $\boldsymbol{j}_\theta$.

În final se obține deci

$$\frac{\partial^2 A_\theta}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 A_\theta}{\partial r^2} = -\mu j_\theta, \tag{2.9}$$

iar componentele cîmpului în planul meridian vor fi

$$B_z = \frac{\partial A_\theta}{\partial r} \quad B_r = \frac{\partial A_\theta}{\partial z}, \tag{2.10}$$

stabilite pe baza expresiei (2.4) și punînd condiția $A_r = 0$, $A_z = 0$, $A_\theta \neq 0$.

3. ECUAȚIILE CÎMPULUI ELECTRIC ÎN MODELUL DIN HÎRTIE ELECTROCONDUCTOARE

3.1. Cîmpul potențial, caracterizat prin lipsa fenomenului de inducție electromagnetică, este determinat de intensitatea cîmpului electric $\boldsymbol{E}$ și densitatea de curent $\boldsymbol{j}$. Într-un mediu omogen cu rezistivitatea electrică ρ, cîmpul electric potențial se exprimă prin următoarele ecuații:

$$\text{rot } \boldsymbol{E} = 0, \tag{3.1}$$

$$\text{div } \boldsymbol{j} = 0, \tag{3.2}$$

$$\boldsymbol{E} = \rho \boldsymbol{j}. \tag{3.3}$$

Potrivit relației (3.2) se obține:

$$\frac{\partial j_z}{\partial z} + \frac{\partial j_r}{\partial r} + \frac{\partial j_\theta}{\partial \theta} = 0, \tag{3.4}$$

sau, considerînd o foaie subțire în planul z, r, de grosime δ, în care se injectează un curent de densitate j_θ, ecuația (3.4) se poate scrie

$$\frac{\partial j_z}{\partial z} + \frac{\partial j_r}{\partial r} = -\frac{j_\theta}{\delta}. \tag{3.5}$$

Cum cîmpul electric are rotorul nul, acesta poate fi exprimat ca gradient al potențialului scalar V

$$\boldsymbol{E} = -\text{grad } V, \tag{3.6}$$

și prin urmare, ținînd seama de (3.3), relația (3.5) devine

$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial r^2} = \rho \frac{j_\theta}{\Delta \theta}. \tag{3.7}$$

Componentele cîmpului electric, potrivit expresiei (3.6), sînt

$$\boldsymbol{E}_z = -\frac{\partial V}{\partial z}, \quad \boldsymbol{E}_r = -\frac{\partial V}{\partial r}. \tag{3.8}$$

3.2. Referindu-ne la domeniul delimitat pe model, unele frontiere sînt constituite din izolanți și în acest caz condițiile limită se scriu

$$\boldsymbol{E}_n = 0 \text{ sau } -\boldsymbol{u}_n \cdot \text{grad } V = 0. \tag{3.9}$$

Alte frontiere sînt formate din conductoare cu rezistivitate mică, mult mai redusă decît a domeniului și în acest caz condițiile limită devin

$$\boldsymbol{E}_t = 0 \text{ sau } -\boldsymbol{u}_n \times \text{grad } V = 0. \tag{3.10}$$

3.3. Comparînd relațiile (2.9) și (3.7) se constată, pe de o parte, analogia lor formală, iar pe de alta, corespondența potențialului scalar V din foaia electroconductoare cu componenta tangențială A_θ a potențialului vector din cîmpul electromagnetic real.

Mediilor caracterizate prin permeabilitatea magnetică μ pe mașina reală, le corespund medii caracterizate prin rezistența specifică ρ pe model. Zonelor cu permeabilitatea $\mu \to \infty$, care delimitează domeniul din partea frontală a turbogeneratorului și anume dinții statorului, dinții rotorului, placa de strîngere, carcasa și scutul, le corespund pe modelul electrocinetic zone cu rezistența specifică $\rho \to \infty$.

Pe baza relațiilor (2.10) și (3.7) se stabilesc relațiile de proporționalitate

$$E_z \equiv B_r \text{ și } E_r \equiv B_z, \tag{3.11}$$

ceea ce constituie o analogie ortogonală a mărimilor respective, potrivit căreia liniile echipotențiale pe model, $V = \text{const.}$, sînt echivalente liniilor de cîmp din mașina reală și invers.

3.4. Utilizarea modelului electrocinetic la studiul cîmpului magnetic din zona frontală a turbogeneratorului este justificată tocmai pe baza analogiei formale dintre ecuațiile cîmpului turbionar din mașina reală și ecuațiile cîmpului potențial din model.

4. INSTALAȚIA EXPERIMENTALĂ

4.1. Instalația experimentală, prezentată principial în figura 4.1, cuprinde modelul propriu-zis, sursa de tensiune stabilizată, repartizatorul potențiometric și aparatele de măsură. Modelul s-a confecționat din hîrtie electroconductoare cu rezistența specifică superficială $R_\square = 2000\Omega$, reproducîndu-se la scară conturul domeniului în interiorul căruia se studiază distribuția cîmpului magnetic.

Exteriorul domeniului din mașina reală, format din zone cu permeabilitate magnetică teoretic infinită, corespunde pe model cu zone caracterizate prin rezistivitate electrică infinită. Prezența ecranului electromagnetic, considerat supraconductor, se marchează pe model printr-o peliculă adezivă de conductibilitate superioară conductibilității modelului, iar de

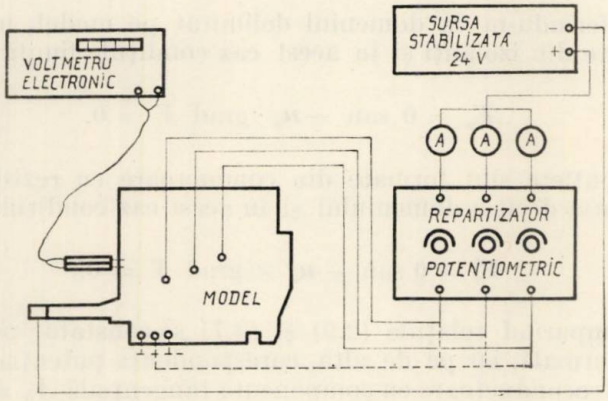


Fig. 4. 1. — Schema de principiu a instalației experimentale.

existența mediilor feromagnetice în interiorul domeniului considerat (placa de strîngere) se ține seama prin decuparea corespunzătoare, la scară, a profilului mediului respectiv. Se reproduc astfel condițiile de frontieră existente în mașina reală la limita domeniului cu suprafețe feromagnetice și supraconductoare.

Alimentarea instalației s-a făcut de la o sursă de curent continuu cu tensiunea stabilizată, de 24 V, iar reglarea curentului injectat în model s-a efectuat cu ajutorul repartizatorului potențiometric.

Pentru măsurarea diferențelor de potențial pe model s-au folosit sonde cu vîrf de argint, citirea rezultatelor făcîndu-se cu ajutorul unui voltmetru electronic cu impedanță mare la intrare, pentru a nu influența precizia măsurătorilor prin consumul propriu.

4.2. Determinarea cîmpului se face separat, pentru fiecare armătură în parte, ceea ce necesită cunoașterea curentului tangențial din stator, și rotor. Calculul acestora se face potrivit metodicii prezentate în [9],

Ținînd seama de configurația înfășurării și de circulația curenților, figura 4.2., se obține pentru fundamentala păturii curentului tangențial din stator expresia

$$j_{0s} = I_s \cos\left[p\frac{\pi}{2}\left(1 - \frac{z - b_s}{c_s}\right)\right] \cos(\omega t - \theta) \text{ (A/m)}, \tag{4.1}$$

de unde rezultă că amplitudinea fundamentalei

$$J_{0s} = I_s \cos\left[p\frac{\pi}{2}\left(1 - \frac{z - b_s}{c_s}\right)\right] \text{(A/m)}, \tag{4.2}$$

este o funcție variabilă sinusoidal între limitele

$$J_{\theta s} = I_s \cos p\frac{\pi}{2} \quad \text{pentru } z = b_s,$$
$$J_{\theta s} = I_s \quad \text{pentru } z = a_s. \tag{4.3}$$

Se notează : $a_s = b_s + c_s$; pentru $0 < z < b_s$, $J_{\theta s} = 0$, figura 4.3.

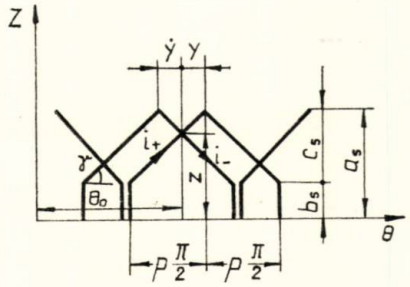


Fig. 4. 2. — Configurația înfășurării din stator.

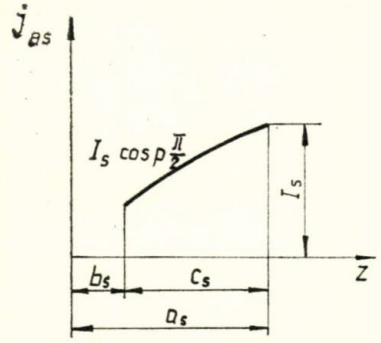


Fig. 4. 3. — Repartizarea spațială a amplitudinii fundamentalei păturii curentului tangențial din stator.

I_s se determină [4] cu expresia

$$I_s = \frac{\sqrt{2}}{\pi R_s} I_n Z_s N K_d \operatorname{cotg}.\gamma \quad (\text{A/m}), \tag{4.4}$$

I_n fiind valoarea efectivă a curentului prin spiră, Z_s — numărul crestăturilor din stator, N — numărul de spire pe bobină, K_d — factorul de repartizare al bobinajului, γ — unghiul mediu de înclinare a capetelor de bobină, R_s — raza cilindrului pe care se presupune dispus bobinajul. Se are în vedere turbogeneratorul bipolar trifazat cu bobinajul în dublu strat și pasul p relativ.

Curentul tangențial se stabilește prin integrarea expresiei (4.1) între limitele $z_1 = b_s$ și $z_2 = a_s$, obținîndu-se în final

$$i_{\theta s} = I_s \frac{2c_s}{p\pi} \sin p\frac{\pi}{2} \cos(\omega t - \theta) \text{ (A)}. \tag{4.5}$$

4.3. Determinarea curentului tangențial din rotor se face în mod similar. Pe baza distribuției spațiale a bobinajului rotoric, figura 4.4, și ținînd seama de circulația curentului tangențial numai pe porțiunea $A-B-C-D$, expresia fundamentalei păturii de curent, după determinarea coeficienților din seriile Fourier, devine

$$j_{\theta r} = \frac{4}{\pi} I_r \sin\frac{1}{2c_r}[(\pi - \xi)(z - b_r) + c_r\xi] \cos(\omega t - \theta), \tag{4.6}$$

în care I_r se determină cu relația

$$I_r = \frac{1}{c_r}\left[q_2 + \left(\frac{z_r}{4} - 1\right) q_1\right] i_e \text{ (A/m)}, \tag{4.7}$$

i_e, fiind curentul de excitație, q_1 — numărul de conductoare pe crestătura normală, q_2 — numărul de conductoare pe crestătura redusă, iar Z_r — numărul total de crestături ale rotorului.

Amplitudinea fundamentalei

$$J_{0r} = \frac{4}{\pi} I_r \sin\frac{1}{2c_r}\left[(\pi - \xi)(z - b_r) + c_r\xi\right] \text{ (A/m)}, \tag{4.8}$$

este de asemenea o funcție variabilă sinusoidal între limitele

$$\begin{aligned} J_{0r} &= \frac{4}{\pi} I_r \sin\frac{\xi}{2} \qquad \text{pentru } z = b_r, \\ J_{0r} &= \frac{4}{\pi} I_r \qquad \text{pentru } z = a_r. \end{aligned} \tag{4.9}$$

Ca și în cazul statorului $a_r = b_r + c_r$, iar pe porțiunea $0 < z < b_r$, curentul tangențial J_{0r} este nul, figura 4.5.

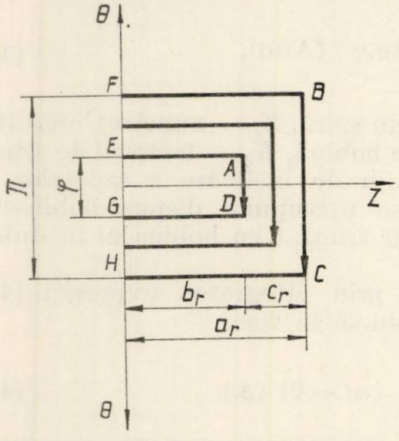


Fig. 4. 4. — Configurația înfășurării din rotor.

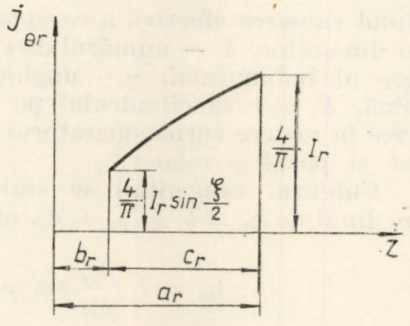


Fig. 4. 5. — Repartizarea spațială a amplitudinii fundamentalei păturii curentului tangențial din rotor.

Integrînd expresia (4.6) de-a lungul porțiunii c_r, se obține : curentul tangențial din rotor

$$i_{0r} = \frac{4}{\pi} I_r \frac{2c_r}{\pi - \xi} \cos\frac{\xi}{2} \cos(\omega t - \theta) \text{ (A)}. \tag{4.10}$$

4.4. Cunoscîndu-se valorile componentelor tangențiale ale curenților celor două armături și distribuțiile lor spațiale, se determină în continuare, valorile curenților injectați în model.

Numărul electrozilor de injecție poate fi ales arbitrar. În cazul de față s-au folosit cîte trei electrozi pentru fiecare armătură în parte, cel de al patrulea electrod, de referință, fixîndu-se în întrefier. Valorile procentuale ale curenților de injecție se stabilesc împărțind pătura curentului respectiv într-un număr de sectoare egal numărului de electrozi utilizați și integrînd solenația corespunzătoare între limitele fiecărui sector.

Dacă n este numărul de sectoare, valoarea maximă a curentului fiecărui sector va fi

$$I_{0si} = \int_{b_s + \frac{c_s}{n}(i-1)}^{b_s + \frac{c_s}{n} i} I_s \cos \cdot p \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{z - b_s}{c_s}\right) dz, \qquad (4.11)$$

pentru stator și, respectiv,

$$I_{0ri} = \int_{b_r + \frac{c_r}{n}(i-1)}^{b_r + \frac{b_r}{n} i} \frac{4}{\pi} I_r \sin \frac{1}{2c_r} [(\pi - \xi)(z - b_r) + c_r \xi] dz, \qquad (4.12)$$

pentru rotor, i fiind numărul sectorului în ordinea numerotării lor.

Curentul astfel calculat, deși distribuit spațial, se consideră acum curent independent și concentrat, plasat în axa sectorului respectiv, pe linia mediană dintre cele două laturi ale capetelor de bobină.

În cazul analizat, au rezultat următoarele valori:

$i_1 = 20{,}7\ \%$, $i_2 = 35{,}6\ \%$, $i_3 = 43{,}7\ \%$, pentru stator și

$i_1 = 25{,}8\ \%$, $i_2 = 34{,}7\ \%$, $i_3 = 39{,}5\ \%$, pentru rotor, menționînd că valoarea mai mică a curentului corespunde electrodului din apropierea pachetului de tole.

Configurația zonei frontale și distribuția spațială a solenațiilor celor două armături, cu împărțirea fictivă în sectoare, sînt prezentate în figura 4.6.

Determinarea cîmpului se face separat pentru fiecare armătură în parte, cîmpul rezultant obținîndu-se pe baza diagramei vectoriale a turbogeneratorului.

Practic, se stabilește gradientul potențial în întrefier, exprimat în V/cm și care corespunde inducției în întrefier, cunoscută la rîndul său, pentru oricare regim de funcționare, din diagrama liniarizată $B_0 = f(i_e)$. În oricare alt punct al domeniului, inducția poate fi determinată prin stabilirea diferenței de potențial dintre două linii echipotențiale care

încadrează punctul respectiv. Procedeul este același pentru ambele înfășurări, cu mențiunea că mărimile caracteristice bobinajului statoric, curentul tangențial și cîmpul determinat de el, se raportează la rotor.

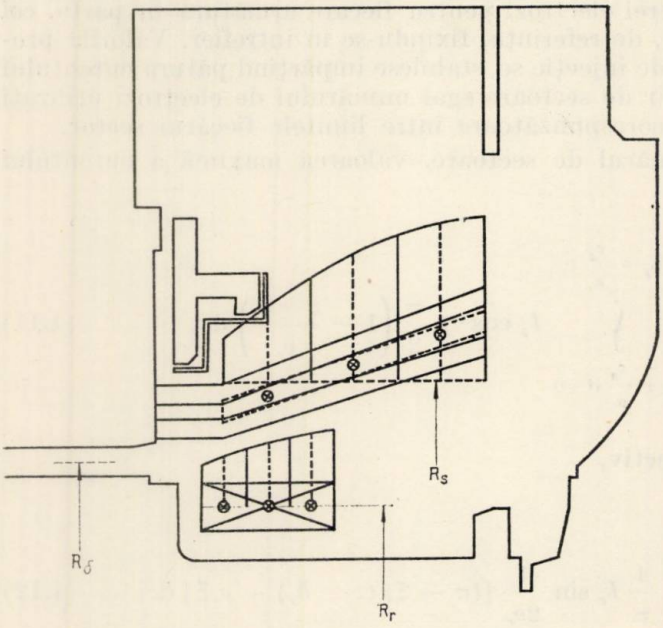


Fig. 4. 6. — Configurația geometrică a zonei frontale și distribuția spațială a solenațiilo armăturilor.

5. REZULTATE EXPERIMENTALE

5.1. Figura 5.1 reprezintă variația cîmpului axial de-a lungul peretelui feromagnetic frontal al statorului, în regim nominal de funcționare, în lipsa plăcii de strîngere și a ecranului de protecție. Pe înălțimea dintelui cîmpul are o variație rapidă dinspre vîrf spre bază, curba a, ceea ce era de așteptat, cunoscîndu-se influența hotărîtoare a efectului de intrefier în determinarea cîmpului axial din vecinătatea spațiului dintre cele două armături. Pe porțiunea jugului statoric, $h > 15$ cm, cîmpul are o variație relativ lentă, modificîndu-se brusc în punctul de îmbinare cu carcasa, datorită modificării geometriei peretelui, curba *b*. Apariția vîrfurilor în repartiția cîmpului, se explică prin concentrarea liniilor de cîmp în punctele *C* și *D*, expuse în consecință unor înălziri mai pronunțate.

5.2. Introducerea plăcii de strîngere, confecționată din material magnetic, în interiorul domeniului, modifică radical repartiția cîmpului în zona respectivă, structura devenind cu atît mai complexă cu cît geometria mediului introdus este mai complicată.

Considerarea plăcii pe model se face prin decuparea secțiunii respective, la scară, respectîndu-se condițiile de frontieră impuse

$$\boldsymbol{H}_t = 0,\ \boldsymbol{u}_n \times \text{rot}\ \boldsymbol{A} = 0 \quad \text{pentru mașina reală și,}$$

$$\boldsymbol{E}_n = 0,\ -\boldsymbol{u}_n \cdot \text{grad}\ V = 0 \quad \text{pentru model.}$$

Pentru ușurința urmăririi modului de variație a cîmpului de-a lungul suprafețelor feromagnetice, s-a notat conturul frontierelor prin litere mari, iar curbele de variație corespunzătoare prin litere mici.

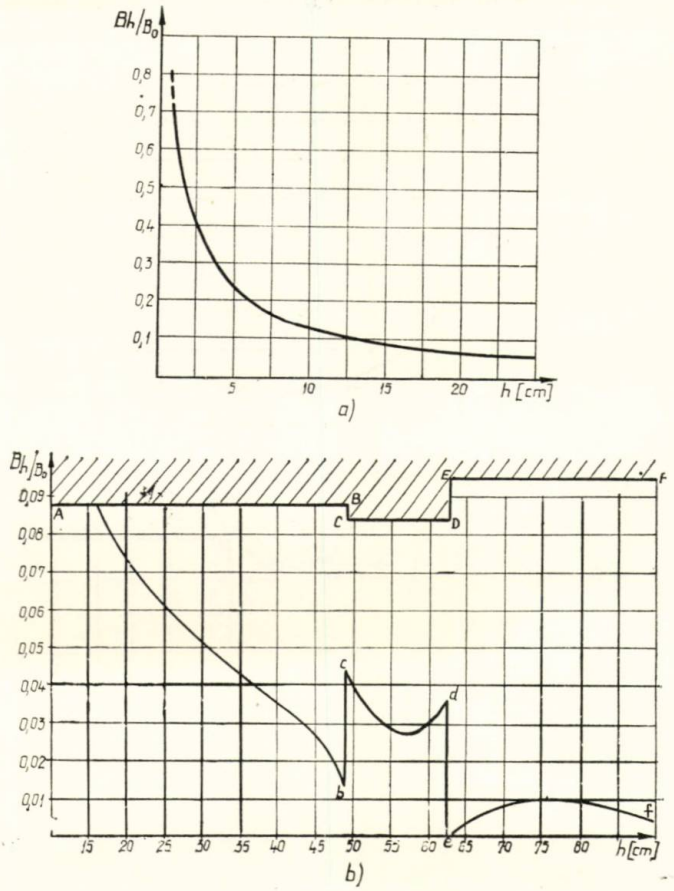


Fig. 5. 1. — Cîmpul axial rezultant în lipsa plăcii de strîngere și a ecranului de protecție : *a*) — repartiția cîmpului pe înălțimea dintelui statoric ; *b* — repartiția cîmpului pe înălțimea jugului statoric și în restul zonei frontale.

Distribuția cîmpului din zona frontală, în prezența plăcii de strîngere și regim nominal de funcționare, este prezentată în figura 5.2.

Dacă variația cîmpului pe înălțimea dintelui, figura 5.2 *a*, rămîne practic neinfluențată de introducerea plăcii de strîngere, comparația se face cu figura 5.1 *a*, în schimb, în restul zonelor, modificarea devine esențială. Apar numeroase vîrfuri ale intensității cîmpului în punctele de concentrare a liniilor de cîmp, C, H, M, S, și variații bruște între limite relativ mari, dacă ne raportăm la valoarea cîmpului din această zonă. Salturile mari se produc obișnuit între punctele situate la extremitățile suprafețelor axiale, paralele cu liniile cîmpului care ne interesează. De-a

lungul porțiunii $I-J$, cîmpul, destul de redus, își schimbă semnul trecînd prin zero, iar pe segmentul $N-O$ rămîne de sens opus.

Neprotejarea plăcii de strîngere prin ecranare determină concentrarea liniilor de cîmp în anumite puncte sau pe anumite zone, care se

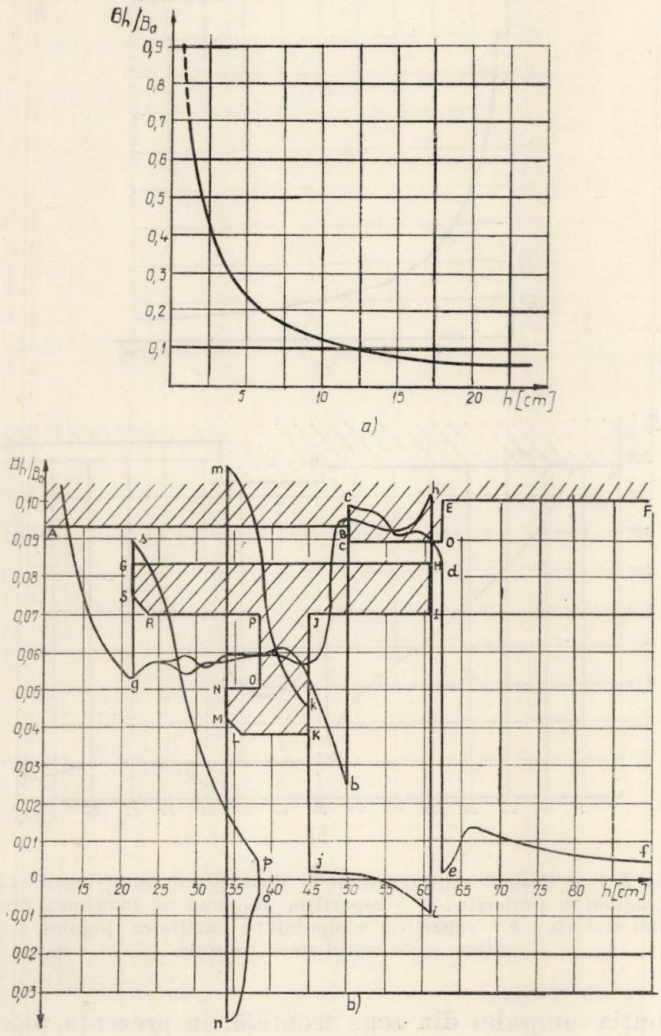


Fig. 5. 2. — Cîmpul axial rezultant în prezența plăcii de strîngere neecranate : *a* — repartiția cîmpului pe înălțimea dintelui statoric ; *b* — repartiția cîmpului pe înălțimea jugului statoric și suprafețele plăcii de strîngere.

expun astfel încălzirilor superioare într-un regim de lungă durată, datorită pierderilor locale pronunțate. Punctele cele mai solicitate din punct de vedere termic rămîn practic aceleași, C, H, M, S, mai puțin solicitate fiind punctele G, K, N.

Experimentările pe model au permis stabilirea distribuției cîmpului electromagnetic în zone în care calculul analitic sau metoda grafică devin ineficiente. Astfel a fost posibilă determinarea cîmpului pe suprafețele paralele $A-B-C-D$ și $G-H$, ale celor două medii magnetice, jugul statoric și placa de strîngere. Datorită apropierii lor, variația cîmpului pe cele două suprafețe urmează aproximativ aceeași lege, cu excepția zonei din apropierea suprafeței $B-C$. În această zonă, cîmpul pe suprafața miezului înregistrează o scădere bruscă, datorită ocolirii scobiturii din B de către liniile de cîmp, realizînd însă o creștere importantă în punctul de concentrație din C și rămînînd în continuare relativ ridicat pînă în D unde apare o nouă scădere bruscă pe segmentul $D-E$. Cîmpul axial pe peretele plăcii de strîngere, de valoare egală cu cîmpul din jugul statoric, tinde spre valorile superioare ale proeminenței $C-D$, față de care distanța axială se reduce, evitînd golul din punctul B și înregistrînd un maximum în H, după care urmează variația bruscă de-a lungul zonei axiale $H-I$. Cîmpul axial pe porțiunea $E-F$ are valori reduse și practic nu prezintă interes.

5.3. Considerarea ecranului electromagnetic de protecție, plasat în fața plăcii de strîngere, reproduce pe model condițiile existente în zona frontală din mașina reală.

Realizarea pe model a ecranului se face prin aplicarea unei pelicule supraconductoare (de conductibilitate superioară materialului din care este confecționat modelul) asigurîndu-se astfel respectarea următoarelor condiții de frontieră la limita de separație dintre cele două medii:

$$\boldsymbol{H}_n = 0,\ \boldsymbol{u}_n \cdot \text{rot}\ \boldsymbol{A}_n = 0 \text{ pentru mașina reală și, respectiv,}$$

$$\boldsymbol{E}_t = 0,\ \boldsymbol{u}_n \times \text{grad}\ V = 0 \text{ pentru model.}$$

Introducerea ecranului electromagnetic determină o nouă configurație a cîmpului, de data aceasta nu numai în zona plăcii de strîngere ci de-a lungul întregului perete frontal.

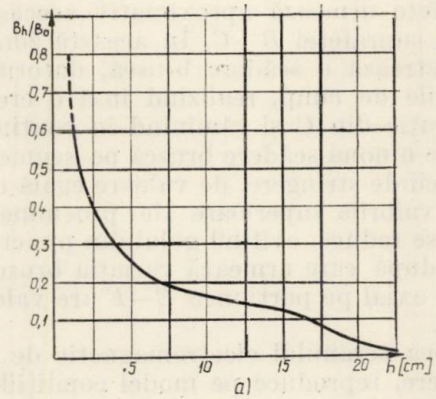
Distribuția cîmpului în prezența ecranului este prezentată în figura 5.3.

Datorită curenților induși în ecran, componenta normală a cîmpului la limita ecranului este nulă, $\boldsymbol{H}_n = 0$. Apare în schimb componenta tangențială $\boldsymbol{H}_n \neq 0$, care, pe înălțimea dinților, pe partea inferioară a ecranului, se transformă parțial în cîmp axial, adăugîndu-se astfel componentei normale, determinate de capetele de bobină și efectul de margină al armăturilor. Prezența ecranului contribuie, prin urmare, la creșterea cîmpului axial pe înălțimea dinților statorici, figura 5.3 *a*.

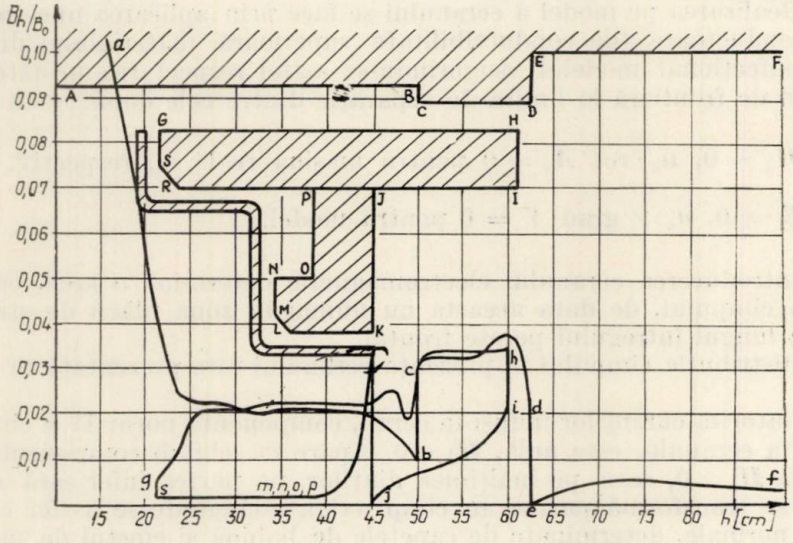
Dacă pe porțiunea dinților efectul ecranării este mai puțin dorit, datorită creșterii cîmpului axial, în schimb, pe porțiunea direct ecranată, (placa de strîngere), componenta normală a cîmpului se reduce aproape total, atenuîndu-se complet vîrfurile intensității cîmpului existente în condițiile plăcii neecranate.

În condițiile reale din mașină ecranul acoperă numai o parte din placa de strîngere. Pe toată porțiunea ecranată, cîmpul axial se reduce practic la zero, rămînînd un singur punct în K, la limita superioară a ecranului, dar cu valoare de asemenea redusă.

Pe suprafețele paralele ale celor două medii magnetice apropiate, $A-B-C-D$ și $G-H$, cîmpul, datorat în principal efectului de întrefier, rămîne practic constant, cu o ușoară creștere pe porțiunea proeminenței $C-D$, dar cu valoare scăzută. Pe porțiunea neecranată a plăcii,



a)



b)

Fig. 5. 3. — Cîmpul axial rezultant în prezența plăcii de strîngere și a ecranului: *a* — repartiția cîmpului pe înălțimea dintelui statoric; *b* — repartiția cîmpului pe înălțimea jugului statoric și suprafețele plăcii de strîngere ecranate.

$I-J$, din partea superioară (exterioară) a ecranului, ca și pe suprafața $E-F$, cîmpul axial are valori sub limita interesului practic.

5.4. Dacă se consideră că planul meridian al polilor trece prin axa bulonului de fixare a plăcii de strîngere, distribuția cîmpului în planul respectiv se va modifica față de cazul anterior, datorită modificării geometriei frontierelor.

O primă constatare la analiza repartiției cîmpului în planul respectiv o constituie dispariția totală a cîmpului dintre placa de strîngere și jugul statoric, figura 5.4.

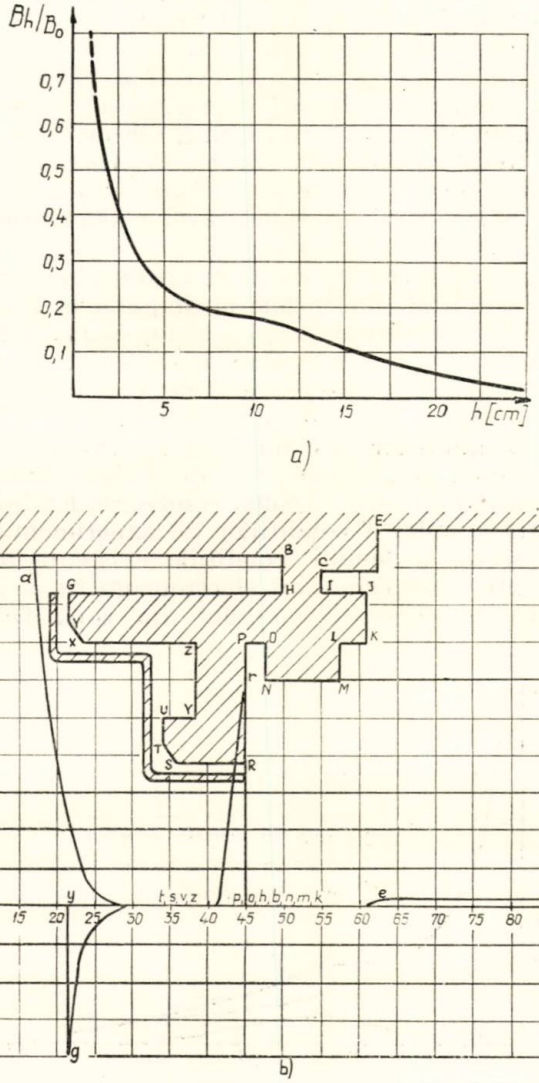


Fig. 5. 4. — Cîmpul axial rezultant în planul meridian din axa bulonului de fixare a plăcii de strîngere ecranate.

Rezultatele obținute evidențiază influența geometriei domeniului asupra configurației cîmpului. O schimbare aparent neînsemnată pe frontieră, determină modificări importante asupra repartiției cîmpului.

Urmează că, referindu-ne la întregul spațiu din zona frontală a turbogeneratorului, configurația cîmpului se schimbă de la un plan la

altul, decalate în direcție tangențială, datorită modificării geometriei frontierelor.

5.5. Introducerea ecranului de protecție între placa de strîngere și capetele de bobină are, evident, un efect pozitiv, cîmpul magnetic pe suprafețele direct protejate fiind atenuat practic total, evitîndu-se astfel producerea pierderilor suplimentare în anumite zone, și prin urmare apariția încălzirilor locale care pot deveni excesive. Simultan cu reducerea cîmpului axial pe suprafețele plăcii de strîngere, se produce însă și o creștere a intensității cîmpului pe înălțimea dintelui, fenomen evident și ușor de remarcat dacă se compară curbele de distribuție a cîmpului în condițiile plăcii de strîngere neecranate, figura 5.2 *a* și în prezența ecranului, figura 5.3*a*. Rezultatul confruntării celor două situații este prezentat în figura 5.5.

Creșterea fluxului axial pe dinte în condiții de ecranare, datorită transformării componentei tangențiale a cîmpului la frontiera ecranului în componentă axială, aceasta adăogîndu-se în partea interioară a ecranului circular componentei axiale inițiale care pătrunde în dinte, este de 12,3 %, confirmîndu-se astfel o serie de rezultate obținute analitic sau experimental, atît în țară cît și peste hotare.

5.6. Datorită calităților sale modelul electrocinetic permite abordarea unui mare număr de probleme referitoare la stabilirea configurației cîmpurilor electromagnetice din mașină, rezolvarea lor fiind posibilă prin schimbarea, relativ simplă, a condițiilor de experimentare care trebuie să reproducă la scara modelului, condițiile existente în mașina reală.

Cercetarea influenței ecranului electromagnetic a evidențiat rolul său pozitiv asupra distribuției cîmpului din zona frontală a turbo-

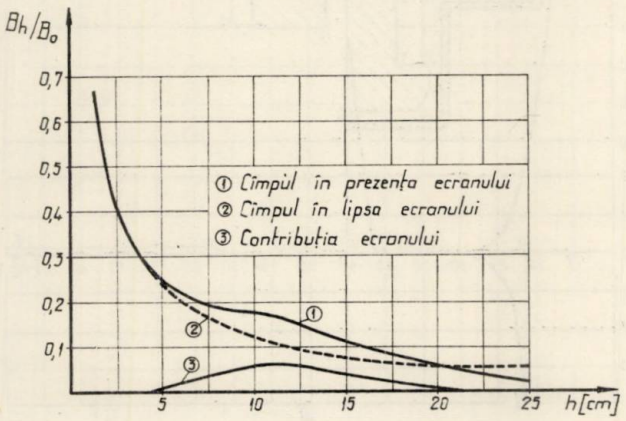


Fig. 5. 5. — Efectul ecranului asupra repartiției cîmpului pe înălțimea dintelui.

generatorului și a ponderii cu care intervine pentru înlăturarea efectelor nedorite, pricinuite de existența unor puncte de intensitate ridicată în diferite zone ale domeniului respectiv, în condițiile mașinii neecranate.

Prelungirea ecranului spre părțile exterioare ale mașinii, influențează pozitiv atît asupra cîmpului din punctul K, pe care-l atenuează

substanţial, şi cu atît mai mult cu cît prelungirea ecranului este mai mare, figura 5.6 *c*, cît şi asupra cîmpului pe suprafeţele paralele $A-B-C-D-E-F$ de pe miezul statorului, figura 5.6 *a* şi $G-H$, de pe placa de strîngere, figura 5.6 *b*.

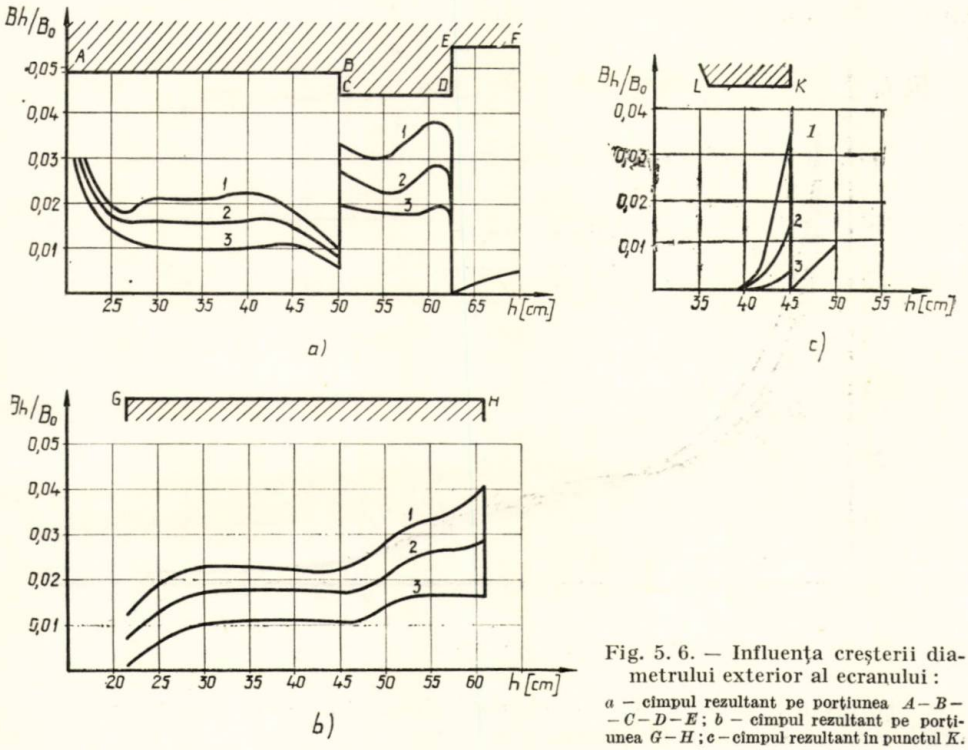


Fig. 5. 6. — Influenţa creşterii diametrului exterior al ecranului:
a — cîmpul rezultant pe porţiunea $A-B-C-D-E$; *b* — cîmpul rezultant pe porţiunea $G-H$; *c* — cîmpul rezultant în punctul *K*.

S-au luat în consideraţie următoarele cazuri: 1 — ecran normal, 2 — ecran prelungit cu 5 cm., 3 — ecran prelungit cu 15 cm.

Influenţa lungimii rotorului asupra cîmpului frontal a fost analizată în următoarele situaţii: 1 — rotor scurt, scurtat cu 5 cm faţă de rotorul normal, 2 — rotor normal, corespunzător maşinii examinate, 3 — rotor lung, prelungit cu 5 cm faţă de rotorul normal. În toate situaţiile s-au considerat lungimile normale ale capetelor de bobină.

Deşi nu interesează cîmpul pe partea frontală a rotorului, modificarea lungimii acestuia prezintă interes asupra repartiţiei cîmpului de scăpări din zona întrefierului, dată fiind ponderea geometriei celor două armături asupra efectului de margină precum şi ponderea efectului însuşi asupra cîmpului axial care ne interesează.

Intuitiv, un rotor mai lung va determina creşterea componentei normale a cîmpului pe peretele frontal din stator, deoarece va fi posibil ca un număr mai mare de linii ale cîmpului de scăpări să se închidă între cele două armături şi, dinpotrivă, un rotor mai scurt va reduce componenta normală a cîmpului axial. Evident, modificarea lungimii

rotorului va influența, în primul rînd, cîmpul produs de rotor și în măsură mai mică și cîmpul produs de stator.

Determinările pe modelul electrocinetic confirmă aceste previziuni. Cu cît lungimea rotorului devine mai mare, cu atît crește intensitatea cîmpului axial, curbele *1*, *2*, *3*, figura 5.7, creșterea fiind vizibilă spre vîrful dintelui.

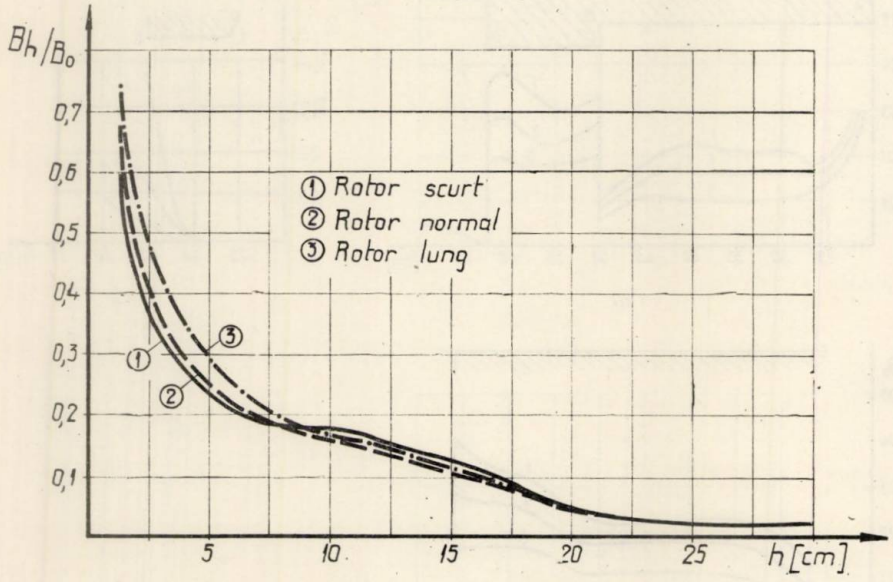


Fig. 5. 7. — Influența lungimii rotorului asupra cîmpului axial rezultant.

Influența lungimii capetelor de bobină din rotor asupra cîmpului axial este prezentată în figura 5.8.

S-a urmărit modificarea cîmpului la mersul în gol al turbogeneratorului, constatîndu-se creșterea componentei normale a cîmpului în cazul capetelor de bobină mai lungi.

Efectul unor bobine mai lungi în rotor este, prin urmare, asemănător efectului unui rotor mai lung, fenomenul producîndu-se însă la o scară ceva mai redusă.

5.7. Rezultatele obținute pe modelul electrocinetic au fost confruntate cu determinările analitice, bazate pe transformarea conformă a domeniului și considerarea efectului de întrefier prin intermediul unui curent concentrat, plasat în zona frontală a mașinii, între cele două armături [9]. S-au avut în vedere, în ambele cazuri, distribuția cîmpului magnetic axial pe înălțimea dinților din stator, în lipsa ecranului de protecție. Apropierea rezultatelor obținute pe două căi diferite, figura 5.9., confirmă justețea premizelor de la care s-a pornit.

5.8. Deoarece cîmpul cu simetrie axială din zona frontală a turbogeneratorului a fost cercetat prin metode specifice cîmpurilor plan paralele, rezultatele obținute pot fi afectate de un factor de corecție în scopul aproximării mai exacte a soluțiilor ecuațiilor cîmpului real. Factorul de corecție se stabilește în ipoteza verificării ecuației Laplace în coordonate

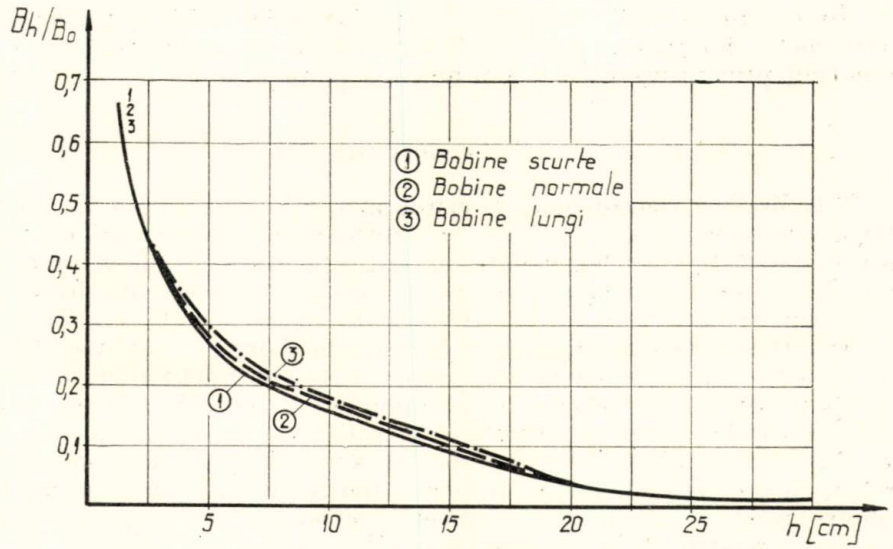


Fig. 5. 8. — Influenţa lungimii capetelor de bobină din rotor asupra cîmpului axial la funcţionarea în gol.

cilindrice în porţiunea din frontiera domeniului corespunzătoare înălţimii dinţilor din stator, de-a lungul căreia se calculează cîmpul.

Rezolvarea ecuaţiilor cîmpului în această zonă permite stabilirea factorului de corecţie [5] sub forma

$$K = \sqrt{\frac{r_0}{r}}, \tag{5.1}$$

r_0 fiind raza exterioară a rotorului, iar r raza punctului în care se determină valoarea cîmpului axial.

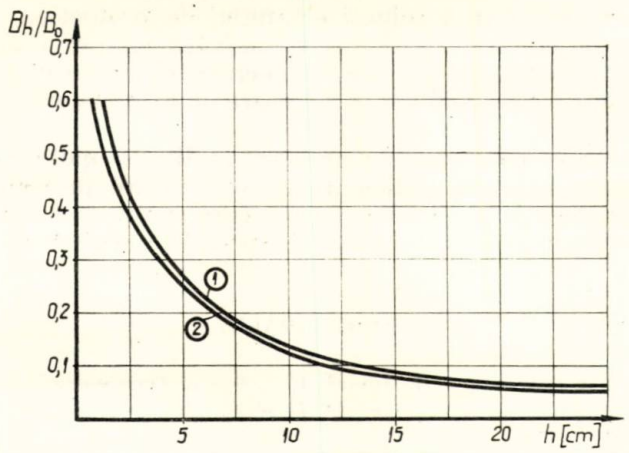


Fig. 5. 9. — Variaţia cîmpului axial în regim nominal pe înălţimea dintelui statornic determinată analitic, curba *a* şi pe modelul electrocinetic, curba *b*.

În cadrul lucrării, rezultatele experimentale stabilite pe modelul electrocinetic, nu au fost afectate de factorul de corecție respectiv, ele reprezentînd prin urmare, soluția problemei în plan.

6. CONCLUZII

6.1. Modelul electrocinetic prezintă avantaje substanțiale în comparație cu metodele grafo-analitice de determinare a repartiției cîmpului din zona frontală la turbogeneratoare, datorită ușurinței de a reproduce condițiile existente în mașina reală și de a urmări influența diferitelor elemente constructive prin modificări relativ simple.

6.2. Dintre toate posibilitățile de a realiza și experimenta pe modelul electrocinetic, s-au ales acelea care respectă cel mai fidel modul de desfășurare a proceselor din mașina reală, eliminînd astfel de la început erorile suplimentare de metodă care puteau fi introduse. În acest sens, au fost respectate atît condiția distribuției spațiale a păturilor de curent din stator și rotor, cît și condiția defazajului solenațiilor celor două armături, aspecte neglijate pînă acum în unele cercetări efectuate în străinătate, dar importante pentru obținerea unor rezultate corecte.

6.3. Instalația experimentală a fost concepută astfel încît să permită abordarea unei game largi de probleme referitoare la distribuția cîmpului din zona capetelor de bobină. Pe baza rezultatelor obținute se poate concluziona asupra posibilităților reale de rezolvare a acestor probleme pe modelul electrocinetic.

A fost stabilită repartiția cîmpului de-a lungul peretelui feromagnetic frontal al statorului, evidențiindu-se importanța geometriei domeniului asupra configurației cîmpului. Reproducîndu-se condițiile existente în mașina reală, s-a urmărit influența introducerii mediilor magnetice în interiorul domeniului asupra distribuției cîmpului și intensității sale în diferite zone.

Experimentările permit concluzii interesante pentru funcționarea mașinii asupra efectului și rolului ecranului de protecție, a contribuției acestuia la creșterea sau atenuarea intensității cîmpului axial din zona frontală. S-a urmărit influența lungimii ecranului, a rotorului și a capetelor bobinelor proprii, stabilindu-se de fiecare dată ponderea modificărilor introduse.

6.4. Stabilirea configurației cîmpului în diverse ipoteze constructive, permite alegerea măsurilor eficiente de optimizare în vederea limitării pierderilor și respectiv încălzirilor locale, care ar putea deveni periculoase în anumite regimuri de funcționare în special în regimurile subexcitate.

BIBLIOGRAFIE

1. R. Hawley, I. M. Edwards, I. M. Heaton, R. L. Stoll, *Turbogenerator end-region magnetic fields. Qualitative prediction by field plotting*, Proceedings, August 1967, 114, 8, p. 1107–1114.
2. A. Moraru, C. V. Bălă, *Modele électrocinetique pour l'étude du champ magnétique de fuite du transformateur à cuve ecranée*, Rev. Roum. Sci. Techn.-Electrotechn. et Energ., **15**. *3*, p. 515–541, 1970.

3. M. KANT, *Etude du champ magnétique de la partie frontale d'un turboalternateur*, RGE, —Aout, **75**, *7—8*, 913—922 (1966).
4. J. A. TEGOPOULOS, *Current Sheets Equivalent to End-Winding Currents of Turbine-Generator Stator and Rotor*, Power Apparatus and Systems, February, 64, 695—700 (1963)
5. A. TIMOTIN, A. NICOLAE, *Sur la répartition du champ magnétique axial à la surface des dents de l'extrémité du stator*, Rev. Roum. Sci. Techn.-Electrotechn. et Energ., **15**, *3*, 489—514 (1970).
6. J. A. TEGOPOULOS, *Flux Impinging on the End Plate of Turbine Generators*, Power Apparatus ans Systems, February, *64*, 700—706 (1963).
7. G. DARRIEUS, *Détermination et tracé des champs à trois dimensions. Applications aux têtes de bobines, notamment des turbo-aïternateurs*, RGE, Mars, **76**, *3*, 333—353 (1967).
8. S. I. LURE, *Matematiceskoe modelirovanie magnitnih polei rasseiania transformatorov i reactorov na elektroprovodiascei bumage*, Elektricestvo, *10*, 80—86 (1965).
9. P. OPRIŞAN, S. COSTICĂ, *Determinarea componentei axiale a cîmpului magnetic din zona frontală a turbogeneratorului*, St. cerc. energ. electr., **22**, *2*, 381—397 (1972).
10. A. ANGOT, *Complemente de matematici*, Edit. tehnică, Bucureşti, 1966.

EFECTUL DE CAPĂT LONGITUDINAL STATIC LA MOTOARELE ASINCRONE LINIARE

O. PEȘTEANU, E. DÎMBOIU, D. BIDIAN

621.313.39.014

Analizînd efectul de capăt longitudinal static pentru motorul asincron trifazat liniar cu stator bilateral plan scurt cu număr par de poli și polii marginali complet bobinați, se definește o reactanță de dezechilibru cu ajutorul căreia se determină curenții nesimetrici ai motorului cu conexiunea înfășurării în stea fără fir neutru, în cazul unei reacții slabe a indusului. În final se stabilesc cîteva măsuri constructive menite să micșoreze nesimetria curenților motorului liniar.

Nesimetria curenților motorului asincron trifazat liniar cu stator bilateral plan scurt are două cauze [1]: fenomenul de stator plan scurt, denumit și efect de capăt longitudinal static [2], și fenomenele de margine de intrare și de ieșire, cunoscute și sub denumirea de efect de capăt longitudinal dinamic. Influența efectului de capăt longitudinal static asupra nesimetriei curenților este preponderentă în cazul unei reacții slabe a indusului, cînd influența fenomenelor de margine devine neglijabilă.

În cazul statorului bilateral cu număr par de poli și polii marginali complet bobinați [3], efectul de capăt longitudinal static constă în apariția unor cîmpuri magnetice la capetele longitudinale ale statorului, în afara întrefierului. În continuare se studiază influența efectului longitudinal static asupra nesimetriei curenților motoarelor liniare cu statoare bilaterale plane scurte avînd numere pare de poli și polii marginali complet bobinați.

1. REACTANȚA DE DEZECHILIBRU UTILĂ

Fluxurile magnetice se închid între armăturile statorului bilateral prin întrefier, între fețele frontale (parcursul *1* din fig. 1) și între fețele capetelor longitudinale ale armăturilor (parcursul *2* din fig.1). Fluxurile magnetice care se închid între fețele frontale ale armăturilor se înglobează în calcule în cadrul fluxurilor care se închid prin întrefier, utilizînd o lățime ideală l_i mai mare decît lățimea l_1 a pachetului de tole statoric. Dacă se face abstracție de prezența crestăturilor, atunci l_i este mai mare decît l_1

cu $2\delta''$ [8], δ'' fiind lățimea întrefierului echivalent. Fluxurile magnetice frontale se închid de fapt numai între fețele frontale ale dinților și rezultă că distanța $2\delta''$ trebuie înmulțită cu raportul dintre aria feței frontale a unui dinte și aria corespunzătoare unui pas dentar, adică aproximativ cu

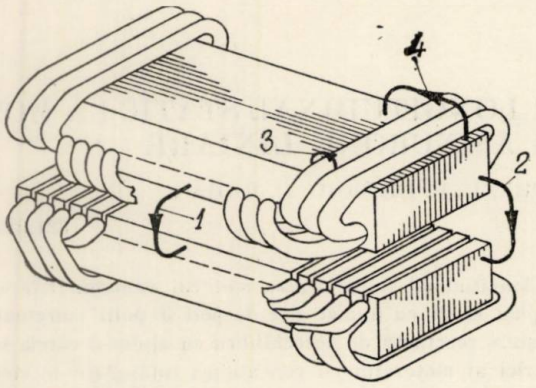


Fig. 1. — Stator bilateral plan scurt.

raportul dintre lățimea (minimă) unui dinte statoric b_d și pasul dentar t. Creșterea fluxurilor magnetice frontale în urma scăderii reluctanțelor frontale datorită umflării în aer a tuburilor liniilor de cîmp magnetic care se închid între fețele frontale ale dinților se consideră (în cazul unor întrefieruri relativ mici) că se compensează cu micșorarea fluxurilor magnetice frontale produsă de următoarele două cauze :

— reluctanța pachetului de tole statoric în direcția transversală este mai mare decît reluctanța în direcția longitudinală datorită izolației tolelor ;

— acțiunea demagnetizantă a curenților turbionari produși în tole prin variația în timp a fluxurilor magnetice frontale. Rezultă că pentru întrefieruri relativ mici se poate folosi relația

$$l_i = l_1 + 2\delta'' \frac{b_d}{t}. \tag{1}$$

Fluxurile magnetice care se închid între fețele capetelor longitudinale ale armăturilor statorului se pot determina prin adăugarea la fiecare capăt longitudinal a unei porțiuni de lungime δ'' [8] și de lățime l_i (fig. 2*a*). În absența indusului, inducția magnetică B_A produsă în întrefier de faza A (fig. 2*b*) se poate descompune în două inducții : o inducție B_{As} (fig. 2*c*), egală cu inducția magnetică produsă de faza A într-un motor asincron cilindric cu același număr p de perechi de poli, și o inducție B_{Ap} (fig. 2*d*), a cărei curbă de repartiție se determină în continuare. Notînd valoarea curentului dintr-un conductor al fazei A cu i_{A1}, atunci curentul fazei A este egal cu

$$i_A = an_1 i_{A1}, \tag{2}$$

în care n_1 este numărul de conductoare legate în paralel pe o cale de curent, iar a este numărul căilor de curent pe fază. Conectarea în paralel a bobinelor unei faze de pe o armătură conduce la o modulație accentuată a cîmpu-

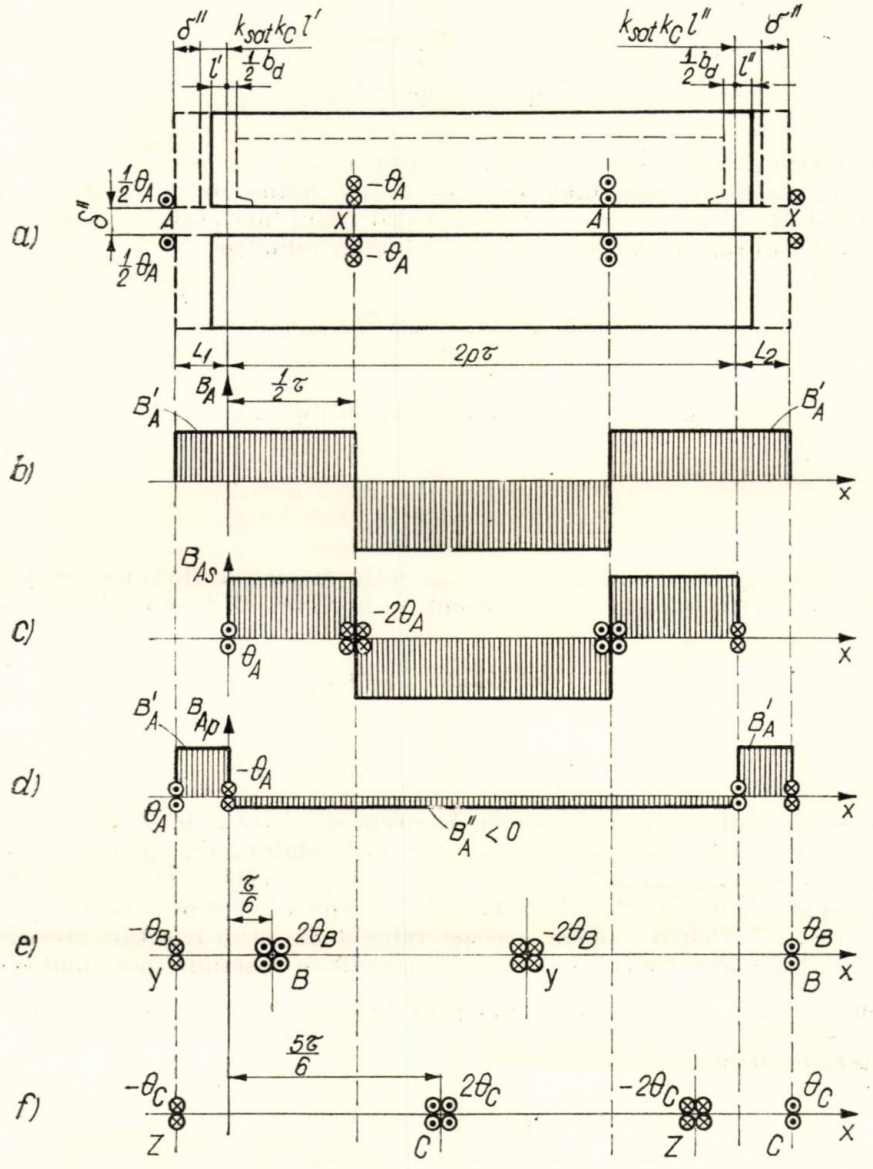


Fig. 2. — Circuitul magnetic echivalent, curbele de repartiție ale inducției magnetice produsă de faza A și solenațiile crestăturilor fazelor B și C pentru cazul : $p = 1$, $q = 1$.

lui magnetic din întrefier [1]. De aceea pot apare doar următoarele două cazuri : înfășurările celor două armături sînt înseriate, cînd $a = 1$, și înfășurările celor două armături sînt conectate în paralel, cînd $a = 2$.

Dacă n_c este numărul de conductoare dintr-o crestătură, atunci solenația $\frac{1}{2}\theta_A$ (fig. 2*a*) a curenților fazei A de la un capăt al unei armături a statorului este

$$\frac{1}{2}\theta_A = \frac{1}{2} n_c q i_{A1}, \tag{3}$$

unde q este numărul de crestături pe pol și fază.

La calculul tensiunilor electromotoare induse se utilizează pentru numărul de spire înseriate pe o fază a statorului bilateral, o expresie analogă celei obținute pentru motorul asincron cilindric

$$w_1 = \frac{2}{a} pq \frac{n_c}{n_1}. \tag{4}$$

Utilizînd relațiile (2) și (4), expresia (3) devine

$$\theta_A = \frac{w_1}{2p} i_A. \tag{5}$$

Folosind legea circuitului magnetic și legea fluxului magnetic pentru inducțiile magnetice reprezentate în figura 2 *d*, se obțin relațiile:

$$B'_A - B''_A = \frac{\mu_0}{\delta''} \theta_A, \tag{6}$$

$$B'_A (L_1 + L_2) + B''_A 2p\tau = 0, \tag{7}$$

în care distanțele L_1 și L_2 conțin în afară de distanțele δ'' și porțiunile l' și l'' ale dinților marginali, exterioare intervalului $2p\tau$. Lățimea întrefierului în dreptul porțiunilor fără crestături l' și l'' este δ. În circuitul magnetic echivalent (fig. 2*a*), lățimea întrefierului din dreptul acelorași porțiuni este δ''. Pentru a avea aceeași reluctanță ca în realitate trebuie ca în circuitul magnetic echivalent să se amplifice lungimile porțiunilor l' și l'' cu $\frac{\delta''}{\delta} = k_{sat} k_C$, k_{sat} fiind coeficientul de saturație, iar k_C coeficientul lui Carter. Utilizînd notația

$$e = \frac{L_1 + L_2}{\tau} = \frac{2\delta'' + k_{sat} k_C (l' + l'')}{\tau} \tag{8}$$

și folosind relațiile (5), (6) și (7) se obține

$$B'_A = \frac{\mu_0}{\delta''} \frac{w_1}{2p + e} i_A. \tag{9}$$

Procedînd analog pentru fazele B și C, ale căror solenații ale crestăturilor sînt desenate pentru ambele armături ale statorului bilateral în figurile $2e$ și $2f$, se obțin următoarele expresii pentru inducțiile magnetice produse în afara intervalului $2p\tau$:

$$B'_B = -\frac{\mu_0}{\delta''}\frac{w_1}{2p+e}i_B, \tag{10}$$

$$B'_C = -\frac{\mu_0}{\delta''}\frac{w_1}{2p+e}i_C.$$

În cazul conexiunii stea fără fir neutru

$$i_A + i_B + i_C = 0. \tag{11}$$

Utilizînd relațiile (9), (10) și (11) se obține expresia inducției magnetice produsă de curenții celor trei faze în porțiunile de lungimi L_1 și L_2

$$B' = B'_A + B'_B + B'_C = \frac{\mu_0}{\delta''}\frac{2w_1}{2p+e}i_A. \tag{12}$$

În continuare se presupune că curenții sînt sinusoidali și se analizează tensiunile electromotoare induse în înfășurările celor trei faze. Componenta B_{As} (fig. $2c$) a inducției magnetice produsă de faza A și componentele B_{Bs} și B_{Cs} (nereprezentate în fig. 2) ale inducțiilor magnetice produse de fazele B și C sînt egale cu inducțiile magnetice produse de cele trei faze în întrefierul unui motor asincron cilindric cu același număr de poli. Rezultă că tensiunile electromotoare induse de fluxurile inducțiilor magnetice B_{As}, B_{Bs} și B_{Cs} sînt egale cu cele induse în înfășurările unui motor asincron cilindric cu același număr de poli. Pentru calculul acestor tensiuni electromotoare se pot deci utiliza impedanțele echivalente deduse pentru motoarele asincrone cilindrice. Fluxul total produs de componenta B''_A (fig. $2d$) în oricare din cele trei înfășurări este egal cu zero. Componenta B''_A și respectiv componentele B''_B și B''_C (nereprezentate în fig. 2) ale inducțiilor magnetice produse de fazele B și C nu induc deci tensiuni electromotoare în înfășurările celor trei faze.

Se numesc bobine de compensare [4], bobinele marginale care au doar una din laturile lor active conținută în crestături. Numărul de spire înseriate pe fază al bobinelor de compensare de pe un capăt al unei armături a statorului bilateral este

$$w_m = q\frac{n_c}{2n_1} = \frac{aw_1}{4p}. \tag{13}$$

Fluxurile inducției magnetice B' produsă de cele trei faze în porțiunile de lungimi L_1 și L_2 induc în înfășurarea fazei A o tensiune electromotoare

$$u'_{e\,A} = -\frac{d}{dt}\left[\frac{2}{a}w_m(L_1+L_2)l_i B'\right]. \tag{14}$$

În continuare se definește reactanța de dezechilibru utilă X_{ou} prin relația

$$X_{ou} = \frac{e}{2p + e} \omega \frac{\mu_0}{\delta''} \tau l_i \frac{w_1^2}{p}, \tag{15}$$

în care ω este pulsația curenților din înfășurările statorului. Utilizînd reprezentarea în complex simplificat și relațiile (8), (12), (13) și (15) tensiunea electromotoare (14) devine

$$\underline{U}'_{eA} = -\mathrm{j}X_{ou}\,\underline{I}_A. \tag{16}$$

Procedînd analog se obțin reprezentările în complex simplificat ale tensiunilor electromotoare induse de fluxurile inducției magnetice B' în înfășurările fazelor B și C

$$\underline{U}'_{eB} = \underline{U}'_{eC} = \mathrm{j}X_{ou}\,\underline{I}_A. \tag{17}$$

Se consideră că un indus situat în întrefierul statorului bilateral produce o reacție slabă, dacă raportul dintre reactanța X_m a circuitului magnetizant și rezistența R'_2 a indusului raportată la o fază a statorului este mic în raport cu 1. În cazul unei reacții slabe se poate neglija reacția indusului în porțiunile de lungimi L_1 și L_2, iar influența efectelor de margine asupra nesimetriei curenților din stator este neglijabilă. Prezența indusului modifică deci doar expresiile inducțiilor magnetice B_{As}, B_{Bs} și B_{Cs} și rezultă că tensiunile electromotoare $\underline{U}'_{eA}$, $\underline{U}'_{eB}$ și $\underline{U}'_{eC}$ au și în cazul unei reacții slabe expresiile date de relațiile (16) și (17).

2. REACTANȚA DE DEZECHILIBRU DE SCĂPĂRI

Se poate considera că laturile neconținute în crestături ale bobinelor de compensare de pe un capăt al unei armături sînt înlănțuite de două tipuri de fluxuri magnetice de scăpări: niște fluxuri de scăpări proprii, ale căror linii de cîmp se închid în jurul bobinelor fiecărei faze (de exemplu linia de cîmp 3 din fig. 1) și un flux de scăpări comun, ale cărui linii de cîmp se închid în jurul laturilor tuturor bobinelor de compensare aparținînd celor trei faze de pe un capăt al unei armături (de exemplu linia de cîmp 4 din fig. 1). Avînd valori relativ mici, tensiunile electromotoare induse de fluxurile de scăpări proprii se pot lua empiric în considerație utilizînd la calculul permeanței geometrice de scăpări la părțile frontale ale înfășurării statorului o lungime l_{fe} a capetelor de bobină mai mare decît lungimea reală l_f. Se poate considera că l_{fe} este mai mare decît l_f cu lungimea cu care trebuie majorată l_f în cadrul expresiei rezistenței pe fază a înfășurării statorului, datorită existenței laturilor active neconținute în crestături ale bobinelor de compensare.

$$l_{fe} = l_f + \frac{l_1}{2p}. \tag{18}$$

Fluxul magnetic de scăpări comun de la un capăt al unei armături a statorului bilateral este produs de solenația (fig. 3*a*):

$$\theta_l = \frac{1}{2}(\theta_A - \theta_B - \theta_C). \tag{19}$$

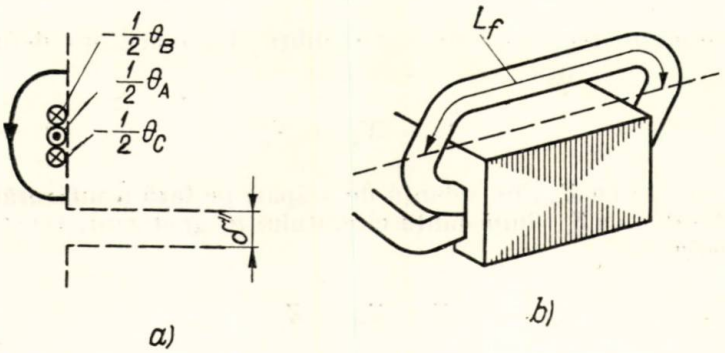


Fig. 3. — *a* — Solenația de la un capăt al unei armături a statorului bilateral ; *b* — lungimea unei laturi exterioare a unei bobine de compensare.

Se notează cu λ_l, permeanța geometrică de scăpări comune (pe unitatea de lungime) și cu L_f, lungimea unei laturi exterioare a unei bobine de compensare (fig. 3*b*). Permeanța scăpărilor comune este

$$\Lambda_l = \mu_0 \lambda_l L_f. \tag{20}$$

Valoarea permeanței λ_l depinde de poziția în spațiu a bobinelor de compensare și crește dacă în apropierea lor se află corpuri feromagnetice.

Tensiunea electromotoare indusă în înfășurarea fazei A de fluxurile de scăpări comune este

$$u''_{eA} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{4}{a} w_m \Lambda_l \theta_l\right). \tag{21}$$

În continuare se definește reactanța de dezechilibru de scăpări X_{os} prin relația

$$X_{os} = \frac{\omega}{2}\left(\frac{w_1}{p}\right)^2 \mu_0 L_f \lambda_l. \tag{22}$$

Utilizînd reprezentarea în complex simplificat și relațiile (5), (11), (13), (19), (20) și (22), tensiunea electromotoare (21) devine

$$\underline{U}''_{eA} = -\mathrm{j} X_{os} \underline{I}_A. \tag{23}$$

Procedînd analog se obțin reprezentările în complex simplificat ale tensiunilor electromotoare induse de fluxurile de scăpări comune în înfășurările fazelor B și C

$$\underline{U}''_{eB} = \underline{U}''_{eC} = \mathrm{j} X_{os} \underline{I}_A. \tag{24}$$

Fiind induse de niște fluxuri de scăpări, tensiunile electromotoare $\underline{U}''_{eA}$, $\underline{U}''_{eB}$ și $\underline{U}''_{eC}$ au și în cazul prezenței unui indus în întrefierul statorului bilateral expresiile date de relațiile (23) și (24).

3. REACTANȚA DE DEZECHILIBRU ȘI ECUAȚIILE DE TENSIUNI PE FAZE

Se numește reactanță de dezechilibru X_0, reactanța definită prin suma

$$X_0 = X_{0u} + X_{os}. \tag{25}$$

Se notează cu $Z_{\sigma 1}$, impedanța de scăpări pe fază a înfășurării statorului bilateral și cu $\underline{Z}_m$, impedanța circuitului magnetizant. Dacă se introduce notația

$$\underline{Z} = \underline{Z}_{\sigma 1} + \underline{Z}_m, \tag{26}$$

atunci ecuațiile de tensiuni ale celor trei faze, în absența indusului, sînt :

$$\begin{aligned} \underline{U}_A &= \underline{Z}\,\underline{I}_A - \underline{U}'_{eA} - \underline{U}''_{eA}, \\ \underline{U}_B &= \underline{Z}\,\underline{I}_B - \underline{U}'_{eB} - \underline{U}''_{eB}, \\ \underline{U}_C &= \underline{Z}\,\underline{I}_C - \underline{U}'_{eC} - \underline{U}''_{eC}. \end{aligned} \tag{27}$$

Avînd în vedere relațiile (16), (17), (23), (24) și (25), ecuațiile de tensiuni (27) devin :

$$\begin{aligned} \underline{U}_A &= \underline{Z}\,\underline{I}_A + \mathrm{j}X_0\,\underline{I}_A, \\ \underline{U}_B &= \underline{Z}\,\underline{I}_B - \mathrm{j}\,X_0\,\underline{I}_A, \\ \underline{U}_C &= \underline{Z}\,\underline{I}_C - \mathrm{j}X_0\,\underline{I}_A. \end{aligned} \tag{28}$$

În continuare se presupune că în întrefierul statorului bilateral există un indus care produce o reacție slabă. În acest caz influența efectului de capăt longitudinal dinamic asupra nesimetriei curenților din stator este neglijabilă. Ținînd seama de efectul de capăt transversal și neglijînd reactanța de scăpări a indusului, se poate determina [1] impedanța de succesiune directă

$$\underline{Z}_d = \underline{Z}_{\sigma 1} + \frac{R'_2\,\underline{Z}_m}{R'_2 + s\underline{Z}_m}, \tag{29}$$

și impedanța de succesiune inversă a motorului asincron liniar

$$\underline{Z}_i = \underline{Z}_{\sigma 1} + \frac{R'_2\,\underline{Z}_m}{R'_2 + (2-s)\,\underline{Z}_m}, \tag{30}$$

s fiind alunecarea.

Descompunînd curenții nesimetrici din stator în componente simetrice se obțin ecuațiile de tensiuni ale celor trei faze în cazul unei reacții slabe a indusului :

$$\begin{aligned} \underline{U}_A &= (\underline{Z}_d + \mathrm{j}X_0)\ \underline{I}_d + (\underline{Z}_i + \mathrm{j}X_0)\ \underline{I}_i, \\ \underline{U}_B &= (a^2\,\underline{Z}_d - \mathrm{j}X_0)\,\underline{I}_d + (a\underline{Z}_i - \mathrm{j}X_0)\underline{I}_i, \\ \underline{U}_C &= (a\underline{Z}_d^* - \mathrm{j}X_0)\,\underline{I}_d + (a^2\,\underline{Z}_i - \mathrm{j}X_0)\underline{I}_i, \end{aligned} \tag{31}$$

în care $a = -\frac{1}{2} + \mathrm{j}\frac{\sqrt{3}}{2}$.

4. DETERMINAREA CURENȚILOR ÎN CAZUL CONEXIUNII STEA FĂRĂ FIR NEUTRU

În absența indusului se obțin cu ajutorul relațiilor (11) și (28) următoarele expresii pentru curenți :

$$\begin{aligned} \underline{I}_A &= \frac{\underline{U}_{AB} - \underline{U}_{CA}}{3\underline{Z} + \mathrm{j}4X_0}, \\ \underline{I}_B &= \frac{1}{2}\left(\frac{\underline{U}_{BC}}{\underline{Z}} - \underline{I}_A\right) = \frac{(\underline{Z} + \mathrm{j}2X_0)\,\underline{U}_{BC} - \underline{Z}\underline{U}_{AB}}{\underline{Z}\,(3\underline{Z} + \mathrm{j}4X_0)}, \\ \underline{I}_C &= -\underline{I}_A - \underline{I}_B = \frac{\underline{Z}\,\underline{U}_{CA} - (\underline{Z} + \mathrm{j}2X_0)\underline{U}_{BC}}{\underline{Z}\,(3\underline{Z} + \mathrm{j}4X_0)}. \end{aligned} \tag{32}$$

În cazul unei reacții slabe a indusului, componentele simetrice ale curenților din stator se determină rezolvînd următorul sistem de ecuații obținute cu ajutorul relațiilor (31) :

$$(3\underline{Z}_d + \mathrm{j}4X_0)\,\underline{I}_d^* + (3\,\underline{Z}_i + \mathrm{j}4X_0)\,\underline{I}_i = \underline{U}_{AB} - \underline{U}_{CA}, \tag{33}$$

$$\underline{Z}_d\,\underline{I}_d - \underline{Z}_i\,\underline{I}_i = \frac{\mathrm{j}}{\sqrt{3}}\underline{U}_{BC}.$$

Cunoscînd componentele simetrice I_d și I_i, se pot determina curenții din înfășurările celor trei faze utilizînd următoarele relații :

$$\begin{aligned} \underline{I}_A &= \underline{I}_d + \underline{I}_i, \\ \underline{I}_B &= a^2\,\underline{I}_d + a\,\underline{I}_i, \\ \underline{I}_C &= a\underline{I}_d + a^2\,\underline{I}_i. \end{aligned} \tag{34}$$

La mersul în scurtcircuit $\underline{Z}_d = \underline{Z}_i = \underline{Z}_1$ și rezultă că valorile curenților se pot determina cu ajutorul relațiilor (32), dacă se înlocuiește impedanța Z cu impedanța $\underline{Z}_1$.

5. VERIFICĂRI EXPERIMENTALE

Pentru verificarea experimentală a expresiilor deduse pentru curenți s-a folosit statorul bilateral descris în lucrările [4], [5] și [6] și avînd următoarele caracteristici : conexiunea stea, $a = 1, p = 3$, $q = 2$, $\tau = 18$ cm, $l_1 = 13$ cm, $w_1 = 432$ spire, $n_1 = 3$, $l' + l'' = 38$ mm, $L_f = 35$ cm, $b_d^* = 12$ mm.

5.1. DETERMINAREA EXPERIMENTALĂ A REACTANȚEI DE DEZECHILIBRU DE SCĂPĂRI

Suma dintre reactanța de scăpări în crestătură și reactanța de scăpări la părțile frontale ale înfășurării statorului se notează cu $X'_{\sigma 1}$, iar rezistența pe fază a înfășurării statorului cu R_1.

Dacă întrefierul $\delta = 0$, iar înfășurările armăturilor statorului sînt astfel înseriate încît cîmpurile magnetice utile produse de cele două armături să se anuleze reciproc, atunci ecuațiile de tensiuni ale celor trei faze sînt :

$$\begin{aligned} \underline{U}_A &= (R_1 + \mathrm{j}X'_{\sigma 1})\underline{I}_A + \mathrm{j}X_{0s}\underline{I}_A, \\ \underline{U}_B &= (R_1 + \mathrm{j}X'_{\sigma 1})\underline{I}_B - \mathrm{j}X_{0s}\,\underline{I}_A, \\ \underline{U}_C &= (R_1 + \mathrm{j}X'_{\sigma 1})\underline{I}_C - \mathrm{j}X_{0s}\,\underline{I}_A. \end{aligned} \tag{35}$$

Cu ajutorul ecuațiilor (35) se obține

$$X_{0s} = \frac{1}{4\mathrm{j}}\left(\frac{\underline{U}_{AB} - \underline{U}_{CA}}{\underline{I}_A} - \frac{3\underline{U}_{BC}}{\underline{I}_B - \underline{I}_C}\right). \tag{36}$$

Alimentînd statorul cu tensiune prin intermediul unui regulator de inducție și măsurînd curenții și tensiunile s-a obținut, utilizînd relațiile (36) și (22) :

$$X_{0s} = 1,1\ \Omega\,; \quad \lambda_l = 0,77.$$

5.2. VERIFICAREA CURENȚILOR ÎN ABSENȚA INDUSULUI

Pentru lățimea întrefierului $\delta = 1,25$ cm se obține lățimea ideală a statorului cu ajutorul relației (1)

$$l_i = l_1 + 2\delta'' \frac{b_d}{t} = 14,08 \text{ cm}.$$

Reactanța circuitului magnetizant este [1]

$$X_m = \frac{3\omega\mu_0 (w_1 k_{w1})^2 \alpha_i k_f \tau l_i}{\pi p \delta''} = 26{,}3 \ \Omega. \tag{37}$$

Reactanța de scăpări pe fază a înfășurării statorului este [7]

$$X_{\sigma 1} = \omega \mu_0 \frac{w_1^2}{pq} l_1 \left(\lambda_c + \lambda_f + \frac{l_i}{l_1} \lambda_d \right) + (\tau_\delta + k_\pi - 1) X_m = 6{,}02 \ \Omega,$$

în care λ_c este permeanța geometrică de scăpări în crestătură [8], λ_f este permeanța geometrică de scăpări la părțile frontale ale înfășurării [9], λ_d este permeanța geometrică de scăpări între capetele dinților [10], τ_δ este coeficientul scăpărilor diferențiale [8], iar k_π este coeficientul scăpărilor de la pol la pol [7].

Rezistența pe fază a înfășurării statorului este

$$R_1 = \rho_{Cu} \frac{2w_1 (l_1 + l_{fe})}{an_1 s_c} = 0{,}887 \ \Omega,$$

în care s_c este aria secțiunii transversale a unui conductor neizolat, iar l_{fe} se determină cu ajutorul relației (18). Neglijînd pierderile în fier se determină, utilizînd relația (26)

$$\underline{Z} = R_1 + \mathrm{j}\,(X_{\sigma 1} + X_m) = 0{,}887 + \mathrm{j}\,32{,}32.$$

Folosind relațiile (8), (15), (25) și mărimea reactanței $X_{os} = 1{,}1\Omega$ determinată experimental, se obțin valorile:

$$e = \frac{2\delta'' + k_{sat} k_C (l' + l'')}{\tau} = 0{,}376,$$

$$X_{0u} = \frac{e}{2p + \mathrm{e}} \omega \frac{\mu_0}{\delta''} \tau l_i \frac{w_1^2}{p} = 2{,}72 \ \Omega,$$

$$X_0 = X_{ou} + X_{os} = 3{,}82\Omega.$$

Utilizînd mărimile tensiunilor de linie măsurate experimental și alegînd fazorul $\underline{U}_{BC}$ ca origine de fază se obțin reprezentările în complex ale curenților celor trei faze utilizînd relațiile (32):

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{U}_{AB} - \underline{U}_{CA}}{3\,\underline{Z} + \mathrm{j}4\underline{X}_0} = 7{,}96\ \mathrm{e}^{\mathrm{j}1°37'},$$

$$\underline{I}_B = \frac{1}{2}\left(\frac{\underline{U}_{BC}}{\underline{Z}} - \underline{I}_A \right) = 8{,}54\ \mathrm{e}^{-\mathrm{j}116°10'},$$

$$\underline{I}_C = -\underline{I}_A - \underline{I}_B = 8{,}53\ \mathrm{e}^{\mathrm{j}119°25'}.$$

Mărimile determinate experimental și teoretic pentru întrefierurile $\delta = 1{,}25$ cm și $\delta = 2{,}4$ cm sînt prezentate în tabela 1, în care γ_A, γ_B și γ_C

reprezintă fazele inițial eale curenților cînd fazorul $\underline{U}_{BC}$ este origine de fază.

Tabela 1

δ	[cm]	1,25		2,4	
Modul de determinare		Experimental	Teoretic	Experimental	Teoretic
U_{AB}	[V]	510	—	372	—
U_{BC}	[V]	488	—	379	—
U_{CA}	[V]	508	—	382	—
I_A	[A]	7,86	7,96	8,52	8,57
I_B	[A]	8,55	8,54	9,63	9,81
I_C	[A]	8,58	8,53	10,1	10,1
γ_A	[°]	2°12′	1°37′	0°	13′
γ_B	[°]	−115°12′	−116°10′	−112°40′	−113°30′
γ_C	[°]	119°8′	119°25′	118°10′	117°30′

5.3. VERIFICAREA CURENȚILOR ÎN CAZUL UNEI REACȚII SLABE A INDUSULUI

Între armăturile statorului bilateral s-a introdus un canal din oțel nemagnetic umplut cu mercur și închis la ambele capete. La temperatura de lucru a indusului în cazul mersului în scurtcircuit, mercurul și oțelul nemagnetic au rezistivități foarte apropiate [5]. Se poate deci considera că mercurul și canalul alcătuiesc un singur indus la alunecarea $s = 1$. Caracteristicile indusului astfel obținut sînt: rezistivitatea $\rho = 1{,}05 \cdot 10^{-6}\ \Omega$m; lățimea $l_2 = 16$ cm; grosimea $\Delta = 12{,}5$ mm. Efectul pelicular se poate neglija la determinarea curenților, deoarece este îndeplinită condiția prezentată în lucrarea [2]

$$\frac{1}{\mathrm{Re}\left[\sqrt{\left(\frac{\pi}{\tau}\right)^2 + \mathrm{j}\,\omega\frac{\mu_0}{\rho}}\right]} = 5{,}03\ \mathrm{cm} \gg \frac{\Delta}{2}.$$

Coeficientul ε introdus în lucrarea [1] la pagina 477 are în acest caz valoarea $\varepsilon = 0{,}03 \ll 1$ și rezultă că rezistența indusului raportată la o fază a statorului se poate calcula utilizînd expresiile simplificate deduse în lucrarea [1] pentru motorul asincron cu rotorul în formă de pahar. Pentru întrefierul $\delta = 13$ mm se obțin coeficienții de formă [1]:

$$\xi_1 = \frac{\pi}{2}\frac{l_1}{\tau} = 1{,}231; \qquad \xi_2 = \frac{\pi}{2}\frac{l_2}{\tau} = 1{,}396.$$

Coeficientul de creştere a rezistenţei indusului datorită efectului de capăt transversal este [1]

$$k_r = 1 + \frac{1}{\xi_i\left[\operatorname{cth}\,\xi_i - \frac{1}{\xi_i} + \operatorname{th}\,(\xi_2 - \xi_i)\right]} = 2{,}51,$$

şi rezultă rezistenţa [1]

$$R_2' = 3(w_1 k_{w1})^2 \frac{2\rho l_i}{p\Delta\tau} k_r = 57{,}55\Omega.$$

Deoarece reactanţa circuitului magnetizant $X_m = 25,5\ \Omega < R_2'$, reacţia indusului este slabă. Pentru valorile : $\frac{l_1}{\tau} = 0{,}722$ şi $\frac{l_2 - l_1}{\tau} = 0{,}166$ rezultă [12] că se poate neglija partea din reactanţa de scăpări a indusului datorită fluxului magnetic secundar care se închide prin stator după direcţia transversală. Întrefierul fiind relativ mic iar efectul pelicular fiind slab rezultă de fapt că se poate neglija reactanţa de scăpări totală a indusului. Neglijînd pierderile în fier se obţine impedanţa.

$$\underline{Z}_1 = R_1 + \mathrm{j}X_{o1} + \frac{\mathrm{j}X_m R_2'}{\mathrm{j}X_m + R_2'} = 10{,}34 + \mathrm{j}\,27{,}33.$$

Reprezentările în complex ale curenţilor celor trei faze se pot determina cu ajutorul relaţiilor (32), dacă se înlocuieşte impedanţa $\underline{Z}$ cu impedanţa $\underline{Z}_1$. Utilizînd valorile tensiunilor de linie măsurate experimental şi alegînd fazorul $\underline{U}_{BC}$ ca origine de fază se obţin mărimile prezentate în tabela 2.

Tabela 2

δ	[cm]	1,3	
Δ	[cm]	1,25	
Modul de determinare		Experimental	Teoretic
U_{AB}	[V]	405	—
U_{BC}	[V]	403	—
U_{CA}	[V]	3 8	—
$\underline{I}_A$	—	$6{,}75\ e^{j20°15'}$	$6{,}81\ e^{j13°52'}$
$\underline{I}_B$	—	$7{,}7\ e^{-j95°45'}$	$7{,}6\ e^{-j95°55'}$
$\underline{I}_C$	—	$7{,}7\ e^{j136°45'}$	$7{,}79\ e^{j136°35'}$

6. CONCLUZII

În cazul unei reacții slabe a indusului, nesimetria curenților motorului asincron trifazat liniar avînd stator bilateral plan scurt cu număr par de poli și polii marginali complet bobinați este cauzată de fluxurile magnetice care se închid între fețele capetelor longitudinale ale armăturilor statorului și de fluxurile magnetice de scăpări care se închid în jurul tuturor laturilor bobinelor de compensare aparținînd celor trei faze. Corespunzător acestor fluxuri se poate defini o reactanță de dezechilibru cu ajutorul căreia se pot determina curenții nesimetrici ai motorului asincron liniar cu conexiunea înfășurării trifazate în stea fără fir neutru.

Asemănător ca în lucrarea [1] se poate observa că în cazul unui sistem simetric de tensiuni de linie, curentul de valoare efectivă minimă apare în faza a cărei înfășurare ocupă o poziție simetrică în raport cu statorul (înfășurarea fazei A în fig. 2 *a*). Curenții celorlalte două faze au în general valori efective apropiate.

În cazul unei reacții slabe a indusului, nesimetria curenților se poate micșora prin :

— folosirea unor statoare cu numere mari de perechi de poli [3] cînd, conform relațiilor (15), (22), (25) și (37) scade raportul dintre reactanța de dezechilibru și reactanța circuitului magnetizant ;

— utilizarea unor dinți marginali de grosime cît mai mică și a unui întrefier cît mai redus, în scopul micșorării reactanței de dezechilibru utilă, conform relațiilor (8) și (15) ;

— așezarea laturilor exterioare ale bobinelor de compensare cît mai aproape de întrefier [11], cînd se micșorează fluxurile magnetice care se închid între fețele capetelor longitudinale ale armăturilor statorului și implicit și reactanța de dezechilibru utilă ;

— folosirea unor bobine de compensare de lungimi cît mai mici, cînd scade reactanța de dezechilibru de scăpări, conform relației (22).

BIBLIOGRAFIE

1. I. S. Gheorghiu, A. Fransua, *Tratat de mașini electrice, vol.* 3, *Mașini asincrone*, București, Edit. Academiei, 1971.
2. I. Boldea, *Contribuții privind fenomenele specifice și calculul electromagnetic al motoarelor trifazate plane liniare*, Teză de doctorat, Institutul Politehnic „Traian Vuia", Timișoara, 197
3. E. Dîmboiu, D. Bidian, *Studiul nesimetriilor curenților la motoarele liniare cu cîmp mobil la mersul în gol ideal*, St. cerc. energ. electr., **22**, *2*, 399—410 (1972).
4. A. Nicolaide, A. Gogioiu, M. Țața, *Instalație compusă din pompă electromagnetică și generator magnetohidrodinamic*, St. cerc. energ. electr., **9**, *4*, 857—869 (1969).
5. A. Nicolaide, A. Gogioiu, M. Țața, *Electromagnetic pump for liquid metals*, Buletinul Institutului Politehnic din Brașov, seria A, vol. 12, 1970.

6. A. Gogioiu, *Studiul pompelor magnetohidrodinamice liniare de inducție cu ajutorul calculatoarelor numerice*, Teză de doctorat, Universitatea din Brașov, 1973.
7. A. I. Voldek, *Induktionnie magnitoghidrodinamiceskie mașini s jidkometalliceskim rabocim telom*, „Energhia", Leningradskoe otdelenie, 1970.
8. R. Richter, *Mașini electrice, vol. I*, București, Edit. tehnică, 1958, vol. 4, București; Edit. tehnică, 1960.
9. A. Nicolaide, *Mașina asincronă*, Institutul Politehnic Brașov, 1970.
10. I. B. Danilevici, V. V. Dombrovski, E. I. Kazovski, *Parametrii mașinilor de curent alternativ*, București, Edit. tehnică, 1968.
11. T. Schulz, *Möglichkeiten der Simulation des Längsendeffektes bei linearen induktiven MHD — Wandlern an Modellen, Dissertation*, Technische Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig, 1969.
12. H. Mosebach, *Effekte der endlichen Länge und Breite bei asynchronen Linearmotoren in Kurzständer — und Kurzläuferbauform*, Dissertation, Technische Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig, 1972, pag. 18.

DETERMINAREA CARACTERISTICILOR DE FUNCȚIONARE LA MOTOARELE ELECTRICE CU HISTEREZIS PE BAZA MODELULUI IDEALIZAT

N. GALAN

621.313.392

Pentru motorul cu histerezis s-a stabilit un model idealizat pentru care s-a determinat potențialul magnetic vector atît la pînza de curent dată cît și la inducția în întrefier dată. S-au stabilit apoi relații pentru cuplu electromagnetic, curent absorbit și factorul de putere. S-a arătat că potențialul magnetic vector caracterizează complet funcționarea unei mașini electrice.
Relațiile stabilite au fost particularizate pentru motorul cu cîmp radial și verificate experimental. S-a efectuat un studiu teoretic și pentru motorul cu cîmp tangențial.

1. INTRODUCERE

Mașinile electrice cu histerezis constituie acea clasă de mașini electrice ale căror procese electromagnetice de bază sînt legate de fenomenul de histerezis magnetic. În practică mașinile cu histerezis sînt utilizate de obicei în regimul de motor, se cunosc însă și exemple de utilizare a acestor mașini în regim de frînă sau ca tahogeneratoare bifazate. Această situație motivează studiul regimului de motor al mașinilor cu histerezis.

În ultimul timp a crescut faorte mult interesul față de motoarele cu histerezis datorită utilizării lor pe scară largă în sistemele de automatizare și în acționările de mică putere [5], [6], [7].

De remarcat că în cazul dispozitivelor giroscopice de înaltă precizie motorul cu histerezis satisface condiții foarte severe (moment cinetic, cuplu de pornire, timp de pornire, gabarit) [5], [9].

Această largă utilizare se explică prin simplitatea constructivă, siguranța în funcționare, caracteristici funcționale corespunzătoare. În lucrările publicate, foarte numeroase în ultima vreme, se constată atît preocuparea pentru construirea unor motoare cu performanțe ridicate cît și elaborarea unei teorii unitare.

Caracteristicile de funcționare ale motorului cu histerezis depind direct de proprietățile materialului din care este confecționată zona activă,

precum și de dimensiunile acestei zone. Aceasta a condus la studii sistematice cu privire atît la proprietățile magnetice pe care trebuie să le aibă materialul zonei active cît și la tehnologia obținerii acestor materiale, [5], [7], [8], [16].

De subliniat faptul că încă nu există o teorie unitară completă pentru aceste tipuri de motoare „greu de înțeles și numai uneori discutate" [6]. Un număr însemnat de lucrări sînt de sine stătătoare fără a lua elemente esențiale de la lucrările precedente. Se remarcă diferențe atît asupra ipotezelor de calcul cît și asupra metodelor de abordare a teoriei [5], [10], [11], [16]. O problemă dificilă o constituie aproximarea ciclului de histerezis a materialului zonei active; în unele lucrări ciclul de histerezis este aproximativ ca un paralelogram, această aproximație prezintă dezavantajul că relațiile obținute sînt valabile numai pentru cazul considerat și nu pot fi extinse ușor și la alte situații, în alte lucrări ciclul de histerezis este aproximat printr-o elipsă această aproximare are avantajul că permite un calcul analitic, care scoate în evidență principalii parametrii de care depind caracteristicile motorului [6], [11], [12]. De fapt această din urmă aproximare se utilizează și în alte domenii unde intervine fenomenul de histerezis. În cadrul acestei aproximări a ciclului de histerezis apar diferențe la punerea condițiilor pe frontieră sau la punerea condițiilor pe suprafețele de separație. În unele lucrări se consideră cunoscută distribuția spațială a componentei radiale a inducției magnetice în întrefier, în alte lucrări se consideră dată pînza de curent statorică, iar pentru simplificarea calculelor la motorul cu cîmp tangențial se admite de multe ori că componenta radială a inducției magnetice pe suprafața interioară a zonei active este nulă (la motorul cu rotor interior) [5], [6],

Construirea mașinii Kron pentru motorul cu histerezis prezintă interes cînd parametrii circuitelor echivalente pot fi calculați cu suficientă precizie, [2].

În multe lucrări studiul motorului cu histerezis se oprește la analiza cîmpului magnetic în zona activă fără a se determina relațiile care permit studiul caracteristicilor de funcționare.

De obicei atît construirea schemei echivalente cît și studiul caracteristicilor de funcționare se face pe baza unei analogii formale dintre motorul cu histerezis și motorul asincron.

Studiul motorului cu histerezis cunoscut în cele două variante, cu cîmp radial și cu cîmp tangențial, se va face pe baza unui model idealizat, care să permită deducerea unor relații utile pentru studiul caracteristicilor de funcționare. După cum este cunoscut pentru regimul de motor prezintă interes studiul cuplului electromagnetic, în particular pentru motorul cu histerezis este necesară cunoașterea variației cuplului electromagnetic în funcție de proprietățile materialului zonei active și a dimensiunilor acestei zone.

Modelul idealizat adoptat în această lucrare include atît motorul cu cîmp radial cît și motorul cu cîmp tangențial, iar relațiile stabilite se prezintă într-o formă unitară astfel încît prin particularizări simple să fie adaptate atît pentru motorul cu cîmp radial cît și pentru motorul cu cîmp tangențial.

2. CÎMPUL ELECTROMAGNETIC LA MOTORUL CU HISTEREZIS

Pe baza rezultatelor obținute în [4] se va determina potențialul magnetic vector pentru modelul idealizat corespunzător motorului cu histerezis. Modelul adoptat are forma și dimensiunile indicate în figura 1, unde pentru fiecare zonă s-a precizat permeabilitatea magnetică (μ_1 pentru butuc μ pentru zona activă, μ_r și μ_0 pentru zona dentară, μ_{Fe} pentru jugul statornic). La acest model zona dentară neomogenă (dinți și crestături) s-a echivalat cu o zonă anizotropă caracterizată de permeabilitățile magnetice μ_d și μ_0 cu aceleași dimensiuni radiale, iar permeabilitatea magnetică a butucului μ_1 se consideră finită. Calculînd potențialul magnetic vector pentru acest model se constată că poate fi ușor particularizat pentru motorul cu histerezis cu cîmp radial dacă se consideră $\mu_1 \simeq \infty$, iar dacă $\mu_1 = \mu_0$, atunci se obține potențialul magnetic vector pentru motorul cu histerezis cu cîmp tangențial.

Ciclul de histerezis al zonei active (zona 2) se aproximează cu o elipsă, fapt echivalent cu introducerea permeabilității complexe.

Această aproximare înseamnă că atît unda intensității cîmpului magnetic cît și unda inducției magnetice au o variație sinusoidală, aceste unde sînt defazate și amplitudinea inducției magnetice este proporțională cu amplitudinea cîmpului magnetic. Prin introducerea permeabilității magnetice complexe μ se face de fapt liniarizarea relației $B = f(H)$ în

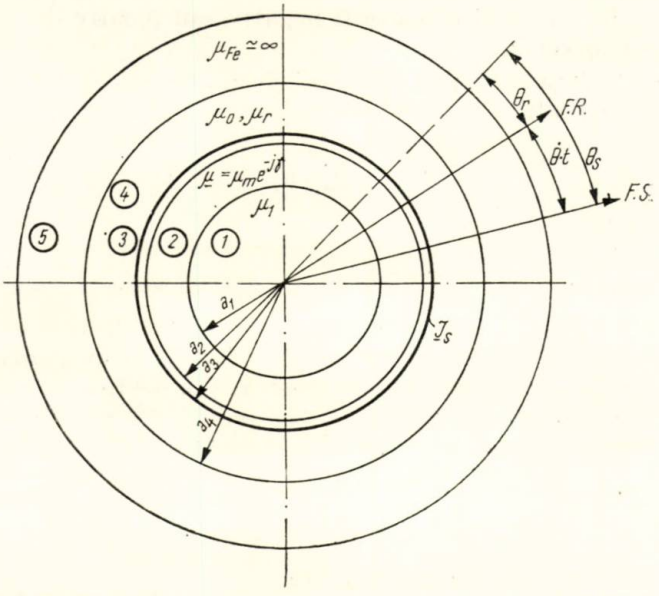


Fig. 1. — Modelul idealizat al motorului cu histerezis.

corpul numerelor complexe. Oricare ar fi metoda de calcul, în expresia cîmpului magnetic din întrefier intervin caracteristicile zonelor adiacente. Permeabilitatea magnetică μ se poate pune sub forma $\mu = \mu_m e^{-j\gamma}$, unde $\mu_m = B_m/H_m$, iar γ este unghiul de întîrziere magnetică, sin $\gamma = B_r/B_m = H_c/H_m$.

În cazul cîmpului magnetic plan-paralel potențialul magnetic vector are componenta nenulă numai după axa Oz ($A_z \neq 0$), axă care coincide cu axa mașinii. În ipoteza neglijării curenților turbionari componenta A_z a potențialului magnetic vector, în coordonate cilindrice, satisface următoarea ecuație diferențială

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial A_z}{\partial r}\right)+\frac{1}{\alpha^2 r^2}\frac{\partial^2 A_z}{\partial \theta^2}=0, \tag{1}$$

unde $\alpha=\sqrt{\mu_r/\mu_\theta}$ este coeficientul de anizotropie; pentru zonele *1*, *2*, *3* și *5* coeficientul $\alpha=1$, pentru zona crestată (zona *4*) coeficientul de anizotropie α se calculează după [15]. Utilizînd metoda separării variabilelor se pot determina soluții ale ecuației diferențiale (1) atît în medii anizotrope ($\alpha \neq 1$)cît și în medii izotrope ($\alpha = 1$).

În cazurile cîmpurilor magnetice învîrtitoare, în sistemul de referință fix față de stator (F.S.) soluția ecuației (1) se poate pune sub forma

$$A_{zs}^{(i)}=\sum_{n\in Z}(K_n^{(i)}r^n+L_n^{(i)}r^{-n})\,e^{j(\omega t-n\theta_s)}, \tag{2}$$

unde $n = p\nu$; p fiind numărul perechilor de poli și ν este ordinul armonicii, numărul n poate fi negativ sau pozitiv după cum unda este directă sau inversă.

Transcrisă în sistemul de refereință fix față de rotor (F.R.) relația (2) devine

$$A_{zr}^{(i)}=\sum_{n\in Z}(K_n^{(i)}r^n+L_n^{(i)}r^{-n})\,e^{j(s_n\omega t-n\theta_r)}, \tag{3}$$

unde $s_n=\dfrac{\omega-n\dot{\theta}}{\omega}$; $\theta_s=\theta_r+\theta$, în zona *1* constanta $L_n^{(1)}=0$.

Pentru determinarea constantelor de integrare pe fiecare suprafață de separație a zonelor se pun condițiile de continuitate a componentei normale a inducției magnetice B_r și a componentei tangențiale a intensității cîmpului magnetic H_θ. Aceste condiții se exprimă în funcție de componenta axială a potențialului magnetic vector sub următoarea formă:

$$A_{Zs}^{(i+1)}=A_{Zs}^{(i)},$$

$$\frac{1}{\mu_{i+1}}\frac{\partial A_{Zs}^{(i+1)}}{\partial r}=\frac{1}{\mu_i}\frac{\partial A_{Zs}^{(i)}}{\partial r}+J_i \text{ pentru } r=a_i;\ i\in(1,\ldots,4), \tag{4}$$

unde J_i este pînza de curent repartizată pe suprafața de separație a zonelor i și $i+1$; în cazul modelului adoptat $J_1=J_2=0$ și $J_3=J_s=\Sigma J_{s\nu}=\Sigma J_\nu e^{j(\omega t-n\theta_s)}$.

În cazul cînd se impune inducția magnetică din întrefier condițiile (4) devin :

$$A_{Zs}^{(1)} = A_{Zs}^{(2)} ; r = a_1 ;$$

$$\frac{1}{\mu_1}\frac{\partial A_{Zs}^{(1)}}{\partial r} = \frac{1}{\mu_2}\frac{\partial A_{Zs}^{(2)}}{\partial r}, \; r = a_1 ; \quad \frac{1}{r}\frac{\partial A_{Zs}^{(2)}}{\partial \theta_s} = B_\delta(\theta_s, t) ; r = a_2. \tag{5}$$

Determinarea potențialului magnetic vector în zona activă cu aceste ultime condiții permite calculul pierderilor în această zonă și deci a parametrilor rotorici la inducția în întrefier dată.

Prin urmare în punerea condițiilor pe frontieră se disting două situații : o situație cînd se presupune pînza de curent statorică dată și o altă situație cînd se impune inducția magnetică din întrefier, care este componenta normală a inducției magnetice la suprafața rotorului ($r = a_2$). Această ultimă situație comportă calcule mai puține și prezintă importanță în proiectare, deoarece așa cum este cunoscut inducția magnetică din întrefier este o mărime de plecare în efectuarea calculelor, prezintă însă dezavantajul că pentru a stabili o relație între curentul statornic și inducția magnetică din întrefier sînt necesare calcule suplimentare cu noi ipoteze.

Dacă se determină constantele de integrare cu relațiile (4), atunci după efectuarea calculelor se obține pentru zona activă următoarea expresie pentru potențialul magnetic vector

$$A_{Zs}^{(2)} = 2a_3\mu_0\underline{h}_0 J\sqrt{2}\,\frac{(\underline{h}_1+1)\left(\frac{r}{a_1}\right)^p - (\underline{h}_1-1)\left(\frac{a_1}{r}\right)^p}{p\Delta_q}\,e^{j(\omega t - p\theta_s)}, \tag{6}$$

unde

$$\Delta_p = \varepsilon_2^{-p}(1-K_\alpha)[(\varepsilon_1^p - \varepsilon_1^{-p})(\underline{h}_1\underline{h}_0 - 1) + (\underline{h}_0 - \underline{h}_1)(\varepsilon_1^p + \varepsilon_1^{-p})] +$$

$$+ \varepsilon_2^p(1+K_\alpha)[(\varepsilon_1^{-p} - \varepsilon_1^p)(\underline{h}_1\underline{h}_0 + 1) - (\underline{h}_0 + \underline{h}_1)(\varepsilon_1^p + \varepsilon_1^{-p})],$$

în relațiile de mai sus s-au făcut notațiile :

$$\underline{h}_1 = \frac{\underline{\mu}}{\mu_1} ; \quad \underline{h}_0 = \frac{\underline{\mu}}{\mu_0} ; \quad \varepsilon_1 = \frac{a_2}{a_1} ; \quad \varepsilon_2 = \frac{a_3}{a_2} ; \quad \varepsilon_3 = \frac{a_4}{a_3} ; \quad K_\alpha =$$

$$= \frac{\mu_0}{\alpha\mu_0}\,\frac{\varepsilon_3^{p/\alpha} - \varepsilon_3^{-p/\alpha}}{\varepsilon_3^{p/\alpha} + \varepsilon_3^{-p/\alpha}}.$$

Componenta $A_{Zs}^{(2)}$ s-a determinat în ipoteza că pînza de curent nu cuprinde armonici. Pentru o armonică oarecare ν calculul se face similar și se obține pentru $A_{Zs}^{(2)}$ o expresie de forma (6) unde p se înlocuiește cu $n = p\nu$. Dificultatea acestui calcul constă în faptul că zona activă fiind un

element nelinear efectul rezultant nu este egal cu suma efectelor armonicilor, de aceia în unele lucrări se consideră permeabilităţi magnetice diferite pentru armonici diferite fără a se prezenta modul de determinare a acestor permeabilităţi [6].

Dacă se determină constantele de integrare cu relaţiile (5) atunci se obţine următoarea expresie pentru potenţialul magnetic vector

$$A_{Zs}^{(2)} = B_\delta a_2 \frac{\left(\frac{r}{a_1}\right)^p - h\left(\frac{a_1}{r}\right)^p}{p(\varepsilon_1^p - h\,\varepsilon_1^{-p})} e^{j(\omega t - p\theta_s)}. \tag{7}$$

unde $h = \frac{h_1 - 1}{h_1 + 1}$ pentru rotor interior şi $h = \frac{h_1 + 1}{h_1 - 1}$ pentru rotor exterior. În cazul în care rotorul este exterior şi se păstrează aceleaşi notaţii expresia (7) rămîne valabilă doar că schimbă de semn.

Cu expresia potenţialului magnetic vector $A_{Zs}^{(2)}$ astfel determinată se pot stabili relaţii care să permită studiul motorului cu histerezis.

În paragraful următor se vor stabili aceste relaţii care sînt valabile pentru orice maşină electrică cu cîmp magnetic plan-paralel.

3. FORMULAREA TEORIEI MAŞINILOR ELECTRICE UTILIZÎND POTENŢIALUL MAGNETIC VECTOR

După cum este cunoscut teoria maşinilor electrice poate, fi formulată în mai multe moduri funcţie de scopul urmărit, fie în cadrul teoriei circuitelor electrice, fie în cadrul teoriei cîmpului electromagnetic, sau în ultima vreme în cadrul teoriei convertoarelor de energie unde o serie de probleme sînt tratate pe baze termodinamice.

Dar oricare ar fi modul de tratare printre problemele importante care intervin în studiul maşininilor electrice se pot enumera următoarele :

— cuplul electromagnetic care se exercită asupra rotorului,
— puterea electromagnetică transmisă prin întrefier;
— fluxul magnetic care înlănţuie o înfăşurare oarecare.

Fiind cunoscut potenţialul magnetic vector în întrefier sau într-o zonă adiacentă întrefierului se pot determina direct toate aceste mărimi funcţie de primele derivate, iar fluxul poate fi determinat direct în funcţie de acest potenţial.

Pentru calculul cuplului electromagnetic la maşinile electrice se cunosc mai multe expresii echivalente între ele. Dacă se are în vedere expresia cuplului electromagnetic funcţie de componenta T_{mn} a tensorului tensiunilor maxwelline T_m asociată direcţiei n la suprafaţa Σ atunci se poate scrie.

$$\boldsymbol{M} = \int_\Sigma (\boldsymbol{r} \times \boldsymbol{T}_{mm})\, \mathrm{d}\boldsymbol{A}. \tag{8}$$

Această componentă are următoarea expresie

$$\boldsymbol{T}_{mn} = \boldsymbol{H}(\boldsymbol{Bn}) - \frac{1}{2}\boldsymbol{n}(\boldsymbol{HB}). \tag{9}$$

În cazul mașinilor electrice pentru suprafața cilindrică care urmărește suprafața rotorului (fig. 2) se pot scrie următoarele relații :

$$\bar{n} = \frac{\bar{r}}{r}\,; \quad \mathrm{d}A = La_2\mathrm{d}\theta_s\,; \tag{10}$$

și expresia (8) devine

$$\bar{M} = \bar{k}\,a_2^2 L\int_0^{2\pi} [H_\theta B_r]_{r=a_2}\,\mathrm{d}\theta_s = \bar{k}a_2 L\frac{1}{\underline{\mu}}\int_0^{2\pi}\left[\frac{\partial A_{Zs}^{(2)}}{\partial r}\,\frac{\partial A_{Zs}^{(2)}}{\partial \theta_s}\right]_{r=a_2}\mathrm{d}\theta_s. \tag{11}$$

Înlocuind (6) în (11) se obține cuplul electromagnetic, care se exercită asupra rotorului pentru pînza de curent statorică dată ; luînd ca referință cuplul $M_\mathrm{I} = 2\pi\,\mu_0(a_3 J)^2$ se obține cuplul relativ m_I care depinde numai de parametri adimensionali

$$m_\mathrm{I} = \frac{M}{M_\mathrm{I}} = \mathrm{Re}\left\{4\mathrm{j}\underline{h}_0\,\frac{[(\underline{h}_1+1)\varepsilon_1^p+(\underline{h}_1-1)\varepsilon_1^{-p}]^d[(\underline{h}_1+1)\varepsilon_1^p-(\underline{h}_1-1)\varepsilon_1^{-p}]}{|\Delta_p|^2}\right\}. \tag{12}$$

Relația (12) scoate în evidență modul de variație a cuplului electromagnetic funcție de dimensiunile geometrice (ε_1 și ε_2) și de caracteristicile materialului zonei active ($\underline{h}_0$) și ale bucșei rotorului ($\underline{h}_1$). Pentru calculul cuplului se putea utiliza componenta axială a potențialului vector

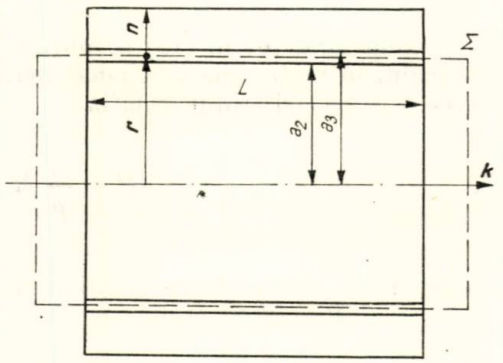


Fig. 2. — Schiță longitudinală a mașinii electrice.

calculată pentru întrefier fără ca rezultatele să fie influențate deoarece pe suprafața cilindrică $r = a_2$ componenta tangențială a intensității cîmpului magnetic și componenta radială a inducției magnetice se conservă.

Consecința imediată a acestui fapt constă în aceia că este suficient să se calculeze potențialul magnetic vector în întrefier sau în zona rotorică

adiacentă întrefierului pentru a determina cuplul electromagnetic și aceasta independent de numărul zonelor în care este împărțită mașina și indepen dent de modul cum este repartizată energia magnetică pe zone, adică acest rezultat nu presupune ca toată energia magnetică să fie înmagazinată în întrefier așa cum se procedează la alte relații referitoare la determinarea cuplului.

Dacă se înlocuiește (7) în (11), atunci se obține cuplul electromagnetic la inducția în întrefier dată

$$m_\delta = \frac{M}{M_\delta} = \mathrm{Re}\left[\mathrm{j} \cdot \frac{(\underline{h}_1 + x)^*}{\underline{h}_0^*(1 + \underline{h}_1 x)^*} \right], \tag{13}$$

unde pentru obținerea cuplului relativ m_δ s-a considerat cuplul de referință $M_\delta = \frac{\pi}{\mu_0} B_\delta^2 a_2^2 L$.

Pentru calculul puterii electromagnetice transmisă rotorului se are în vedere interpretarea energetică a teoremei energiei electromagnetice. Conform acestei teoreme transmiterea puterii prin intermediul cîmpului electromagnetic este reprezentată de fluxul vectorului Poynting printr-o suprafață inchisă Σ, adică

$$P = \int_\Sigma \boldsymbol{S}\, \mathrm{d}\boldsymbol{A} = \int_\Sigma (\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H})\, \mathrm{d}\boldsymbol{A} \tag{14}$$

care în cazul cîmpului magnetic plan-paralel devine

$$P = \int_\Sigma E_z H_\theta \, \mathrm{d}A = \int_\Sigma \frac{\partial A_{Zs}^{(2)}}{\partial t} \cdot \frac{1}{\underline{\mu}} \frac{\partial A_{Zs}^{(2)}}{\partial r} \, \mathrm{d}A. \tag{15}$$

Înlocuind (6) în (15) se obține puterea electromagnetică transmisă rotorului în regim cuasistaționar pentru pînza statorică dată și se regă-sește în același timp relația

$$P = \frac{\omega}{p} M = \Omega M, \tag{16}$$

unde $\Omega = \frac{\omega}{p}$ este viteza unghiulară a cîmpului magnetic învîrtitor.

În același mod se calculează puterea transmisă rotorului la inducție în întrefier dată, adică în (15) se introduce expresia (7) a potențialului magnetic vector. Puterea transmisă rotorului s-a calculat cu ajutorul mărimilor cîmpului electromagnetic definite în sistemul de referință fix față de stator (F.S.), însă puterea este aceeași și în cazul în care se calcule-ază cu ajutorul mărimilor cîmpului electromagnetic definite în sistemul de

referință fix față de rotor (F.R.), caz în care trebuie să se aibă în vedere relațiile de transformare :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{E}_s &= \boldsymbol{E}_r + \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}_r, \\ \boldsymbol{H}_s &= \boldsymbol{H}_r - \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{D}_r. \end{aligned} \tag{17}$$

Pentru cîmpul magnetic plan-paralel relațiile (17) devin :

$$\begin{aligned} E_{zs} &= E_{zr} + 2\pi \dot{\theta}\, a_2 B_{rr}, \\ H_{s\theta} &= H_{r\theta}; \; H_{sr} = H_{rr} - vD_z. \end{aligned} \tag{18}$$

Dacă se înlocuiesc relațiile (18) în (15) se obține puterea sub următoarea formă

$$P = \frac{La_2}{\mu}\left[\int_0^{2\pi} \frac{\partial A_{Zr}^{(2)}}{\partial r} \cdot \frac{\partial A_{Zr}^{(2)}}{\partial t}\, \mathrm{d}\theta_r + (1-s)\int_0^{2\pi} \frac{\partial A_{Zr}^{(2)}}{\partial r} \cdot \frac{\partial A_{Zr}^{(2)}}{\partial \theta_r}\, \mathrm{d}\theta_r\right], \tag{19}$$

unde potențialul magnetic vector este transcris în sistemul de referință fix față de rotor. Cei doi termeni care apar în expresia puterii pot fi interpretați ușor. Această interpretare este sugerată și de teoria clasică a mașinii asincrone, astfel pentru fundamentală primul termen reprezintă puterea transmisă rotorului care este transformată ireversibil în căldură, iar al doilea termen reprezintă puterea mecanică.

Dacă potențialul vector este cunoscut atunci fluxul magnetic care înlănțuie o înfășurare oarecare se poate calcula cu relația

$$\varphi_\Gamma = \int_{S_\Gamma} \boldsymbol{B}\, \mathrm{d}\boldsymbol{A} = \int_{S_\Gamma} \mathrm{rot}\, \boldsymbol{A}\, \mathrm{d}\boldsymbol{A} = \int_\Gamma \boldsymbol{A}\, \mathrm{d}\boldsymbol{l}. \tag{20}$$

La mașinile electrice conductoarele spirelor sînt paralele cu axa mașinii, adică cu axa Oz, însă componenta axială a potențialului vector nu depinde de z și deci se obține pentru fluxul util fascicular expresia

$$\varphi_\Gamma = [A_{Zs}^{(1)}(a_2, t, \theta_{s1}) - A_{Zs}^{(2)}(a_2, t, \theta_{s2})]\, L, \tag{21}$$

unde θ_1 este coordonata unghiulară a conductorului de ducere, iar θ_{s2} este coordonata unghiulară a conductorului de întoarcere al spirei considerate. Dacă spira este cu pas diametral și considerăm numai armonica fundamentală ($n = p$), atunci

$$A_{Zs}^{(2)}(a_2, t, \theta_{s1}) = - A_{Zs}^{(2)}(a_2, t, \theta_{s2}),$$

și deci

$$\varphi_\Gamma = 2LA_{Zs}^{(2)}(a_2, t, \theta_{s1}), \tag{22}$$

adică fluxul magnetic este proporțional cu potențialul magnetic vector din dreptul conductorului de ducere al spirei. Fluxul magnetic total printr-o înfășurare cu w spire și cu factorul de înfășurare k_w se calculează cu relația $\psi = wk_w\varphi_\Gamma$. Fiind cunoscut fluxul magnetic ψ ecuația unei înfășurări statorice i se prezintă sub forma

$$u_i = R_i i_i + L_{i\sigma}\frac{\mathrm{d}i_i}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t}. \tag{23}$$

Dacă se introduce (6) în (22) atunci se obține următoarea expresie pentru fluxul magnetic fascicular

$$\underline{\Phi} = 4La_3\mu_0\sqrt{2}J\underline{h}_0\frac{(\underline{h}_1+1)\varepsilon_1^p - (\underline{h}_1-1)\varepsilon_1^{-p}}{p\Delta_p}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}, \tag{24}$$

unde s-a avut în vedere că înfășurarea statorică este trifazată și deci pînza de curent $J = \dfrac{3}{\pi a_3} w k_w I$, I fiind valoarea eficace a curentului statoric. Dacă se cunoaște relația dintre fluxul fascicular $\underline{\Phi}$ și curentul $\underline{I}$ care parcurge înfășurarea, atunci se poate scrie ecuația tensiunilor pentru o fază a motorului trifazat cu histerezis

$$\underline{U} = R\underline{I} + \mathrm{j}X_{\sigma 1}\underline{I} + \mathrm{j}wk_w\underline{\Phi} = R\underline{I} + \mathrm{j}X_{\sigma 1}\underline{I} + \underline{Z}_h\underline{I}, \tag{25}$$

unde

$$\underline{Z}_h = 2Z_0\mathrm{j}\underline{h}_0\frac{(\underline{h}_1+1)\varepsilon_1^p - (\underline{h}_1-1)\varepsilon_1^{-p}}{p\Delta_p}\;;\quad Z_0 = \frac{6}{\pi}L(wk_w)^2\omega\mu_0.$$

Considerînd că pierderile în fierul statoric se caracterizează prin rezistența R_w atunci relația (25) conduce la schema echivalentă din figura 3.

Schema echivalentă concepută în acest mod ține seama și de pierderile în dinții statorici datorită cîmpului magnetic de scăpări.

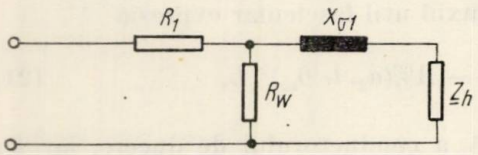


Fig. 3. — Schema echivalentă a motorului cu histerezis.

Din schema echivalentă **rezultă** curentul absorbit de înfășurare de fază statorică

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{R + \dfrac{(\underline{Z}_h + \mathrm{j}X_{\sigma 1})R_w}{R_w + \mathrm{j}X_{\sigma 1} + \underline{Z}_h}} = \underline{I}_0\frac{1}{\beta_r + \dfrac{(\mathrm{j}+\beta_h)\beta_w}{\mathrm{j}+\beta_h+\beta_w}}, \tag{26}$$

unde

$$I_0 = \frac{U}{X_{\sigma 1}} \; ; \quad \beta_r = \frac{R}{X_{\sigma 1}} \; ; \quad \beta_h = \frac{Z_h}{X_{\sigma 1}} \; ; \quad \beta_w = \frac{R_w}{X_{\sigma 1}} .$$

Pe baza schemei echivalente din figura 3 se poate calcula factorul de putere și deci se poate studia influența diferiților parametri asupra acestei mărimi.

De subliniat că relațiile stabilite pe baza schemei echivalente permit studiul cuplului electromagnetic și deci al puterii transmise rotorului la o tensiune de alimentare dată.

Se constată deci că dacă se cunoaște potențialul magnetic vector atunci se pot calcula principalele mărimi care caracterizează funcționarea motorului cu histerezis în regim staționar. Aceste relații pot fi ușor particularizate pentru oricare din tipurile de motoare trifazate cu histerezis. Se poate analiza pentru fiecare tip de motor dependența cuplului electromagnetic, curentului absorbit și factorului de putere de grosimea zonei active. Performanțele motorului sînt determinate de proprietățile materialului din care este confecționată zona activă, de dimensiunile acestei zone, de dimensiunile și caracteristicile materialului butucului. Formulele stabilite permit să se determine grosimea optimă a zonei active atît din punct de vedere economic cît și din punct de vedere funcțional. De remarcat faptul că în relațiile stabilite intervin mărimi relative ceea ce ușurează utilizarea lor în calcule și permit mărirea gradului de generalitate a concluziilor ce rezultă din studiile teoretice și experimentale.

Se constată cu ușurință că atît motorul cu cîmp radial cît și motorul cu cîmp tangențial sînt motoare limită în raport cu permeabilitatea magnetică a bucșei și deci este posibilă realizarea și a altor tipuri de motoare cu histerezis care să întrunească parțial atît proprietăți ale motorului cu cîmp tangențial cît și ale motorului cu cîmp radial.

Relațiile stabilite scot în evidență faptul că componenta axială a potențialului magnetic vector caracterizează complet funcționarea mașinii electrice cu cîmp plan-paralel, adică există o funcție care depinde de timp și de coordonatele spațiale care odată determinată permite studiul comportării mașinii electrice în timpul funcționării.

4. PROPRIETĂȚILE MAGNETICE ALE BUCȘEI ȘI CARACTERISTICILE MOTORULUI CU HISTEREZIS

Așa cum rezultă din relațiile stabilite permebilitatea magnetică a bucșei μ_1 influențează caracteristicile motorului cu histerezis. Pentru valorile limită ale acestei permeabilități se obțin motoarele cu histerezis cunoscute: motorul cu histerezis cu cîmp radial dacă $\mu_1 \approx \infty$ ($\underline{h}_1 = 0$) și motorul cu histerezis cu cîmp tangențial dacă $\mu_1 = \mu_0 (\underline{h}_1 = \underline{h}_0)$. Dacă permeabilitatea magnetică a bucșei este finită ($\mu_1 > \mu_0$) atunci se obține un alt tip de motor.

Una din mărimile importante în funcționarea motorului cu histerezis este cuplul electromagnetic la pinză de curent statorică dată. Din relațiile deduse nu rezultă simplu modul cum influențează permeabilitatea mag-

magnetică a butucului caracteristicile de funcționare ale motorului cu histerezis de aceea se vor trasa curbele

$$m_I = f(|\underline{h}_1|).$$

Influența parametrului $\underline{h}_1$ depinde atît de grosimea zonei active ε_1 cît și de proprietățile magnetice ale acestei zone $\underline{h}_0$.

Din analiza curbelor trasate în figura 4 rezultă valorile optime ale permeabilității magnetice μ_m pentru diferite tipuri de motoare cu histerezis.

Materialul cu permeabilitatea magnetică μ_m mică ($\mu_m = 25\mu_0$) este avantajos a fi folosit la motoare cu histerezis cu cîmp radial, dacă un astfel de material ar fi utilizat pentru motorul cu cîmp tangențial atunci s-ar obține la aceeași pînză de curent un cuplu de 10 ori mai mic. Pentru cazul în care $\mu_m = (50-100)\mu_m$ cuplul electromagnetic este aproximativ același la pînza de curent dată atît pentru motorul cu cîmp radial cît și pentru motorul cu cîmp tangențial. Materialele care au permeabilitatea magnetică mare ($\mu_m = 200\ \mu_0$) pot fi utilizate la motorul cu cîmp tangențial deoarece în acest caz se obține cn cuplu mult mai mare în raport cu motorul cu cîmp radial a cărui zonă activă este realizată din același material.

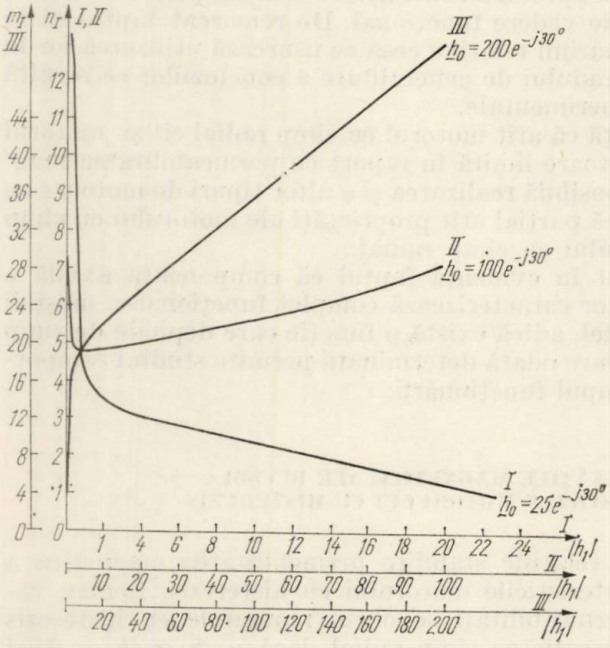


Fig. 4. — Curbele $m_I = f|\underline{h}_1|$.

Din calculele efectuate se constată că dacă μ_m este mare ($\mu_m = 400\ \mu_0$) are loc o creștere a cuplului relativ mică în raport cu cazul cînd $\mu_m = 200\ \mu_0$. Prin urmare o permeabilitate magnetică mare nu mai conduce la creșteri semnificative pentru cuplul electromagnetic. Din această analiză rezultă că pentru motorul cu histerezis cu cîmp radial este avantajoasă utilizarea

materialelor cu permeabilitate magnetică μ_m mică, adică materialul utilizat trebuie să aibă un ciclu de histerezis cu inducția B_m și inducția B_r mici la cîmpul coercitiv H_c dat (ciclul de histerezis lat). La motorul cu cîmp tangențial este avantajoasă utilizarea materialelor cu permeabilitate magnetică μ_m mare, adică materialul trebuie să aibă un ciclu de histerezis cu inducția B_m și inducția B_r mari la un cîmp coercitiv dat (ciclu de histerezis alungit). Aceste aspecte nu au fost remarcate pînă în prezent deoarece materialele utilizate au de obicei o permeabilitate magnetică $\mu_m = (50 - 100)\ \mu_0$. În acest interval de valori nu se constată o diferență sensibilă între motorul cu cîmp radial și motorul cu cîmp tangențial din punctul de vedere al cuplului electromagnetic produs.

5. MOTORUL CU HISTEREZIS CU CÎMP RADIAL

Constructiv motorul cu histerezis cu cîmp radial are rotorul format dintr-un ax, un butuc feromagnetic fixat pe ax, iar pe butuc este fixat stratul activ realizat din material cu histerezis, rezultă că pentru acest motor se poate considera cu bună aproximație că permeabilitatea butucului $\mu_1 = \infty$, adică $h_1 = 0$. În acest caz cea mai mare parte a liniilor de cîmp au direcția după rază așa cum se indică în figura 5.

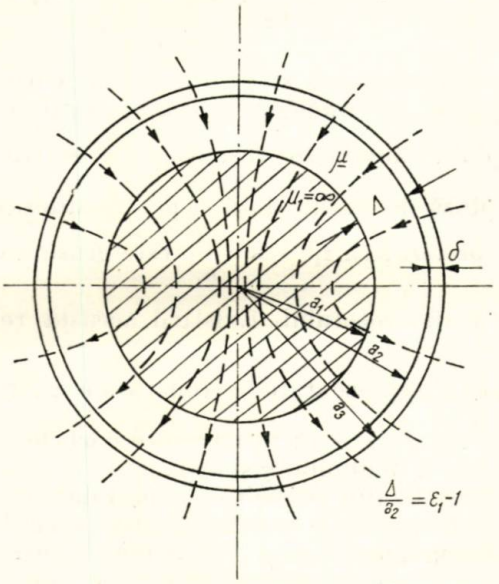


Fig. 5. — Secțiunea transversală prin motorul cu histerezis cu cîmp radial.

În schema echivalentă construcția rotorului afectează numai impedanța $\underline{Z}_l$. În ce privește raportul ε_2 se poate pune sub forma

$$\varepsilon_2 = a_3/a_2 = (a_2 + \delta)/a_2 = 1 + \delta/a_2, \qquad (27)$$

unde s-a notat cu δ întrefierul mașinii. Știut fiind faptul că la mașinile electrice este satisfăcută inegalitatea $\delta/a_2 \ll 1$ rezultă că din dezvoltarea binomului lui Newton se pot reține primii doi termeni fără ca exactitatea calculului să fie afectată, deci

$$\varepsilon_2^p = \left(1 + \frac{\delta}{a_2}\right)^p \approx 1 + p\frac{\delta}{a_2},$$

$$\varepsilon_2^{-p} = \left(1 + \frac{\delta}{a_2}\right)^{-p} \approx 1 - p\frac{\delta}{a_2}.$$

Cu aceste precizări expresia cuplului electromagnetic particularizată pentru motorul cu histerezis cu cîmp radial devine

$$m_I = \mathrm{Re}\left[\frac{j\underline{h}_0 x}{|x + \underline{h}_0\delta''|^2}\right], \tag{28}$$

unde s-a notat:

$$\delta'' = p\frac{\delta}{a_2} + K_\alpha; \quad x = \mathrm{th}\,(p \ln \varepsilon_1); \quad \text{iar } p\frac{\delta}{a_2} K_\alpha \approx 0.$$

Relația (28) scoate în evidență parametrii de care depinde valoarea cuplului electromagnetic; cu ajutorul acestei relații se va studia variația cuplului funcție de grosimea zonei active, adică $m_I = f(\varepsilon_1) = f\left(1 + \frac{\Delta}{a_1}\right)$, la pînză de curent dată și pentru diferite forme ale ciclului de histerezis. De precizat că $\varepsilon_1 - 1 = \frac{\Delta}{a_1}$ este grosimea zonei active raportată la raza butucului rotorului. Existînd această relație între ε_1 și $\frac{\Delta}{a_1}$ curbele vor putea fi reprezentate fie funcție de ε_1, fie funcție $\frac{\Delta}{a_1}$ fără a modifica alura lor. În figura 6 au fost trasate curbele indicate mai sus pentru o singură valoare a unghiului γ și o singură valoare a întrefierului, deoarece din relația (28) rezultă explicit că cuplul descrește cu întrefierul și crește cu sin γ.

Din curbele trasate rezultă că cuplul descrește monoton cu permeabilitatea magnetică μ. Acest fapt se poate explica pe baza analizei componentelor cîmpului magnetic. Într-adevăr expresia (6) permite calculul componentelor cîmpului magnetic pentru $h_1 = 0$ și valori mici ale parametrului x, adică se obține:

$$\underline{H}_\theta = \frac{\sqrt{2}J\,\varepsilon_2\,x}{\underline{h}_0\delta''} e^{j(\omega t - p\theta_s)}; \quad B_r = j\sqrt{2}\,\frac{J\,\varepsilon_2}{\delta''}\mu_0 e^{j(\omega t - p\theta_s)}. \tag{29}$$

Se constată că în timp ce componenta radială a inducției magnetice este independentă de permeabilitatea magnetică μ_m componenta tangențială a intensității cîmpului magnetic este monoton descrescătoare cu permeabilitatea μ_m. Cuplul fiind proporțional cu produsul celor două componente rezultă că va descreşte monoton cu permeabilitatea μ_m.

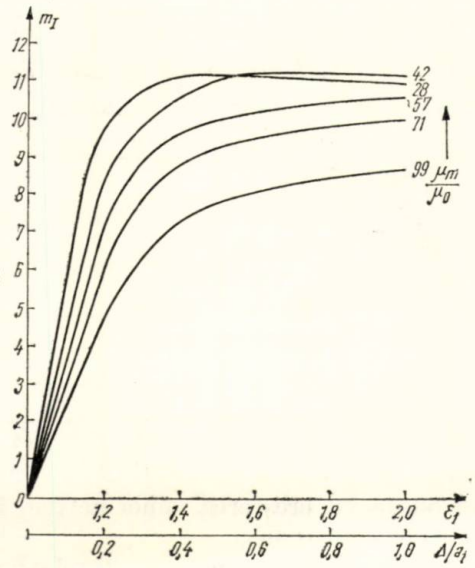


Fig. 6. — Curbele $m_I = f(\varepsilon_1)$ pentru $\gamma = 30°$; $\underline{h}_1 = 0$; $p = 1$; $\delta/a_2 = 0{,}01$; $K_\alpha = 2 \cdot 10^{-3}$.

Din relațiile stabilite rezultă că valoarea cuplului depinde de ε_1^p pentru ceilalți parametri dați, adică pentru $\varepsilon_1^p = \text{const.}$ sau $\varepsilon_1 = \sqrt[p]{\text{const.}}$ valoarea cuplului este bine determinată și la valori ale zonei active diferite va corespunde un număr de poli diferit. Prin urmare din curbele trasate se pot deduce valorile cuplului și pentru alte valori ale numărului perechilor de poli.

Impedanța echivalentă Z_h din schema echivalentă se poate pune sub forma

$$\underline{Z}_h = Z_0 \frac{\mathrm{j}\underline{h}_0}{p\,(x + \underline{h}_0\,\delta'')}, \tag{30}$$

iar pe baza relațiilor stabilite se poate calcula curentul absorbit de o fază a motorului trifazat.

În figura 7 s-au trasat curbele $I/I_0 = f(\varepsilon_1)$ unde $I_0 = U/X_{\sigma\tau}$, iar în figura 8 s-au trasat curbele cuplului $m_u = f(\varepsilon_1)$ la tensiune dată unde s-a luat drept cuplu de referință expresia

$$M_u = 2\pi\, L\, I_0^2\, \mu_0 \left(\frac{3}{\pi} w k_w\right)^2.$$

La valori mari ale parametrului ε_1 cuplul crește relativ puțin deoarece la tensiune dată curentul absorbit de motor crește în așa măsură încît căderea de tensiune pe inpedanța statorică devine foarte importantă

ceea ce conduce la o scădere a fluxului util și deci conduce la o scădere a inducției magnetice.

Cu ajutorul acelorași relații se pot trasa curbele factorului de putere funcție de grosimea zonei active. Din figura 9 rezultă că factorul de putere

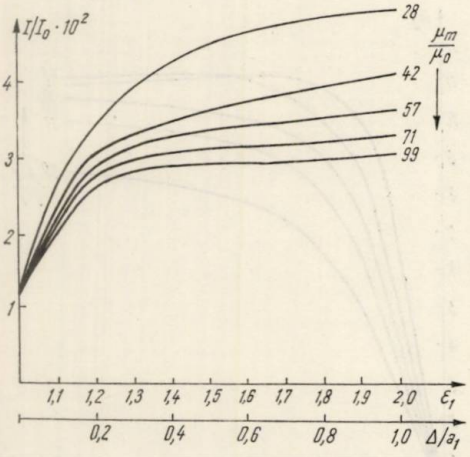


Fig. 7. — Curbele $I/I_0 = f(\varepsilon_1)$ pentru $\gamma = 30°$; $\underline{h}_1 = 0$; $Z_0/X_{\sigma 1} = 0{,}5$; $R/X_{\sigma 1} = 1$; $\delta/a_2 = 0{,}01$; $K_\alpha = 2 \cdot 10^{-3}$.

crește odată cu creșterea zonei active, fapt care este în concordanță cu rezultatele de mai sus.

În mod similar se pot stabili relații pentru aceleași mărimi la inducții în întrefier B_δ dată; prezintă interes expresia cuplului în această situație,

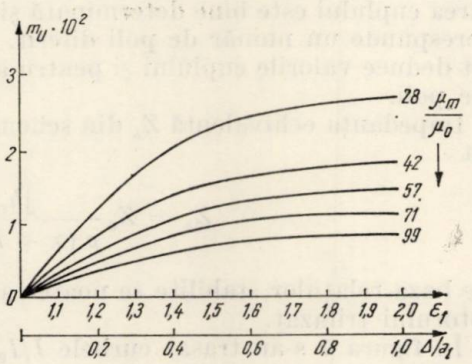


Fig. 8. — Curbele $m_u = f(\varepsilon_1)$ pentru $\gamma = 30°$; $\underline{h}_1 = 0$; $Z_0/X_{\sigma 1} = 0{,}5$; $R/X_{\sigma 1} = 1$; $\delta/a_2 = 0{,}01$; $K_\alpha = 2 \cdot 10^{-3}$.

care în cazul motorului cu cîmp radial capătă o formă simplă,

$$m_\delta = \mathrm{Re}\left[\mathrm{j}\,\frac{x}{\underline{h}_0^*}\right] = \frac{x \sin \gamma}{h_0}. \tag{31}$$

Pentru a stabili relații de calcul pentru curentul absorbit și factorul de putere este necesar să extindem o serie de rezultate din teoria clasică la

motorul cu histerezis pentru a construi o schemă echivalentă care să permită astfel de calcule, sau o altă cale constă în a stabili o relație între inducția magnetică din întrefier și curentul din înfășurarea statorică ; în această lucrare nu se va dezvolta acest studiu.

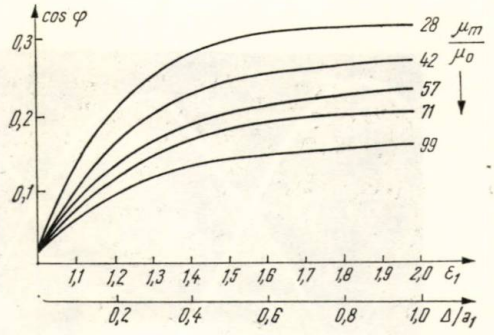


Fig. 9. — Curbele $\cos \varphi = f(\varepsilon_1)$ pentru $\gamma = 30°$; $h_{\sigma 1} = 0$; $Z_0/X_1 = 0{,}5$; $R/X_{\sigma 1} = 1$; $\delta/a_2 = 0{,}01$; $K_\alpha = 2 \cdot 10^{-3}$.

Relațiile stabilite mai sus, cu excepția relației (31), au fost verificate experimental. În figura 10 s-au trasat curbele teoretice și experimentale pentru un motor cu histerezis trifazat. S-au construit mai multe rotoare avînd zona activă cu diferite grosimi pentru același stator. Oscilograma curenților absorbiți de motor este prezentată în figura 11 de unde rezultă că în înfășurarea statorică, cu o bună aproximație, curenții pot fi considerați sinusoidali.

Experiențele au fost repetate pe un alt stator de putere mai mare pentru care deasemeni s-au construit mai multe rotoare ; curbele expe-

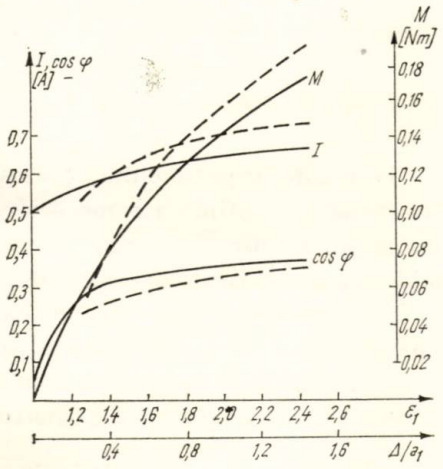


Fig. 10. — Curbele M, I, $\cos \varphi = f(\varepsilon_1)$ pentru motorul cu $p = 1$:
..... curbe experimentale ;
——— curbe teoretice.

rimentale și teoretice precum și oscilograma curenților absorbiți de motor sînt prezentate în figura 12 *a* și 12 *b*. Oscilograma curenților din figura 12 *b* arată că și în acest caz curenții absorbiți pot fi considerați sinusoidali. Prin oscilogramele de mai sus s-a verificat una din ipotezele de calcul

adoptate și anume faptul că mărimile care intervin au o variație sinusoidală. Din măsurările efectuate rezultă că între datele experimentale și cele teoretice există o concordanță bună. În aceste experimentări s-a avut în vedere cuplul electromagnetic maxim în regim sincron. Prin citiri în regim

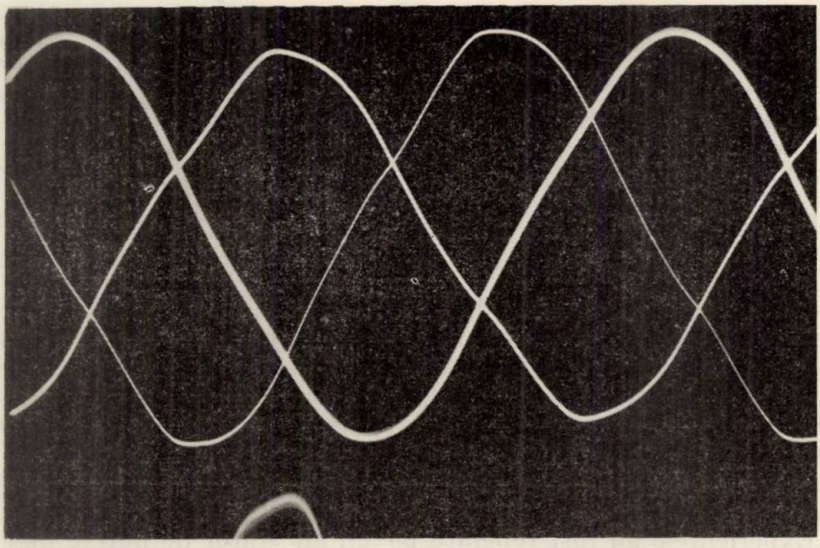


Fig. 11. — Oscilograma curenților absorbiți de motor la $U = 202$ V ; $\varepsilon_1 = 1{,}31$.

asincron la alunecări foarte mici și citiri în sincron s-a determinat cuplul util în regim sincron.

S-au determinat experimental pierderile mecanice pentru fiecare motor M_m și s-a dedus cuplul $M = M_2 + M_m$.

Relațiile stabilite mai sus, o parte verificate experimental, permit deducerea grosimii optime a zonei active. Grosimea optimă a zonei active ar trebui să corespundă următoarele date : curent absorbit minim, cuplul maxim, factor de putere maxim, randament maxim și cantitate minimă de material. Aceste cerințe sînt contradictorii și evident pentru fiecare caz în parte trebuie găsită o soluție corespunzătoare. Analizînd totalitatea familiilor de curbe trasate rezultă că pentru motorul cu cîmp radial cu p perechi de poli grosimea optimă relativă poate fi considerată aproximativ ca avînd valorile $\varepsilon_1 = \sqrt[p]{1{,}2 - 1{,}3}$ deoarece parametrul x care intervine în relațiile stabilite este determinat de ε_1^p. Într-adevăr pentru $\varepsilon_1 < 1{,}2$ curentul absorbit este mic, însă și cuplul dezvoltat de motor este mic ; pentru $\varepsilon_1 > 1{,}3$ cuplul crește relativ puțin cu ε_1 în schimb crește curentul absorbit și cantitatea de material utilizat.

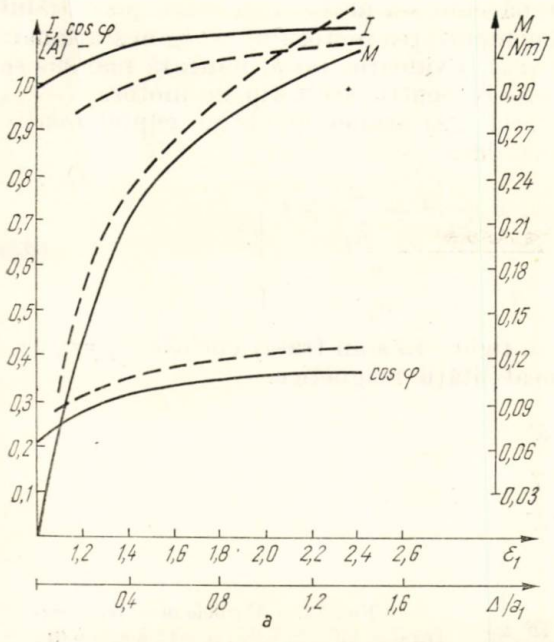


Fig. 12. — *a* — Curbele M, I, $\cos \varphi = f(\varepsilon_1)$ pentru motorul cu $p = 2$:

..... curbe experimentale;

——— curbe teoretice,

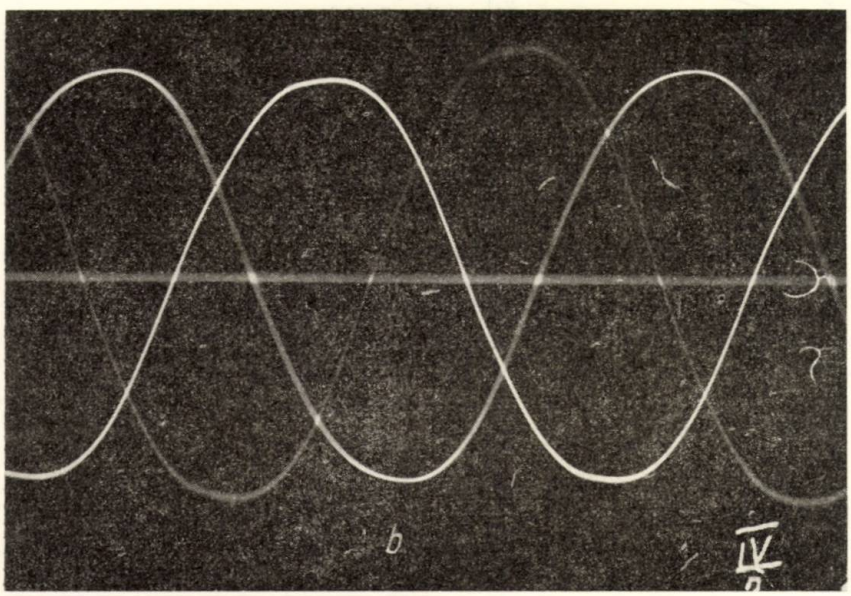


Fig. 12. — *b* — oscilograma curenților absorbiți de motor la $U = 140$ V; $\varepsilon_1 = 2{,}41$.

6. MOTORUL CU HISTEREZIS CU CÎMP TANGENȚIAL

La acest tip de motor butucul fiind nemagnetic rezultă că $\mu = \mu$ adică $h_1 = h_0$; dacă se are în vedere această egalitate cu relațiile (6) și (7) se obține potențialul magnetic vector la pînză de curent dată respectiv

la inducție în întrefier dată. După cum s-a arătat cunoscînd potențialul magnetic vector se poate studia comportarea motorului în regim staționar.

Înlocuind în relațiile (12) și (13) valoarea lui h_1 indicată mai sus se obține cuplul electromagnetic relativ pentru acest tip de motor.

Dacă se are în vedere relația (12) atunci se obține cuplul relativ pentru pînza de curent statornică dată

$$m_I = \mathrm{Re}\left\{ \mathrm{j}\, \frac{h_0\, x + x^2 + \dfrac{x}{h_0} + 1}{\left| h_0\, x\, \delta'' + \dfrac{x}{h_0} + 1 \right|^2} \right\}. \tag{32}$$

Cu ajutorul acestei relații în figura 13 s-au trasat curbele $m_I = f(\varepsilon_1)$ pentru diferite valori ale permeabilității magnetice.

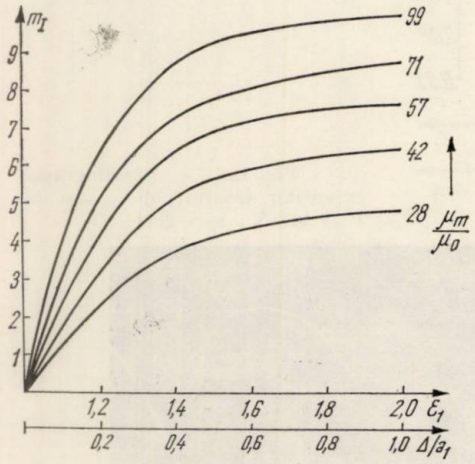


Fig. 13. — Curbele $m = f(\varepsilon_1)$ pentru $\gamma = 30°$; $\underline{h}_1 = \underline{h}_0$; $p = 1$; $\delta/a_2 = 0{,}01$; $K = 2 \cdot 10^3$.

Se constată că cuplul electromagnetic crește monoton cu permeabilitatea magnetică μ_m, adică invers ca la motorul cu cîmp radial.

Explicația acestui fapt rezultă de asemeni din analiza componentelor cîmpului magnetic, astfel pentru zone active de grosime mică se obțin următoarele relații :

$$\begin{aligned} B_r &= J\sqrt{2}\, \mathrm{j}\, h_0\, x\, \mu_0\, \mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t - p\theta_s)}, \\ H_\theta &= J\sqrt{2}\, \mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t - p\theta_s)}. \end{aligned} \tag{33}$$

Se constată că componenta radială a inducției magnetice este proporțională cu permeabilitatea magnetică μ_m și cu grosimea zonei active în timp ce componenta tangențială a intensității cîmpului magnetic rămîne aproximativ constantă, prin urmare cuplul care este proporțional cu produsul acestor componente va avea o creștere monotonă în raport cu permeabilitatea magnetică și grosimea zonei active.

Dacă se are în vedere relația (13) atunci se obține cuplul electromagnetic la inducție în întrefier dată

$$m_\delta = \mathrm{Re}\left[\mathrm{j}\, \frac{(h_0 + x)^*}{h_0^*\, (h_0\, x + 1)^*} \right]. \tag{34}$$

Relația (34) permite un studiu similar celui de mai sus referitor la variația cuplului electromagnetic funcție de ε_1 și μ_m.

Pe baza schemei echivalente, întocmai ca și la motorul cu cîmp radial, se poate studia variația curentului absorbit de motor și a factorului de putere funcție de grosimea zonei active pentru diferite permeabilități magnetice μ_m. Impedanța Z_h din schema echivalentă pentru motorul cu cîmp tangențial este dată de relația

$$Z_h = Z_0 \, \mathrm{j} \, \frac{h_0 \, x + 1}{p \, (\delta'' \, h \, x + \delta'' + 1 + x/h_0)} \, . \tag{35}$$

În figura (14) s-au trasat curbele $I/I_0 = f(\varepsilon_1)$ de unde rezultă că pentru $\varepsilon_1 < 1{,}25$ curentul absorbit de motor atinge valori mari, ceea ce

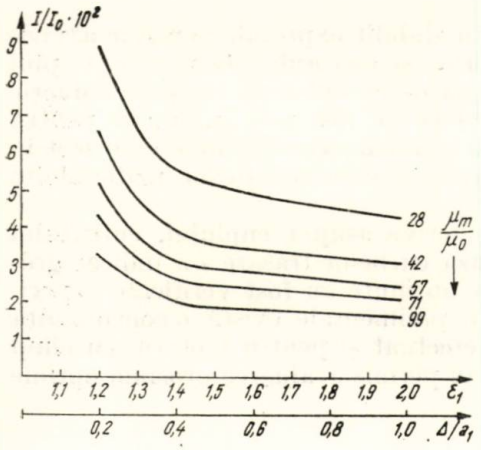


Fig. 14. — Curbele $I/I_0 = f(\varepsilon_1)$ pentru $\gamma = 30°$; $\underline{h}_1 = \underline{h}_0$; $p = 1$; $\delta/a_2 = 0{,}01$; $K = 2 \cdot 10^{-3}$; $Z_0/X = 2$; $R/X = 1$.

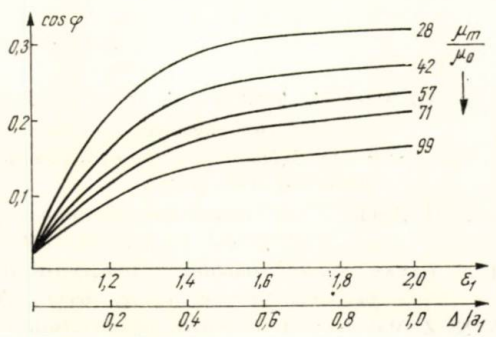


Fig. 15. — Curbele cos $\varphi = (\varepsilon_1)$ pentru $\gamma = 30°$; $\underline{h}_1 = \underline{h}_0$; $p = 1$; $\delta/a_2 = 0{,}01$; $K = 2 \cdot 10$ $Z/X = 2$; $R/X = 1$.

conduce la pierderi importante în rezistența înfășurării statorice și deci la o scădere a randamentului.

În figura 15 s-au trasat curbele cos $\varphi = f(\varepsilon_1)$ a căror alură este influențată sensibil de rezistența înfășurării statorice.

În mod similar ca la motorul cu cîmp radial se deduce că grosimea optimă a zonei active în mod aproximativ are valorile

$$\varepsilon_1 = \sqrt[p]{1{,}25 - 1{,}35}.$$

7. CONCLUZII

Pentru motorul cu histerezis s-a stabilit un model idealizat, care să includă tipurile de motoare cu histerezis cunoscute. Pentru acest model s-a determinat componenta axială a potențialului magnetic vector în zona activă pentru două situații : la inducție în întrefier dată și la pînză de curent statornică dată. Fiind cunoscut potențialul magnetic vector în zona activă s-a arătat că poate caracteriza complet funcționarea unei mașini electrice. Acest fapt permite formularea teoriei mașinilor electrice pe baza potențialului magnetic vector, considerînd că există o funcție care depinde de timp și de coordonatele spațiale și care descrie comportarea mașinii în funcționare. Această funcție satisface ecuația lui Laplace și condițiile de trecere pe suprafețele de separație ale zonelor în care este împărțită mașina.

Pentru motorul cu histerezis s-au stabilit expresiile generale ale cuplului electromagnetic, curentul absorbit și factorului de putere. Cuplul electromagnetic s-a stabilit atît la pînză de curent dată cît și la inducție magnetică în întrefier dată. Aceste relații au fost particularizate pentru motorul cu cîmp radial în care caz s-a ajuns la relații simple care scot în evidență influența grosimii zonei active, a caracteristicilor materialului zonei active și a bucșei.

Studiindu-se influența grosimii active asupra cuplului, curentului absorbit și factorului de putere pe baza curbelor trasate s-a indicat grosimea optimă a zonei active. Relațiile obținute au fost verificate experimental. Între datele teoretice și cele experimentale există o concordanță bună. Un studiu similar teoretic s-a efectuat și pentru motorul cu cîmp tangențial. Familiile de curbe trasate au permis evaluarea grosimii optime a zonei active.

BIBLIOGRAFIE

1. R. Răduleț, A. Țugulea, A. Timotin, *Teoreme de unicitate pentru regimuri variabile, cîmpului electromagnetic*, St. cerc. energ. electr., 21, nr. 1, 109–128 (1971).
2. Denis O'Kelly, *Eddy-current and hysteresis effects in rotating machines*, Proc. IEE, nr. 3 1969, vol. 116, p. 391–395.
3. P. H. Trickey, *Test analysis and calculations of polyphase Hysteresis Motors*, IEEE Trans., nr. 5, 1972, vol. PAS-91, p. 1855–1862.
4. N. Galan, *Studiul cîmpului electromagnetic în mașinile electrice cu aplicație la motorul cu histerezis*, St. cerc. energ. electr., 23, 1, 157–175 (1973).
5. N. Z. Mastiaev, I. I. Orlov, *Ghisterezisnie electrodvigateli*, Moskva, 1963.
6. D. T. Stuart Robertson, Z. G. Safwat Zaky, *Analysis of the Hysteresis Machine*, IEEE Trans., PAS, nr. 4, 1969, vol. 88, p. 474–483.
7. H. Dietrich, *Hartmagnetische Werkstoffe fur Hysterese Motoren und Hysteresekupplungen*, ETZ-A, 87, H. 18, 1966, p. 665–673.
8. E. Riessland, *Zur Auswald des optimalen Rotorweskstoffe fur Hysteresemotoren*, Elektrie, 6, 196–200 (1962).
9. M. I. Komisar, *Elekticeskie mașinî ghiroscopiceskih sistem*, Moskva, 1963.
10. H. Bausch, *Feldverteilung in dreiphasigen Hysterese-motoren*, Technische Rundschau, nr. 40, 23.9.1966, p. 17–21.

11. M. A. Copeland, G. R. Slemon, G. R. Slemon, *An Analysis of the Hysteresis motor I*, IEEE Trans., nr. 4, 1963, vol. 82, p. 34—42.
12. M. A. Copeland, G. R. Slemon, *An Analysis of the Hysterezis motor II*, IEEE Trans., 83, 6, 619—625 (1964).
13. M. Azimur, M. A. Copeland, G. R. Slemon, *An Analysis of the Hysteresis motor III*, IEEE Trans., PAS vol. 88, nr. 6, 1969, p. 954—961.
14. Denis O'Ktlly, *Equivalent circuites for single- phase Inductions and Hysteresis motors*, IEEE Trans., PAS, ianuarie-februarie 1971, p. 279—288.
15. N. Galan, *Aspecte ale calcului cîmpului magnetic în mașini electrice*, Buletinul I.P.B., iulie-august, 1971, nr. 4, p. 93—104
16. A. M. Langhen, *Teoria ghisterezisnovo dvigatelia*, Electricestvo, nr. 6, 1969, p. 6—9.
17. O. Henkel, *Untersuchungen an hartmagnetischen Fe-Co-V Legierungen fur Rotoren in Hysterese motoren*, Elektrie, H. 6, 1962, p. 200—204

STUDIUL UNOR CONFIGURAȚII DE MOTOR ASINCRON LINIAR FOLOSITE ÎN TRACȚIUNEA ELECTRICĂ

R. ANDREI și I. SORAN

621.313.39.014

În lucrare se determină, plecînd de la ecuațiile cîmpului electromagnetic, repartiția densității de volum a forței care se exercită asupra indusului neferomagnetic la motorul asincron liniar folosit în tracțiunea electrică. Se evidențiază influența efectului pelicular din indus, asupra parametrilor și caracteristicilor mașinii.

1. INTRODUCERE

Motorul asincron liniar plan folosit în tracțiunea electrică are inductor dublu, întrefierul ajungînd la mărimi de $8 \div 10$ cm. Indusul neferomagnetic (duraluminiu) cu grosimi $2\theta = 6 \div 8$ cm este masiv sau profilat [12]. Structura profilată a indusului este similară celei din figura 1 (șina aerotrenului francez „Urba" [13]). Grosimea de gabarit mare a șinei este dicatată de considerente mecanice și nu electrice [11]. Frecvența de lucru ridicată ($100 \div 300$ Hz) la care funcționează un astfel de motor, face inutilă dacă se are în vedere efectul pelicular, mărimea grosimii indutului peste $1 \div 2$ cm [4], [10], [11].

Lățimea șinei (indusului) l_2 atinge valori de maxim 1 m, iar lățimea inductorului l_1 nu depășește 0,8 m. Interstițiul de aer d_1 (vezi fig. 2) dintre indus și inductor este ales funcție de viteza de deplasare [11], lungimea motorului și raza de curbură minimă a traseului. În general nu se depășește valoarea de 2 cm pentru această mărime.

În lucrare se va analiza, pe baza rezolvării ecuațiilor cîmpului electromagnetic, cazul în care indusul neferomagnetic are canal axial. Expresiile de calcul obținute în această situație pentru forțele de tracțiune și cele normale, precum și pentru parametrii mașinii, vor fi particularizate la motoarele asincrone liniare cu indus masiv ($d_3 = 0$).

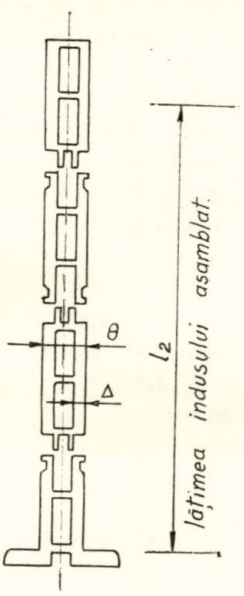


Fig. 1. — Structura indusului la un motor asincron liniar de mare viteză.

2. IPOTEZE SIMPLIFICATOARE

Modelul fizic este cel prezentat în figura 2.

a) Avînd în vedere că un astfel de motor liniar se realizează cu număr mare de poli (6 ÷ 8), cu bobinaj în dublu strat și crestături marginale semibobinate, modulația cîmpului inductor, datorată apariției componentei pulsatorii, este mică și se poate neglija [2], [3], [16].

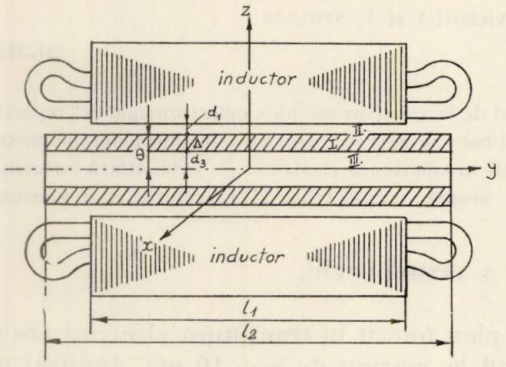


Fig. 2. — Modelul fizic al motorului asincron liniar cu indus neferomagnetic profilat.

b) Lățimea inductorului l_1 fiind de circa 2 ÷ 3 ori mai mare decît pasul polar τ și $l_2 > l_1$ „efectul transversal" se neglijează [1], [4], [8]. Considerînd cîmpul magnetic concentrat numai în întrefier, se rezolvă în acest fel o problemă plan paralelă după axa Oy, De efectul transversal se poate ține totuși seamă în accepțiunea metodei de tratare separată a fenomenelor, prin considerarea în calcule a unei rezistivități echivalente a materialului indusului $\rho_e = K_r \cdot \rho$ [4]. Coeficientul K_r de majorare a lui ρ depinde numai de dimensiunile geometrice l_1, l_2 și τ, fiind determinat în [1]. Valoarea lui este foarte apropiată de unitate la acest fel de motoare.

c) „Efectul de margine la intrare" [3], [6], va fi considerat prin multiplicarea expresiei forței de tracțiune cu coeficientul K_i (s). Acest coeficient, determinat în ipoteza neglijării efectului pelicular din indus este dat în [1] și [5].

d) Permeabilitatea magnetică a fierului se consideră infinită $\mu_{Fe} = \infty$

3. POTENȚIALUL MAGNETIC VECTOR ÎN SUBDOMENIILE ÎNTREFIERULUI

Solenația inductoare va fi asimilată cu o undă de pătură de curent, avînd perioada spațială 2 τ și care se deplasează cu viteza de sincronism $v_1 = \frac{\omega_1}{\beta}\left(\beta = \frac{\pi}{\tau}\right)$ în lungul axei Ox a mașinii. Pentru una din cele două armături, unda păturii de curent respective poate fi descompusă în serie

Fourier. Dacă se are în vedere faptul că înfășurarea este trifazată, descompunerea va cuprinde numai armonici impare

$$a_{1y}(x, t) = \sum_{y=1,3,5\ldots} a_{1y}^{(y)}(x, t) = \sum_{\nu=1,3,5\ldots} a_{1m}^{(\nu)} \sin(\nu\beta x \mp \omega_1 t), \tag{1}$$

$a_{1m}^{(\nu)}$ este amplitudinea armonicii de ordin ν, iar semnele $-$ și $+$ din paranteză corespund lui $\nu = 6K + 1$ și respectiv $\nu = 6K - 1$, desemnînd undele directe și inverse (K este un număr pozitiv și întreg).

Armonica de un anumit ordin a undei păturii de curent inductoare poate fi reprezentată în complex

$$\dot{a}_{1y}^{(\nu)} = a_{1m}^{(\nu)} e^{j(\nu\beta x \mp \omega_1 t)}. \tag{2}$$

Inducția magnetică într-un anumit punct al întrefierului, corespunzătoare armonicii de ordinul ν a acestei unde, poate fi scrisă în aceeași reprezentare

$$\dot{\boldsymbol{b}}^{(\nu)} = \boldsymbol{i}\dot{b}_x^{(\nu)} + \boldsymbol{k}\cdot\dot{b}_z^{(\nu)} = \boldsymbol{i}\cdot\underline{B}_x^{(\nu)}(z)\, e^{j(\nu\beta x \mp \omega_1 t)} + \boldsymbol{k}\cdot\underline{B}_z^{(\nu)}\cdot e^{j(\nu\beta x \mp \omega_1 t)}. \tag{3}$$

Avîndu-se în vedere ipoteza de la 2. b., înseamnă că toți curenții fiind orientați numai după axa Oy, potențialul magnetic vector de armonică ν poate fi scris

$$\dot{\boldsymbol{A}}^{(\nu)} = j\mathscr{A}^{(\nu)}(x, z, t) = j\underline{A}^{(\nu)}(z)\cdot e^{j(\nu\beta x \mp \omega_1 t)}. \tag{4}$$

Relația de definiție a potențialului magnetic vector și ecuațiile lui Maxwell, scrise în ipoteza neglijării curentului de deplasare, ne conduc la următoarea ecuație satisfăcută de această primă mărime

$$\Delta\dot{\boldsymbol{A}}^{(\nu)} = \mu_0\sigma_e\left[\frac{\partial\dot{\boldsymbol{A}}^{(\nu)}}{\partial t} - \boldsymbol{v}\times(\nabla\times\dot{\boldsymbol{A}}^{(\nu)})\right] \quad ; \quad \sigma_e = \frac{1}{\rho_e}. \tag{5}$$

Dacă se ține seamă de faptul că densitatea de curent armonică ν dintr-un anumit punct al indusului este

$$\dot{\boldsymbol{J}}^{(\nu)} = \boldsymbol{j}\,\dot{J}_y^{(\nu)}(x.z.t) = \boldsymbol{j}\cdot\underline{J}_y^{(\nu)}(z)\cdot e^{j(\nu\beta x \mp \omega_1 t)}, \tag{6}$$

și că $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{i}\cdot v_2$, v_2 fiind viteza de deplasare a indusului față de inductorul considerat fix, atunci ecuația (5) se transcrie în cele trei subdomenii ale întrefierului:

$$\begin{aligned}
&(\mathrm{I}) \quad : \quad \sigma_e \neq 0 \qquad \frac{d^2\underline{A}_{\mathrm{I}}^{(\nu)}(z)}{dz^2} - (\nu\beta)^2\cdot\left(1 - j\frac{\mu_0\sigma_e s v_1}{\nu\beta}\right)\underline{A}_I^{(\nu)}(z) = 0,\\
&(\mathrm{II}) \quad : \quad \sigma_e = 0 \qquad \frac{d^2\underline{A}_{\mathrm{II}}^{(\nu)}(z)}{dz^2} - (\nu\beta)^2\cdot\underline{A}_{II}^{(\nu)}(z) = 0,\\
&(\mathrm{III}) \quad : \quad \sigma_e = 0 \qquad \frac{d^2\underline{A}_{\mathrm{III}}^{(\nu)}(z)}{dz^2} - (\nu\beta)^2\cdot\underline{A}_{\mathrm{III}}^{(\nu)}(z) = 0,
\end{aligned} \tag{7}$$

unde $s^{(\nu)} = 1 \mp (1 - s)\,\nu$ este alunecarea mașinii față de armonica de ordinul ν a undei păturii de curent inductoare; — și + se adoptă în același mod în care s-a specificat pentru relația (1).

Soluțiile ecuațiilor liniare și omogene de variabilă complexă (7) sînt:

$$\underline{A}_{\mathrm{I}}^{(\nu)}(z) = \underline{C}_1^{(\nu)} \cdot e^{\underline{\gamma}^{(\nu)} \cdot z} + \underline{C}_2 \cdot e^{-\underline{\gamma}^{(\nu)} \cdot z},$$

$$\underline{A}_{\mathrm{II}}^{(\nu)}(z) = \underline{C}_3^{(\nu)} \cdot e^{\nu\beta \cdot z} + \underline{C}_4 \cdot e^{-\nu\beta \cdot z}, \tag{8}$$

$$\underline{A}_{\mathrm{III}}^{(\nu)}(z) = \underline{C}_5 \cdot e^{\nu\beta \cdot z} + \underline{C}_6\, e^{-\nu\beta \cdot z},$$

unde s-a notat

$$\gamma^{(\nu)} = \nu\beta \sqrt{1 - j \cdot \frac{\mu_0\, \sigma_e\, s^{(\nu)}\, v_1}{\nu\beta}}. \tag{9}$$

Cele șase constante de integrare $\underline{C}_1^{(\nu)} \div \underline{C}_6^{(\nu)}$ se determină ținînd seamă de condițiile pe frontieră și de trecere între cele trei subdomenii.

Condiții pe frontieră:

1 — datorită simetriei pe care o prezintă modelul fizic față de axa Ox, componenta longitudinală a inducției trebue să se anuleze la $z = 0$

$$\dot{b}_{x\mathrm{III}}^{(\nu)}\Big|_{z=0} = 0 \rightarrow \frac{\mathrm{d}\underline{A}_{\mathrm{III}}^{(\nu)}(z)}{\mathrm{d}z}\Big|_{z=0} = 0; \tag{10}$$

2 — dacă se cunoaște amplitudinea armonicii de ordin ν a undei păturii de curent inductoare, rezultă

$$\dot{b}_{x\mathrm{II}}^{(\nu)}\Big|_{z=\delta} = \mu_0 \cdot a_{1m}^{(\nu)} \rightarrow \frac{\mathrm{d}\underline{A}_{\mathrm{II}}^{(\nu)}(z)}{\mathrm{d}z}\Big|_{z=\delta} = \mu_0 a_{1m}^{(\nu)}, \tag{11}$$

celelalte patru ecuații, rezultă din scrisoarea condițiilor de conservare a componentelor longitudinale și normale ale cîmpului din întrefier, la suprafețele de separație dintre subdomeniile I÷II și respectiv I÷III.

În final, se obțin următoarele expresii pentru potențialul magnetic vector de armonică ν în cele trei subdomenii:

$$\underline{A}_{\mathrm{I}}^{(\nu)}(z) = -\mu_0 \frac{1}{\underline{c}^{(\nu)}} \cdot e^{\underline{\gamma}^{(\nu)} \cdot (\theta - z)} \cdot (\underline{s}^{(\nu)} \cdot e^{2\underline{\gamma}^{(\nu)} \cdot z} + \underline{t} \cdot e^{2\underline{\gamma}^{(\nu)} \cdot d_3}) \cdot a_{1m}^{(\nu)}, \tag{12}$$

$$\underline{A}_{\mathrm{II}}^{(\nu)}(z) = -\mu_0 \frac{1}{\mathrm{ch}\,\nu\beta d_1} \cdot \left[\frac{1}{\nu\beta} \cdot \mathrm{sh}\,\nu\beta\,(z - \theta) + \frac{1}{c^{(\nu)}} \cdot (\underline{s}^{(\nu)} \cdot e^{2\underline{\gamma}^{(\nu)} \cdot 2} + \right.$$

$$\left. + \underline{t}^{(\nu)} \cdot e^{2\underline{\gamma}^{(\nu)} \cdot d_3}) \cdot \mathrm{ch}\,\nu\beta\,(\delta - z) \right] \cdot a_{1m}^{(\nu)}, \tag{13}$$

$$\underline{A}_{\mathrm{III}}^{(\nu)}(z) = -2\mu_0 \frac{\underline{\gamma}^{(\nu)}}{\underline{c}^{(\nu)}} \cdot \frac{\mathrm{ch}\,\nu\beta z}{\mathrm{ch}\,\nu\beta d_3} \cdot e^{\underline{\gamma}^{(\nu)} \cdot (\theta + d_3)} \cdot a_{1\kappa i}^{(\nu)}, \tag{14}$$

unde :

$$\underline{c}^{(\nu)} = \underline{s}^{(\nu)} \cdot (\underline{\gamma}^{(\nu)} \cdot \operatorname{ch} \nu\beta d_1 + \nu\beta \cdot \operatorname{sh} \nu\beta d_1) \cdot e^{2\underline{\gamma}^{(\nu)} \cdot \theta} +$$

$$+ \underline{t}^{(\nu)} \cdot (\underline{\gamma}^{(\nu)} \cdot \operatorname{ch} \nu\beta d_1 - \nu\beta \cdot \operatorname{sh} \nu\beta d_1) \cdot e^{2\underline{\gamma}^{(\nu)} \cdot d_3},$$

$$\underline{s}^{(\nu)} = \underline{\gamma}^{(\nu)} + \nu\beta \cdot \operatorname{th} \nu\beta d_3, \tag{15}$$

$$\underline{t}^{(\nu)} = \underline{\gamma}^{(\nu)} - \nu\beta \cdot \operatorname{th} \nu\beta d_3.$$

4. COMPONENTELE INDUCȚIEI MAGNETICE. DISTRIBUȚIILE DENSITĂȚII DE CURENT A FORȚELOR ȘI PIERDERILOR JOULE DIN INDUS

Avînd în vedere că :

$$\underline{B}_x^{(\nu)}(z) = - \frac{\mathrm{d}\underline{A}^{(\nu)}(z)}{\mathrm{d}z},$$

$$\underline{B}_z^{(\nu)}(z) = \mathrm{j}\nu\beta \underline{A}^{(\nu)}(z), \tag{16}$$

rezultă pentru amplitudinile complexe, componente ale inducției din întrefier, următoarele relații de calcul :

$$\underline{B}_{x\mathrm{I}}^{(\nu)}(z) = \mu_0 \frac{\underline{\gamma}^{(\nu)}}{\underline{c}^{(\nu)}} \cdot e^{\underline{\gamma}^{(\nu)}(\theta - z)} \cdot (\underline{s}^{(\nu)} \cdot e^{2\underline{\gamma}^{(\nu)} \cdot z} - \underline{t}^{(\nu)} \cdot e^{2\underline{\gamma}^{(\nu)} \cdot d_3}) \cdot a_{1m}^{(\nu)},$$

$$\underline{B}_{z\mathrm{I}}^{(\nu)}(z) = \mathrm{j}\,\mu_0 \frac{\nu\beta}{\underline{c}^{(\nu)}} \cdot e^{\underline{\gamma} \cdot (\theta - z)} \cdot (s^{(\nu)} \cdot e^{2\underline{\gamma}^{(\nu)} \cdot z} + t^{(\nu)} \cdot e^{2\underline{\gamma}^{(\nu)} \cdot d_3}) \cdot a_{1m}^{(\nu)}, \tag{17}$$

$$\underline{B}_{x\mathrm{II}}^{(\nu)}(z) = \mu_0 \frac{\nu\beta}{\operatorname{ch} \nu\beta d_1} \cdot \left[\frac{1}{\nu\beta} \cdot \operatorname{ch} \nu\beta (z - \theta) - \frac{1}{\underline{c}^{(\nu)}} \cdot (c^{(\nu)} \cdot e^{2\underline{\gamma}^{(\nu)} \cdot \theta} + \underline{t} \cdot e^{2\underline{\gamma}^{(\nu)} \cdot d_3}) \cdot \right.$$

$$\left. \cdot \operatorname{sh} \nu\beta (\delta - z) \right] \cdot a_{1m}^{(\nu)},$$

$$\underline{B}_{z\mathrm{II}}^{(\nu)}(z) = \mathrm{j}\mu_0 \frac{\nu\beta}{\operatorname{ch} \nu\beta d_1} \cdot \left[\frac{1}{\nu\beta} \cdot \operatorname{sh} \nu\beta (z - \theta) + \frac{1}{\underline{c}^{(\nu)}} \cdot (\underline{s}^{(\nu)} \cdot e^{2\underline{\gamma}^{(\nu)} \cdot \theta} + \right.$$

$$\left. + \underline{t}^{(\nu)} \cdot e^{2\underline{\gamma}^{(\nu)} \cdot d_3}) \cdot \operatorname{ch} \nu\beta (\delta - z) \right] \cdot a_{1m}^{(\nu)}, \tag{18}$$

$$\underline{B}_{x\mathrm{III}}^{(\nu)}(z) = 2\mu_0 \nu\beta \frac{\underline{\gamma}^{(\nu)}}{c^{(\nu)}} \cdot \frac{\operatorname{sh} \nu\beta z}{\operatorname{ch} \nu\beta d_3} \cdot e^{\underline{\gamma}^{(\nu)} \cdot (\theta + d_3)} \cdot a_{1m}^{(\nu)},$$

$$\underline{B}_{z\mathrm{III}}^{(\nu)}(z) = 2\mu_0 \nu\beta \frac{\underline{\gamma}^{(\nu)}}{c^{(\nu)}} \cdot \frac{\operatorname{ch} \nu\beta z}{\operatorname{ch} \nu\beta d_3} \cdot e^{\underline{\gamma}^{(\nu)} \cdot (\theta + d_3)} \cdot a_{1m}^{(\nu)}. \tag{19}$$

Ținînd seama de legea inducției electromagnetice, legea lui Ohm și relația de definiție a potențialului magnetic vector, se obține

$$\dot{J}_{yI}^{(\nu)} = -\sigma_e \left(\frac{\partial \dot{\mathcal{A}}_{yI}^{(\nu)}}{\partial t} - v_2 \cdot \frac{\partial \dot{\mathcal{A}}_{yI}^{(\nu)}}{\partial x} \right). \tag{20}$$

Amplitudinea complexă a densității de curent armonică din indus rezultă ca fiind egală cu

$$\underline{J}_{yI}^{(\nu)}(z) = -\mathrm{j}\sigma_e(\omega_1 - \nu\beta v_2)\,\underline{A}_{I}^{(\nu)}(z) = \mathrm{j}\sigma_e s^{(\nu)} \cdot \omega_1 \underline{A}_{I}^{(\nu)}(z). \tag{21}$$

Relația generală de calcul a densității medii de volum a forței ce se exercită asupra indusului și se datorează armonicii de ordin ν a undei păturii de curent inductoare, este

$$f_v^{(\nu)}(z) = \boldsymbol{i} \cdot f_{vx}^{(\nu)} + \boldsymbol{k} \cdot f_{vz}^{(\nu)} = \frac{1}{2} \mathrm{Re}[(\underline{J}_{yI}^{(\nu)} \cdot (\underline{B}_{zI}^{(\nu)})^*] + \frac{1}{2} \mathrm{Re}[(\underline{J}_{yI}^{(\nu)} \cdot (\underline{B}_{xI}^{(\nu)})^*]. \tag{22}$$

Dacă se ține seamă de (17) și (22) se găsește :

$$f_{vx}^{(\nu)}(z) = \frac{1}{2} \mu_0^2 \cdot \sigma_e \cdot s^{(\nu)} \cdot \omega_1 \frac{\nu\beta}{|\underline{c}^{(v)}|^2} \cdot \mathrm{e}^{2p^{(\lambda)} \cdot (\theta - z)} \cdot |s^{(\nu)} \cdot \mathrm{e}^{-2\underline{\gamma}^{(\nu)} \cdot z} + t^{(\nu)} \cdot \mathrm{e}^{-2\underline{\gamma}^{(\nu)} \cdot d_3}| \cdot (a_{1m}^{(\nu)})^2,$$

$$f_{vz}^{(\nu)}(z) = \frac{1}{2} \mu_0^2 \cdot \sigma_e \cdot s^{(\nu)} \cdot \omega_1 \frac{1}{|\underline{c}^{(\nu)}|^2} \cdot \mathrm{e}^{2p^{(\nu)} \cdot (\theta - z)} \cdot \mathrm{Re}[(\underline{\gamma}^{(\nu)})^* \cdot (\underline{s}^{(\nu)} \cdot \mathrm{e}^{-2\underline{\gamma}^{(\nu)} \cdot z} + \tag{23}$$

$$+ (\underline{t}^{(\nu)} \cdot \mathrm{e}^{-2\underline{\gamma}^{(\nu)} \cdot d_3})(\underline{s}^{(\nu)} \cdot \mathrm{e}^{-2\underline{\gamma}^{(\nu)} \cdot z} - t^{(\nu)} \cdot \mathrm{e}^{-2\underline{\gamma}^{(\nu)} \cdot d_3})^*] \cdot (a_{1m}^{(\nu)})^2,$$

unde expresiile complexe flancate de bare drepte reperezintă modulul acestora, iar $p^{(\nu)}$ este partea reală a mărimii complexe $\underline{\gamma}^{(\nu)}$ dată de (9).

Evident, valorile globale ale forței de tracțiune și a celei normală pe șină dezvoltate de motor sînt date de relațiile :

$$F_x = \sum_{\nu=1,3,5\ldots} F_x^{(\nu)} = 2n\tau \cdot l_1 \cdot \sum_{\nu=1,3,5\ldots} \left[\int_{d_3}^{\theta} f_{vx}^{(\nu)}(z) \cdot \mathrm{d}z \right],$$

$$F_z = \sum_{\nu=1,3,5\ldots} F_z^{(\nu)} = n\tau \cdot l_1 \cdot \sum_{\nu=1,3,5\ldots} \left[\int_{d_3}^{\theta} f_{vz}^{(\nu)}(z) \cdot \mathrm{d}z \right], \tag{24}$$

unde n este numărul de pași polari τ ai mașinii.

Pierderile specifice Joule din indus sînt

$$p_{2v}(z) = \sum_{\nu=1,3,5\ldots} p_{2v}^{(\nu)}(z), \tag{25}$$

unde

$$p_{2v}^{(\nu)}(z) = \frac{1}{2\sigma_e} \cdot \mathrm{Re}\,[\underline{J}_{yI}^{(\nu)} \cdot (\underline{J}_{yI}^{(\nu)})^*] = s^{(\nu)} \cdot \frac{\omega_1}{\nu\beta} f_{vx}^{(\nu)}(z). \tag{26}$$

Pentru valoarea totală a pierderilor din indus trebuie calculată expresia

$$P_2 = \sum_{\nu=1,3,5\ldots} P_2^{(\nu)} = \sum_{\nu=1,3,5\ldots} s^{(\nu)} \cdot \frac{\omega_1}{\nu\beta} \cdot F_x^{(\nu)}. \tag{27}$$

5. ROPRESIILE SIMPLIFICATE ALE MĂRIMIOR DE CÎMP, FORȚELOR ȘI PIERDERILOR

Relațiile de calcul, foarte complicate obținute pînă în prezent au mai mult valoare teoretică. Valoarea lor practică apare numai în cazul calculatoarelor numerice de mare capacitate capabile să lucreze în complex.

În vederea elaborării unei metode de calcul în care să nu fie nevoie să apelăm la calculator, pe baza anumitor observații, se vor face simplificări importante în relațiile obținute. Erorile de calcul introduse în acest fel, nu sînt importante, fiind cu totul admisibile din punct de vedere ingineresc.

În primul rînd se va considera, așa cum se obișnuiește în mod curent în teoria mașinilor electrice clasice, numai fundamentala undei păturii de curent inductoare.

Dacă se au în vedere valorile uzuale ale mărimilor β, d_1 și d_3, pentru șină din duraluminiu $\left(\sigma_e \simeq 2{,}5 \cdot 10^7 \frac{1}{\Omega\mathrm{m}}\right)$ și la valoarea minimă a alunecării $s = 0{,}1$ la care funcționează un astfel de motor, rezultă :

$$\mathrm{sh}\,\beta d_{1,3} \approx \beta d_{1,3}, \tag{28}$$

$$\mathrm{ch}\,\beta d_{1,3} \approx 1,$$

produsele $\beta d_{1,3}$ fiind mai mici ca 0,3. Totodată există următoarele inegalități :

$$\beta \cdot \mathrm{sh}\,\beta d_1 \ll |\underline{\gamma}| \cdot \mathrm{ch}\,\beta d_1, \tag{29}$$

$$\beta \cdot \mathrm{th}\,\beta d_1 \ll |\underline{\gamma}|. \tag{29}$$

Pentru exemplificare, la un motor cu $\tau = 0{,}25$ m, $f_1 = 200$ Hz (viteza sincronă $v_1 = 100$ m/s) și cu următoarele dimensiuni caracteristice întrefierului : $d_1 = 1$ cm, $\Delta = 2$ cm, $d_3 = 1{,}5$, se constată că prima inegalitate (29) are loc în raportul 1/25 iar cea de a doua în raportul 1/20.

Urmează că expresiile (15) pot fi puse cu bună aproximație sub forma :

$$\underline{c} \simeq 2\underline{\gamma}^2 \cdot e^{\underline{\gamma}(\theta + d_3)} \cdot \operatorname{sh} \underline{\gamma}\Delta,$$

$$\underline{s} \simeq \underline{t} \simeq \underline{\gamma}, \tag{30}$$

unde :

$$\underline{\gamma} = p - jq,$$

$$p = \sqrt{\frac{1}{2}(r + \beta^2)} \quad , \quad q = \sqrt{\frac{1}{2}(r - \beta^2)} \quad , \quad r = \sqrt{\beta^4 + (\mu_0 \sigma_c \cdot s\omega_1)^2}. \tag{31}$$

Ținînd seamă de (30), componentele cîmpului din întrefier date de (17) + (19), se pot scrie :

$$\underline{B}_{x\mathrm{I}}(z) \simeq \mu_0 \frac{\operatorname{sh} \underline{\gamma}(z - d_3)}{\operatorname{sh} \underline{\gamma}\Delta} \cdot a_{1m},$$

$$\underline{B}_{z\mathrm{I}}(z) \simeq j\mu_0 \frac{\beta}{\underline{\gamma}} \cdot \frac{\operatorname{ch} \underline{\gamma}(z - d_3)}{\operatorname{sh} \underline{\gamma}\Delta} \cdot a_{1m}, \tag{32}$$

$$\underline{B}_{x\mathrm{II}}(z) \simeq \mu_0 \left[\operatorname{ch} \beta(z - \theta) - \frac{\beta}{\underline{\gamma}} \cdot \frac{\operatorname{sh} \beta(\delta - z)}{\operatorname{th} \underline{\gamma}\Delta} \right] \cdot a_{1m},$$

$$\underline{B}_{z\mathrm{II}}(z) \simeq j\mu_0 \left[\operatorname{sh} \beta(z - \theta) + \frac{\beta}{\underline{\gamma}} \cdot \frac{\operatorname{ch} \beta(\delta - z)}{\operatorname{th} \underline{\gamma}\Delta} \right] \cdot a_{1m}, \tag{33}$$

$$\underline{B}_{x\mathrm{III}}(z) \simeq \mu_0 \frac{\beta}{\underline{\gamma}} \cdot \frac{\operatorname{sh} \beta z}{\operatorname{sh} \underline{\gamma}\Delta} \cdot a_{1m},$$

$$\underline{B}_{z\mathrm{III}}(z) \simeq j\mu_0 \frac{\beta}{\underline{\gamma}} \cdot \frac{\operatorname{ch} \beta z}{\operatorname{sh} \underline{\gamma}\Delta} \cdot a_{1m}. \tag{34}$$

Expresiile (33) și (34) pot fi aproximate în continuare cu formule de calcul și mai simple, remarcîndu-se faptul că variația componentelor cîmpului cu coordonata z este foarte mică în subdomeniile II și III. Întra-adevăr :

$$\underline{B}_{x\mathrm{II}}(z)|_{z=\delta} = \mu_0 \cdot \operatorname{ch} \beta d_1 \cdot a_{1m} \simeq \underline{B}_{x\mathrm{I}}(z)|_{z=\theta} = \mu_0 \cdot a_{1m}, \tag{33}'$$

$$\underline{B}_{z\mathrm{II}}(z)|_{z=\delta} = j\mu_0 \left(\operatorname{sh} \beta d_1 + \frac{\beta}{\underline{\gamma} \cdot \operatorname{th} \underline{\gamma}\Delta} \right) \cdot a_{1m} \simeq \underline{B}_{z\mathrm{I}}(z)|_{z=\theta} = j\mu_0 \frac{\beta}{\underline{\gamma} \cdot \operatorname{th} \underline{\gamma}\Delta} \cdot a_{1m},$$

$$\underline{B}_{x\mathrm{III}}(z)|_{z=0} = \underline{B}_{x\mathrm{I}}(z)|_{z=d_3} = 0, \tag{34}'$$

$$\underline{B}_{z\mathrm{III}}(z)|_{z=0} = \underline{B}_{z\mathrm{I}}(z)|_{z=d_3} = j\mu_0 \frac{\beta}{\underline{\gamma} \cdot \operatorname{sh} \underline{\gamma}\Delta} \cdot a_{1m}.$$

Mărimile date de (21), (23) și (26) devin, în aceleași condiții în care se are în vedere numai fundamentala păturii de curent inductoare și aproximațiile introduse de (30):

$$\underline{J}_{y\mathrm{I}}(z) \simeq \mathrm{j}\mu_0 \cdot \sigma_e \cdot s\omega_1 \frac{1}{\underline{\gamma}} \cdot \frac{\mathrm{ch}\,\underline{\gamma}(z-d_3)}{\mathrm{sh}\,\underline{\gamma}\Delta} \cdot a_{1m}, \tag{35}$$

$$f_{vx}(z) \simeq \frac{1}{2}\mu_0^2 \cdot \sigma_e \cdot s\omega_1 \frac{\beta}{|\underline{\gamma}|^2} \cdot \frac{|\mathrm{ch}\,\underline{\gamma}(z-d_3)|^2}{|\mathrm{sh}\,\underline{\gamma}\Delta|^2} \cdot a_{1m}^2,$$

$$f_{vz}(z) \simeq \frac{1}{2}\mu_0 \cdot \sigma_e \cdot s\omega_1 \frac{1}{|\underline{\gamma}|^2} \cdot \frac{\mathrm{Re}\,\{\underline{\gamma}^* \cdot \mathrm{ch}\,\underline{\gamma}(z-d_3) \cdot [\mathrm{sh}\,\underline{\gamma}(z-d_3)]^*\}}{|\mathrm{sh}\,\underline{\gamma}\Delta|^2}, \tag{36}$$

$$p_{zv}(z) = s \cdot \frac{\omega_1}{\beta} \cdot f_{vx}(z). \tag{37}$$

Expresiile (32), (35) și (36) pot fi puse sub o formă mai intuitivă și totodată mai ușor de interpretat din punct de vedere fizic. În această formă ele sînt egale cu produsul dintre un coeficient adimensional funcție de coordonata z și valoarea maximă a mărimii respective, care are loc la suprafața indusului ($z = 0$):

$$\underline{B}_{x\mathrm{I}}(z) = B_{x\mathrm{Imax}} \cdot K_{bx}(z) \simeq \mu_0 \cdot a_{1m} \cdot K_{bx}(z),$$

$$\underline{B}_{z\mathrm{I}}(z) = \underline{B}_{z\mathrm{Imax}} \cdot K_{bz}(z) \simeq \mu_0 \frac{\beta}{|\underline{\gamma} \cdot \mathrm{th}\,\underline{\gamma}\Delta|} \cdot a_{1m} \cdot K_{bz}(z), \tag{38}$$

$$\underline{J}_{y\mathrm{I}}(z) = J_{y\mathrm{Imax}} \cdot K_J(z) \simeq \mu_0\sigma_e s\omega_1 \frac{1}{|\underline{\gamma} \cdot \mathrm{th}\,\underline{\gamma}\Delta|^2} \cdot a_{1m} \cdot K_J(z), \tag{39}$$

$$f_{vx}(z) = f_{vx\max} \cdot K_{fx}(z) \simeq \frac{1}{2}\mu_0^2\sigma_e s\omega_1 \frac{\beta}{|\underline{\gamma} \cdot \mathrm{th}\,\underline{\gamma}\Delta|^2} \cdot a_{1m}^2 \cdot K_{fx}(z), \tag{40}$$

$$f_{vz}(z) = f_{vz\max} \cdot K_{fz}(z) \simeq \frac{1}{2}\mu_0\sigma_e s\omega_1 \frac{\mathrm{Re}\,[\underline{\gamma}^* \cdot (\mathrm{sh}\,\underline{\gamma}\Delta)^* \cdot \mathrm{ch}\,\underline{\gamma}\Delta]}{|\underline{\gamma} \cdot \mathrm{sh}\,\underline{\gamma}\Delta|^2} \cdot a_{1m}^2 \cdot K_{fz}(z),$$

unde:

$$K_{bx}(z) \simeq \left|\frac{\mathrm{sh}\,\underline{\gamma}(z-d_3)}{\mathrm{sh}\,\underline{\gamma}\Delta}\right| = \sqrt{\frac{\mathrm{ch}\,2p(z-d_3) - \cos 2q(z-d_3)}{\mathrm{ch}\,2p\Delta - \cos 2q\Delta}},$$

$$K_{bz}(z) = K_J(z) \simeq \left|\frac{\mathrm{ch}\,\underline{\gamma}(z-d_3)}{\mathrm{ch}\,\underline{\gamma}\Delta}\right| = \sqrt{\frac{\mathrm{ch}\,2p(z-d_3) + \cos 2q(z-d_3)}{\mathrm{ch}\,2p\Delta + \cos 2q\Delta}},$$

$$K_{fx}(z) = K_{bz}^2(z), \tag{41}$$

$$K_{fz}(z) \simeq \mathrm{Re}\left[\frac{(\mathrm{sh}\,\underline{\gamma}(z-d_3))^* \cdot \mathrm{ch}\,\underline{\gamma}(z-d_3)}{(\mathrm{sh}\,\underline{\gamma}\Delta)^* \cdot \mathrm{ch}\,\underline{\gamma}\Delta}\right] =$$

$$= \frac{\mathrm{sh}\,2p(z-d_3) + \sin 2q(z-d_3)}{\mathrm{sh}\,2p\Delta + \sin 2q\Delta},$$

Curbele $K_{bx}(z)$, $K_{bz}(z)$ sînt trasate în figura 3*a* și *b* pentru diverse dimensiuni ale întrefierului (2δ) și indusului (2θ, 2Δ); produsul alunecare-frecvență ($s \cdot f_1$) luînd diverse valori.

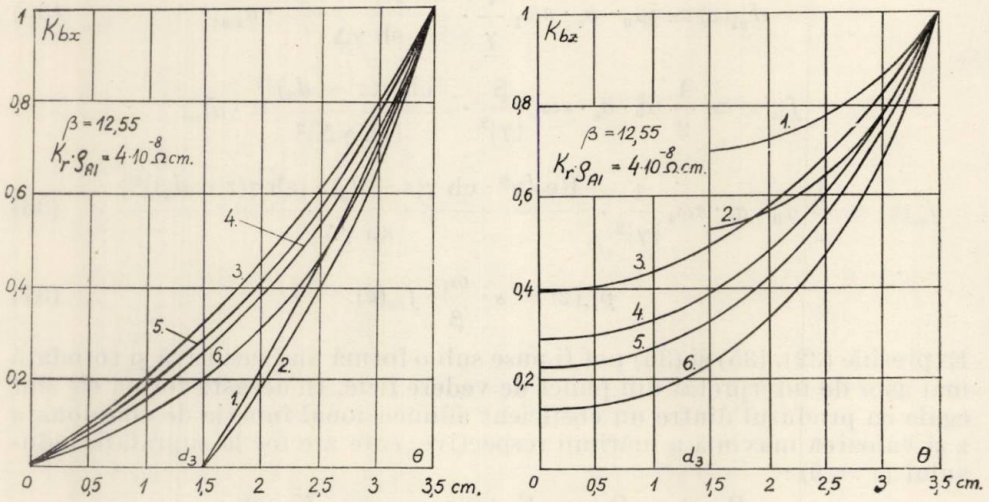


Fig. 3*a*, *b* — Variația coeficienților K_{bx} și K_{bz} funcție de coordonata z în cazul indusului masiv și a celui profilat

nr. crt.	f_1(Hz)	Δ(cm)	d_3(cm)	s
1	200	2	1,5	0,1
2	200	2	1,5	0,2
3	200	3,5	0	0,1
4	300	3,5	0	0,1
5	200	3,5	0	0,1
6	300	3,5	0	0,2

În figura 4 *a* și *b* sînt date curbele $K_{xf}(z)$ și $K_{zf}(z)$ în aceleași situații.

Raportul densităților medii$_{maxime}$ pentru component $f_{vx\max}$ în cazul indusului profilat și a celui masiv cu aceeași dimensiune de gabarit 2θ, este

$$K_{fx\max}\left(\frac{\Delta}{\theta}\right) = \frac{f_{vx\max}|_{\Delta,\, d_3}}{f_{vx\max}|_{\theta=\Delta+d_3}} \simeq \left|\frac{\text{th}\ \underline{\gamma}\theta}{\text{th}\ \underline{\gamma}\Delta}\right|^2, \tag{42}$$

dacă amplitudinea păturii de curent inductoare (a_{1m}) și întrefierul (2δ) rămîn neschimbate.

Variația acestui raport cu alunecarea este arătată în fig. 5. pentru două cazuri concrete.

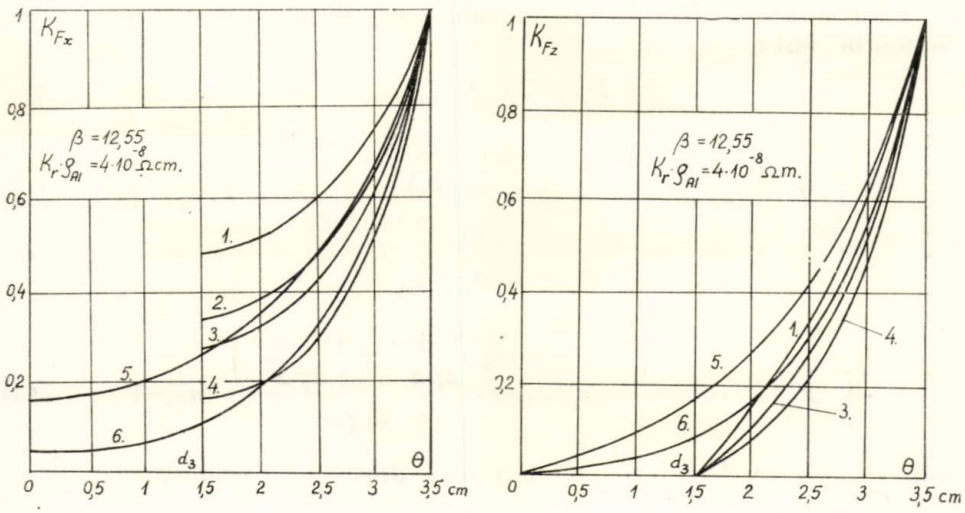


Fig. 4*a*, *b* — Variația coeficienților K_{fx} și K_{fz} funcție de coordonata z în cazul indusului masiv și a celui profilat.

nr. crt.	f_1(Hz)	Δ(cm)	d_3(cm)	s
1	200	2	1,5	0,1
2	300	2	1,5	0,1
3	200	2	1,5	0,2
4	300	2	1,5	0,2
5	200	3,5	0	0,1
6	200	3,5	0	0,2

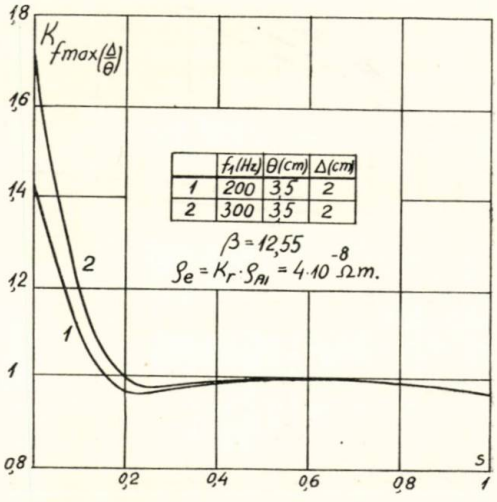


Fig. 5. — Variația cu alunecare a raportului densităților medii maxime pentru forța de tracțiune în cazul indusului profilat și a celui masiv.

Forța de tracțiune totală, precum și cea normală pe șină dezvoltate de motor sînt :

$$F_x = 2n\ \tau l_1 \cdot f_{vx\max} \cdot$$

$$\cdot \int_{d_3}^{\theta} K_{fx}(z) \cdot \mathrm{d}z \simeq \frac{1}{4} \mu_0^2 \sigma_e s \omega_1 \frac{\beta \left(\frac{\operatorname{sh} 2p\Delta}{2p\Delta} + \frac{\sin 2q\Delta}{2q\Delta} \right)}{|\underline{\gamma} \cdot \operatorname{sh} \underline{\gamma}\Delta|^2} \cdot a_{1m}^2 \cdot V, \qquad (43)$$

$$F_z = n\ \tau l_1 \cdot f_{vx\max} \cdot$$

$$\cdot \int_{d_3}^{\theta} K_{fz}(z) \cdot \mathrm{d}z \simeq \frac{1}{8} \mu_0^2 \sigma_e s \omega_1 \frac{p \left(\frac{\operatorname{ch} 2p\Delta}{2p\Delta} - \frac{\cos 2q\Delta}{2p\Delta} \right)}{|\underline{\gamma} \cdot \operatorname{sh} \underline{\gamma}\Delta|^2} \cdot a_{1m}^2 \cdot V, \qquad (44)$$

unde $V = 2 \cdot n \cdot \tau \cdot l_1 \cdot \Delta$ este volumul șinei dintre cele două armături ale inductorului.

Raportul celor două forțe ne dă

$$\lambda(s) = \frac{F_z}{F_x} = \frac{1}{2} \frac{p(q \cdot \operatorname{ch} 2p\Delta - p \cdot \cos 2q\Delta)}{\beta(q \cdot \operatorname{sh} 2p\Delta + p \cdot \sin 2q\Delta)}. \qquad (45)$$

În figura 6 este înfățișat modul în care variază acest raport cu alunecarea în diferite situații.

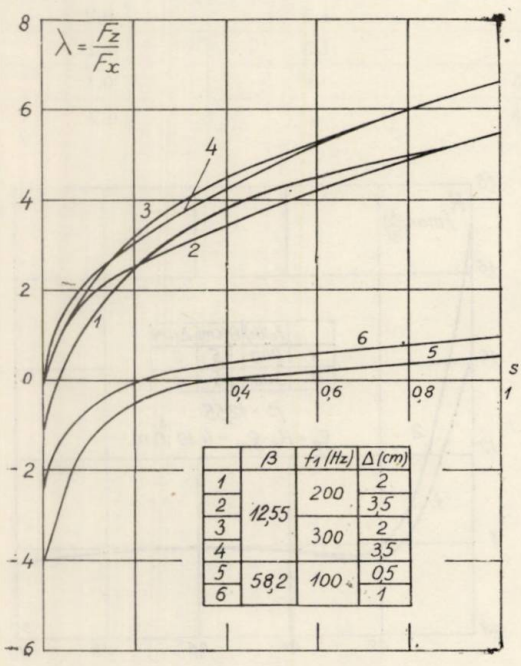


Fig. 6. — Variația cu alunecarea a raportului dintre forța normală și cea de tracțiune.

6. EXPRESIILE FORȚELOR ÎN CAZUL INDUSULUI MASIV NEFEROMAGNETIC

Modul în care a fost prezentată și rezolvată problema determinării mărimilor de cîmp și a forțelor în cazul motorului liniar ca indus profilat folosit în tracțiunea electrică, permite deducerea cu ușurință a parametrilor respectivi și în situațiile în care indusul unui astfel de motor este masiv ($d_3 = 0$), cu grosimea 2θ apropiată de lărgimea întrefierului, sau sensibil mai mică decît aceasta.

6.1. INDUS DE FORMĂ PLACĂ, CU GROSIMEA APROPIATĂ DE LĂRGIMEA ÎNTREFIERULUI

Această situație are loc în cazul în care relațiile (28) și (29) sînt satisfăcute.

Toate formulele de calcul deduse pînă în prezent rămîn valabile, cu observația că mărimea d_3 trebuie egalată cu zero, iar înlocuit cu θ (grosimea șinei masive fiind 2θ).

6.2. INDUS DE FORMĂ PLACĂ, CU GROSIMEA SENSIBIL MAI MICĂ DECÎT LĂRGIMEA ÎNTREFIERULUI

Relațiile (28) și (29) nemaifiind îndeplinite, calculul trebuie reluat avînd în vedere expresiile nesimplificate deduse în situația indusului profilat (paragrafele 3 și 4).

Dacă se consideră tot numai fundamentala undei păturii de curent inductoare, pentru $d_3 = 0$, expresiile (15) devin :

$$\underline{c} = 2\underline{\gamma} \cdot e^{\gamma\theta} \cdot \underline{K},$$

$$\underline{s} = \underline{t} = \underline{\gamma}, \tag{46}$$

unde

$$\underline{K} = \beta \cdot \operatorname{sh}\ \beta d_1 \cdot \operatorname{ch}\ \underline{\gamma}\theta + \underline{\gamma} \operatorname{sh}\ \underline{\gamma}\theta \cdot \operatorname{ch}\ \beta d_1.$$

Avînd în vedere relațiile (23) și (24), rezultă pentru forța totală de tracțiune expresia exactă

$$F_x = 2n\ \tau l_1 \cdot \int_0^{\theta} f_{vx}(z) \cdot \mathrm{d}z = \frac{1}{4}\mu_0^2 \cdot \sigma_e s \omega_1 \frac{\beta\left(\dfrac{\operatorname{sh} 2p\theta}{2p\theta} + \dfrac{\sin 2q\theta}{2q\theta}\right)}{|\underline{K}|^2} \cdot a_{1m}^2 \cdot V, \tag{47}$$

unde : $V = 2n\ \tau l_1 \Delta$.

Raportul celor două forțe, normală și de tracțiune, este dat și în acest caz de o relație similară cu (45).

În figura 7 sînt trasate caracteristicile mecanice $F_x = f(v_2)$ la a_{1m} constant, $f_1 = 50$ Hz, δ și θ dați, în situația în care se ține seamă de efectul

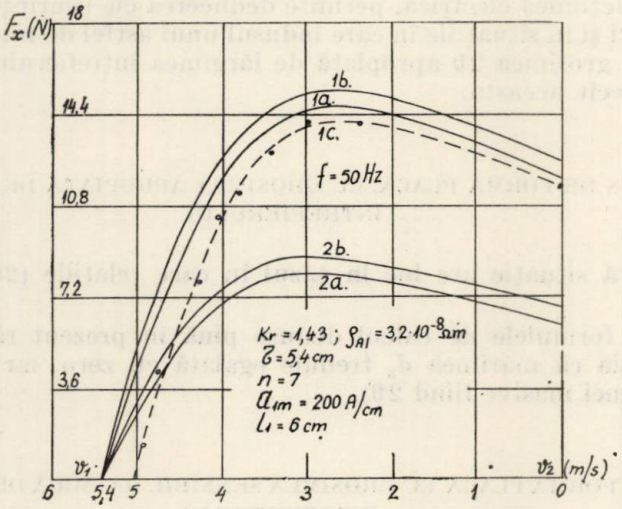


Fig. 7. — Caracteristicile mecanice $F_x = f(v_2)$ pentru un motor asincron liniar cu indus neferomagnetic masiv realizat practic :1. $\theta = 0{,}5$ cm ; 2 θ. = 1cm.
a) se ține seama de efectul pelicular,
b) se nelijează efectul pelicular,
c) curbă experimentală.

pelicular din indus (47) și în situația în care acesta este neglijat [3], [6]. Calculele au fost făcute pentru un prototip de motor liniar încercat și experimental. Metoda de ridicare a caracteristicii mecanice este descrisă în [20].

7. SCHEMA ECHIVALENTĂ A MOTORULUI ASINCRON LINIAR CU INDUS NEFEROMAGNETIC PROFILAT

Modulul amplitudinii complexe a tensiunii magnetice dintre cele două armături ale inductorului este dat de relația

$$V_\delta = \frac{2}{\mu_0} \left| \int_{d_3}^{0} \underline{B}_{z\mathrm{I}}(z) \cdot \mathrm{d}z + \int_{\theta}^{\delta} \underline{B}_{z\mathrm{II}}(z) \cdot \mathrm{d}z + \int_{0}^{d_3} \underline{B}_{z\mathrm{III}}(z) \cdot \mathrm{d}z \right| . \qquad (48)$$

Dacă se au în vedere expresiile componentelor $\underline{B}_z$ din cele trei subdomenii, în ipoteza valabilității relațiilor (28) și (29), rezultă

$$V_\delta \simeq \frac{2\beta}{|\underline{\gamma}|} \cdot \left| \frac{1}{\underline{\gamma}} + \frac{d_1}{\operatorname{th} \underline{\gamma}\Delta} + \frac{d_3}{\operatorname{sh} \underline{\gamma}\Delta} \right| \cdot a_{1m}. \qquad (49)$$

Valoarea maximă a tensiunii magnetice, pentru pînză de curent a inductorului dată, se obține făcînd $s = 0$.

$$V_{\delta max} = V_\delta(s)|_{s=0} \simeq \frac{2}{\beta}\left(1 + \frac{\beta d_1}{\text{th}\,\beta\Delta} + \frac{\beta d_3}{\text{sh}\,\beta\Delta}\right)\cdot a_{1m}. \tag{50}$$

Din relațiile (49) și (50) rezultă dacă se fac calculele

$$K_\delta(s) = \frac{V_\delta}{V_{\delta max}} \simeq \frac{\dfrac{\beta^2}{|\underline{\gamma}|^2}\cdot\sqrt{\dfrac{P^2+Q^2}{\text{sh}\,\underline{\gamma}\Delta}}}{1 + \dfrac{\beta d_1}{\text{th}\,\beta\Delta} + \dfrac{\beta d_3}{\text{sh}\,\beta\Delta}}, \tag{51}$$

unde

$$P = \text{sh}\,p\Delta\cdot\cos q\Delta + p(d_1\cdot\text{ch}\,p\Delta\cdot\cos q\Delta + d_3) - q\cdot d_1\cdot\text{sh}\,p\Delta\cdot\sin q\Delta,$$

$$Q = \text{ch}\,p\Delta\cdot\sin q\Delta + q(d_1\cdot\text{ch}\,p\Delta\cdot\cos q\Delta + d_3) + p\cdot d_1\cdot\text{sh}\,p\Delta\cdot\sin q\Delta.$$

Mașina funcționînd nesaturat, solenația necesară magnetizării este practic egală cu tensiunea magnetică a întrefierului

$$\theta_\mu = \frac{3}{2}\cdot\frac{2}{\pi}\cdot\frac{K_w\cdot w\cdot\sqrt{2}\cdot I_{\mu med.}}{\dfrac{n}{2}} = V_{\delta Max.}\cdot K_\delta(s), \tag{52}$$

unde

$I_{\mu med.}$ este valoarea medie a celor trei curenți de fază, neegali din cauza nesimetriei magnetice a mașinii (diferențele nu depășesc în general $2 \div 5\%$ din valoarea medie),

$V_{\delta Max.}$ amplitudinea tensiunii magnetice a întrefierului cînd indusul este scos dintre cele două armături inductoare

$$V_{\delta Max.} = \frac{2}{\beta}a_{1m}.$$

Rezultă

$$I_\mu = \frac{1}{3}\cdot\frac{\pi}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\dfrac{n}{2}}{K_w\cdot w}\cdot\frac{1}{\beta}\cdot a_{1m}K_\delta(s). \tag{53}$$

T.e.m. indusă într-o fază statornică de cîmpul rezultant din întrefier, egală cu

$$E_1 = 2\sqrt{2}\cdot f_1\cdot K_w\cdot w\cdot l_1\cdot\tau\cdot B_{zII}(z)|_{z=\delta} \simeq$$

$$\simeq 2\sqrt{2}\,f_1K_w\cdot wl_1\tau\mu_0\,\frac{\beta}{|\underline{\gamma}\cdot\text{th}\,\underline{\gamma}\Delta|}\cdot a_{1m}. \tag{54}$$

Relaţiile (53) şi (54) definesc o reactanţă corespunzătoare întrefierului şi indusului

$$X_\delta(s) = \frac{E_1}{I_\mu} = 3\,(K_w \cdot w)^2 \cdot \frac{4\mu_0 f_1 \cdot \tau l_1}{\pi \cdot \frac{n}{2} \cdot 2\delta} \cdot K_j(s), \tag{55}$$

unde

$$K_\delta(s) \simeq 2\,\frac{|\underline{\gamma} \cdot \mathrm{ch}\,\underline{\gamma}\Delta|}{\sqrt{P^2 + Q^2}} \cdot \left(1 + \frac{\beta d_1}{\mathrm{th}\,\beta\Delta} + \frac{\beta d_3}{\mathrm{sh}\,\beta\Delta}\right) \cdot \delta.$$

Rezistenţa echivalentă a indusului raportată la rezistenţa de fază a inductorului rezultă din egalitatea cunoscută

$$\frac{R_2'}{s} = \frac{3E_1^2}{v_1 \cdot F_x}; \tag{56}$$

Se găseşte

$$R_2' = 3\,\frac{(K_w \cdot w)^2 \cdot l_1}{\frac{n}{2} \cdot \tau \cdot \Delta \cdot \sigma_e} \cdot K_R(s), \tag{57}$$

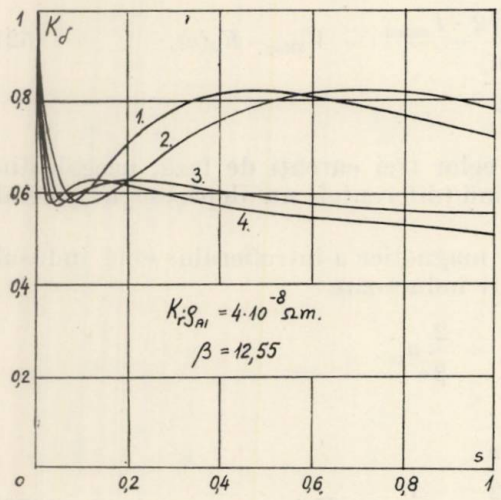


Fig. 8. — Variaţia coeficientului K_δ cu alunecare

nr. crt.	f_1(Hz)	Δ(cm)	d_1(cm)	d_3(cm)
1	200	2	0,5	1,5
2	300	2	1,5	1,5
3	200	3,5	1,5	0
4	300	3,5	1,5	0

unde

$$K_R(s) = 4 \cdot \frac{|\operatorname{ch} \underline{\gamma}\Delta|^2}{\dfrac{\operatorname{sh} 2p\Delta}{2p\Delta} + \dfrac{\sin 2q\Delta}{2q\Delta}}, \tag{58}$$

este un coeficient supraunitar de corecție al rezistenței indusului datorat efectului pelicular.

Variația coeficienților $K_\delta(s)$ și $K_R(s)$ în anumite situații particulare, ca și pentru prototipul studiat experimental ($\beta = 58{,}2$), este dată în figurile 8 și 9.

Pentru cazul indusului masiv expresiile parametrilor X_δ și R'_2 se determină în mod similar.

Schema echivalentă pe fază este dată în figura 10. Parametrii înfășurării inductoare R_1 și X'_{σ_1} precum și rezistența corespunzătoare pierde-

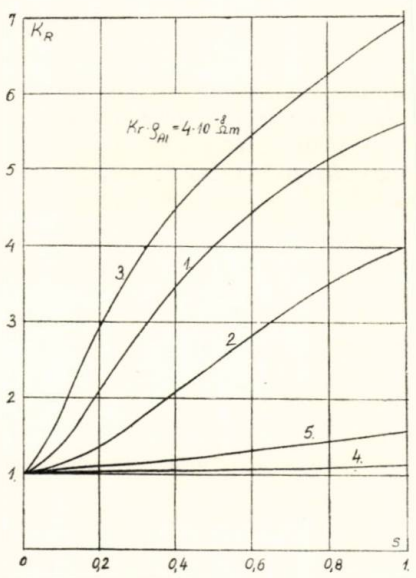
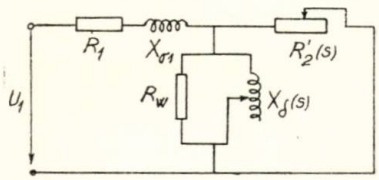


Fig. 9. — Variația coeficientului K_R cu alunecare.

Fig. 10. — Schema echivalentă a motorului asincron liniar de mare viteză cu indus neferomagnetic.



nr. crt.	$\beta = \pi/\tau$	f_1(Hz)	Δ(cm)
1	12,55	200	2
2	12,55	200	2
3	12,55	100	3,5
4	58,2	100	0,5
5	58,2	100	1

rilor în fier, se determină în mod obișnuit, avîndu-se în vedere ambele armături ale mașinii liniare. Reactanța de dispersie X'_{σ_2} se neglijează, fluxul de scăpări al indusului fiind practic nul cînd acesta este neferomagnetic [9], [15].

8. CONCLUZII

Lucrarea ia în considerare efectul pelicular din indusul motorului asincron liniar, fenomen determinat în funcționarea acestuia, avînd în vedere frecvențele relativ ridicate ale tensiunii de alimentare și grosimea mare a șinei.

Expresiile de calcul obținute inițial pentru parametrii motorului asincron liniar cu indus profilat (cu canal axial), deși complicate, pot fi aproximate cu relații mult mai simple, dacă se au în vedere valorile uzuale ale anumitor mărimi. Sub această formă ele pot fi utilizate cu destul de multă ușurință într-un calcul de proiectare uzual.

Considerentele de natură mecanică deși impun un întrefier mare, dacă se are în vedere o dimensionare optimă a șinei, performanțele motorului pot crește simțitor. În acest sens figura 4 a este edificatoare, ea demonstrînd că, pentru șină profilată, forța de tracțiune obținută este de circa 1,5 ori mai mare decît în cazul șinei masive cu aceeași dimensiune de gabarit 2θ. Pentru comparație s-au avut în vedere curbele K_{fx} la $sf_1 = 50$ Hz ($s = 0{,}2$; $f_1 = 250$ Hz), cifră în jurul căreia are loc funcționarea nominală.

Forțele de tracțiune sînt proporționale cu suprafețele delimitate de curbele $K_{fx}(z)$ și axa absciselor avînd în vedere că $f_{vr\max}$ sînt practic egale în cele două cazuri (vezi fig. 5).

BIBLIOGRAFIE

1. Al. Fransua, D. Teodorescu, *Servomotoare electrice în sisteme automate*, București, Edit. tehnică, 1966, p. 157–175.
2. R. Rădulеț, A. Ifrim, *Zugraft linearer Induktions motoren mit Ankerlamelle*, Rév. Roum. Sci. Tehn.-Electrotehn. Energ., 15, *1* (1970).
3. I. S. Gheorghiu, Al. Fransua, *Tratat de mașini electrice*, vol. III București, Edit. Academiei, 1970, p. 504–532.
4. A. Moraru, *Contribuții la teoria motorului asincron cu cilindru de etanșare în întrefier*, *St.* cerc. energ. electr., seria A, *3*, 377–387 (1963).
5. R. Andrei, *Determinarea repartiției cîmpului magnetic în întrefierul motorului liniar cu inductorul scurt și conexiunea serie a bobinajului*, Electrotehnica, *11*, 417–425 (1970).
6. R. Andrei, *Determinarea grafo-analitică a caracteristicii mecanice pentru o mașină electrică liniară cu indusul scurt*, Electrotehnica, *7*, 246–251 (1972).
7. R. Andrei, *Forțe normale și tangențiale la motorul asincron liniar de mare viteză*, Electrotehnica, *2*, 49–55 (1973).
8. H. Bolton, *Transverse edge effect in sheet-rotor induction motors*, Proc. I.E.E., **116**, *5*, 725–731 (1969).

9. Tsih C. Wang, *Linear induction motor for high-speed ground transportation*, Transaction on industry and general applications, *5*, 633–642 (1971).
10. B. T. Ooi, D. C. White, *Traction and normal forcer in the linear induction motor*, Transaction on power apparatus and systems, *89*, 4, 2361–2375 (1970).
11. Y. Machefert-Tassin, *Application du moteur linéaire dans les transports*, R.G.E., **80**, *2* 121–134 (1971).
12. J. Angel, A. Faure, *Variantes d'exécution du moteur lineaire suivant les application*, **80**, *2*, 135–139 (1971).
13. M. Poloujadoff, Ph. Reyx, *Méthode intermédiaire pour l'analyses d'un moteur à induction linéaire*, R.G.E., **80**, *2*, 33–104 (1971).
14. H. Weh, P. Grumskov, H. Masebach, *Kraftwirklungen orthogonal zur Bewegungsrichtung beim asynchronen Linear-motor*, ETZ–A, **93**, *1*, 1–7 (1972).
15. M. Jufer, *Détermination des caractéristiques specifiques du moteur linéaire*, RGE, **80**, *2*, 105–113 (1971).
16. A. I. Voldek, *Kompensatia pulsiruinscevo magnitogo polia v asincronah maşinah i induktionih nasosah.*
17. S. A. Nasar, *Electromagnetic fields and forces in a linear induktion motor, taking, into account edge effects*, Proc. I.E.E., *4*, 603–609 (1969).
18. H. Weh., *Zum Betriebsverhalten elektrodenloser M.H.D. Wandler*, E.T.Z–A, **85**, *13*, 395–402 (1964).
19. B. Fleury, M. Poloujadoff, J. Robert, *Contribution à l'étude de l'effet d'extremité dans les machines linéaires à induction et au calcul du freinage par un aimant*, R.G.E., *2* 83–89 (1971).
20. R. Andrei, *Instalație experimentală de laborator pentru studiul motoarelor electrice liniare cu indus masiv de formă placă*, inovație nr. 39 din 22 februarie 1973.

ACORDAREA OPTIMĂ A BLOCURILOR DE REGLARE MULTIVARIABILE PENTRU PROCESE RAPIDE

S. CĂLIN, GR. BRĂILEANU şi DOINA STĂNESCU

62 — 501.1

Se prezintă o metodă de acordare optimă a blocurilor de reglare multivariabile pentru procese rapide, bazată pe extinderea aplicării criteriului modulului şi pe asigurarea autonomiei.
Rezultatele analitice sînt verificate prin modelare pe un calculator analogic. Se studiază influenţa saturaţiei asupra autonomiei şi asupra comportării sistemului multivariabil în regim tranzitoriu.

1. OBIECTUL LUCRĂRII

Lucrarea are ca scop elaborarea unei metode de acordare optimă a regulatoarelor multivariabile pentru procese rapide. Pînă în prezent, asemenea criterii sînt utilizate la sistemele monovariabile, fie sub forma criteriului modulului sau al simetriei, fie sub forma criteriilor integrale [1], dar — după cunoştinţa autorilor — nu există o metodologie de aplicare a acestor criterii la sistemele multivariabile.

2. METODA PROPUSĂ

După cum se ştie, eliminarea interinfluenţelor dintre mărimile de intrare şi de ieşire ale diferitelor canale din cadrul unui sistem multivariabil poate fi obţinută prin realizarea unui sistem autonom, la care diferitele canale intrare-ieşire sînt decuplate. În acest caz însă nu se poate obţine şi autonomia în raport cu perturbările care acţionează pe diferitele canale, întrucît există interinfluenţe între perturbări şi mărimile de ieşire [2].

Pentru acordarea optimă a regulatoarelor destinate proceselor rapide multivariabile se propun realizarea condiţiei de autonomie în raport cu mărimile de intrare şi acordarea optimă a fiecărei bucle prin criteriul modulului. De aceea în fiecare buclă se va asigura un proces tranzitoriu de bună calitate în urma unei variaţii a mărimii de intrare, iar comportarea fiecărei bucle în raport cu perturbările (din bucla respectivă şi din celelalte bucle, cu efecte transmise prin elementele de interinfluenţă) va fi optimă.

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 1, p. 199—218, 1974

Comportarea optimă a fiecărei bucle, decuplate faţă de intrări, în raport cu perturbările este asigurată de acordarea buclei prin criteriul modulului, care la sistemele monovariabile determină o asemenea comportare în raport cu diferitele perturbări. În fond, prin asigurarea autonomiei fiecare buclă se va comporta ca un sistem monovariabil, supus influenţei unei singure mărimi de intrare şi influenţei simultane a perturbărilor din diferitele bucle, transmise pe diverse căi pînă la bucla respectivă. Evident, pentru acordarea optimă a fiecărei bucle decuplate se va ţine seama şi de prezenţa elementelor suplimentare de legătură cu celelalte canale, ca în relaţiile (11) şi (12).

Pentru ilustrarea aplicării metodei este considerat sistemul multivariabil din figura 1, cu două mărimi de intrare, w_1 şi w_2, şi două mărimi de ieşire, y_1 şi y_2.

Pentru matricea de transfer a părţii fixate este considerată expresia

$$Y_F(s) = \begin{bmatrix} F_{11}(s) & F_{12}(s) \\ F_{21}(s) & F_{22}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{2}{s(5s+1)(0{,}6s+1)} & \dfrac{0{,}3}{s(5s+1)(0{,}6s+1)} \\ \dfrac{0{,}1}{s(7s+1)(0{,}7s+1)} & \dfrac{1}{s(7s+1)(0{,}7s+1)} \end{bmatrix} \tag{1}$$

(cu constante de timp principale şi constante de timp parazite), urmînd să fie determinate expresiile elementelor matricei de transfer a blocului multivariabil de reglare:

$$Y_R(s) = \begin{bmatrix} R_{11}(s) & R_{12}(s) \\ R_{21}(s) & R_{22}(s) \end{bmatrix}. \tag{2}$$

S-a considerat că în constantele de timp parazite de 0,6 şi 0,7s sînt incluse şi constantele de timp parazite de 0,2s din blocul de reglare.

Avînd în vedere (1) şi (2), pentru matricea de transfer a sistemului cu reacţiile principale deconectate se obţine expresia

$$Y(s) = Y_F(s)\, Y_R(s) =$$

$$= \begin{bmatrix} F_{11}(s)\,R_{11}(s) + F_{12}(s)\,R_{21}(s) & F_{11}(s)\,R_{12}(s) + F_{12}(s)\,R_{22}(s) \\ F_{21}(s)\,R_{11}(s) + F_{22}(s)\,R_{21}(s) & F_{21}(s)\,R_{12}(s) + F_{22}(s)\,R_{22}(s) \end{bmatrix}. \tag{3}$$

Impunînd condiţia de autonomie, matricea $Y(s)$ din (3) trebuie să fie diagonală, deci de forma

$$Y(s) = \begin{bmatrix} Y_{11}(s) & 0 \\ 0 & Y_{22}(s) \end{bmatrix}. \tag{4}$$

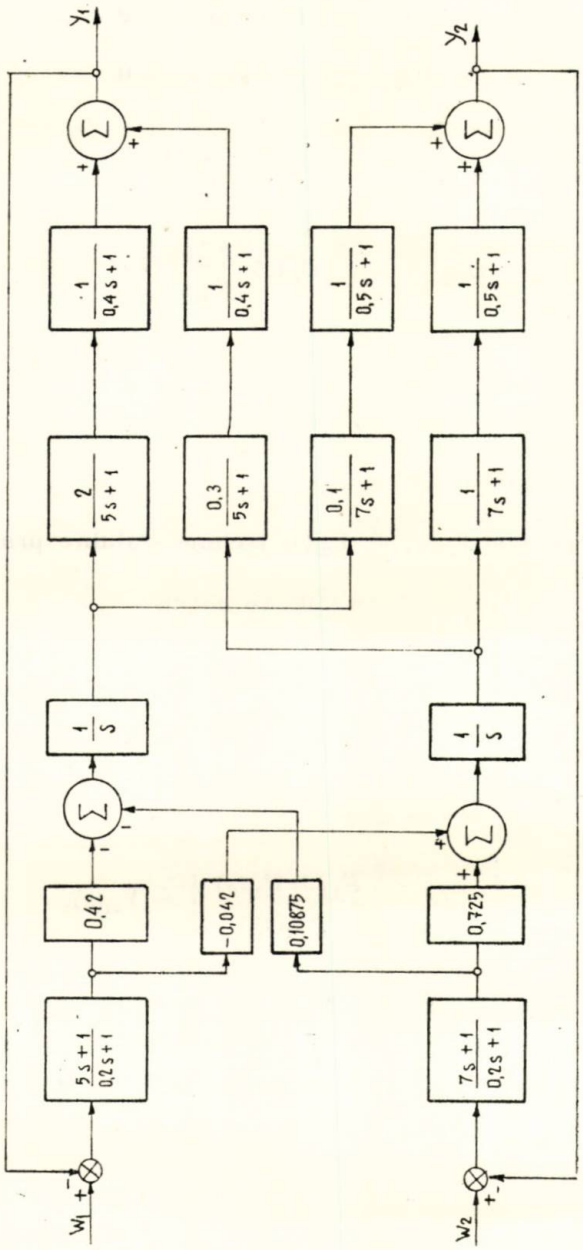


Fig. 1. — Schema cu blocuri funcționale a sistemului automat multivariabil.

Din (3) și (4) rezultă imediat primele două ecuații din cele 4 ecuații necesare determinării celor patru elemente ale matricei $Y_R(s)$ din (2):

$$F_{11}(s)\, R_{12}(s) + F_{12}(s)\, R_{22}(s) = 0, \tag{5}$$

$$F_{21}(s)\, R_{11}(s) + F_{22}(s)\, R_{21}(s) = 0, \tag{6}$$

respectiv

$$R_{12}(s) = - R_{22}(s)\, \frac{F_{12}(s)}{F_{11}(s)}, \tag{7}$$

$$R_{21}(s) = - R_{11}(s)\, \frac{F_{21}(s)}{F_{22}(s)}. \tag{8}$$

Tot din (3) și (4) se obțin și celelalte două ecuații necesare:

$$F_{11}(s)\, R_{11}(s) + F_{12}(s)\, R_{21}(s) = Y_{11}(s). \tag{9}$$

$$F_{21}(s)\, R_{12}(s) + F_{22}(s)\, R_{22}(s) = Y_{22}(s), \tag{10}$$

unde expresiile pentru $Y_{11}(s)$ și $Y_{22}(s)$ trebuie stabilite prin intermediul criteriului modulului.

Înlocuind (8) în (9) și (7) în (10), se obține

$$F_{11}(s)\, R_{11}(s) - F_{12}(s)\, R_{11}(s)\, \frac{F_{21}(s)}{F_{22}(s)} = Y_{11}(s), \tag{11}$$

$$- F_{21}(s)\, R_{22}(s)\, \frac{F_{12}(s)}{F_{11}(s)} + F_{22}(s)\, R_{22}(s) = Y_{22}(s), \tag{12}$$

respectiv

$$R_{11}(s) \left[F_{11}(s) - \frac{F_{12}(s)\, F_{21}(s)}{F_{22}(s)} \right] = Y_{11}(s), \tag{13}$$

$$R_{22}(s) \left[F_{22}(s) - \frac{F_{12}(s)\, F_{21}(s)}{F_{11}(s)} \right] = Y_{22}(s). \tag{14}$$

Din (13) și (14) rezultă expresiile pentru $R_{11}(s)$ și $R_{22}(s)$:

$$R_{11}(s) = Y_{11}(s)\, \frac{F_{22}(s)}{F_{11}(s)\, F_{22}(s) - F_{12}(s)\, F_{21}(s)}, \tag{15}$$

$$R_{22}(s) = Y_{22}(s)\, \frac{F_{11}(s)}{F_{11}(s)\, F_{22}(s) - F_{12}(s)\, F_{21}(s)}. \tag{16}$$

Avînd în vedere decuplarea canalelor în raport cu mărimile de intrare, pentru $Y_{11}(s)$ și $Y_{22}(s)$ se stabilesc expresii determinate de aplicarea criteriului modulului la fiecare buclă considerată ca monovariabilă [1]:

$$Y_{11}(s) = \frac{1}{2\ T_{\Sigma 11}\ s(T_{\Sigma 11}\ s + 1)}, \tag{17}$$

$$Y_{22}(s) = \frac{1}{2\ T_{\Sigma 22}\ s(T_{\Sigma 22}\ s + 1)}, \tag{18}$$

unde $T_{\Sigma 11}$ și $T_{\Sigma 22}$ reprezintă sumele constantelor de timp parazite din canalul 1 și din canalul 2.

În conformitate cu ipoteza făcută anterior, de înglobare a constantelor parazite de 0,2 s ale blocului de reglare în cele ale părții fixate, rezultă

$$T_{\Sigma 11} = 0{,}6\ \text{s}$$

$$T_{\Sigma 22} = 0{,}7\ \text{s}$$

deci se obține

$$Y_{11}(s) = \frac{1}{2 \cdot 0{,}6\ s(0{,}6\ s + 1)}, \tag{19}$$

$$Y_{22}(s) = \frac{1}{2 \cdot 0{,}7\ s(0{,}7\ s + 1)}. \tag{20}$$

Înlocuind (1), (19) și (20) în (15) și (16), rezultă

$$R_{11}(s) = 0{,}42\ (5\ s + 1), \tag{21}$$

$$R_{22}(s) = 0{,}725\ (7\ s + 1), \tag{22}$$

respectiv, introducînd și constantele de timp parazite de 0,2 secunde ale blocului de reglare, se obține

$$R'_{11}(s) = 0{,}42\ \frac{5\ s + 1}{0{,}2\ s + 1}, \tag{23}$$

$$R'_{22}(s) = 0{,}725\ \frac{7\ s + 1}{0{,}2\ s + 1}, \tag{24}$$

deci rezultă legi de reglare de tip *PD*.

Înlocuind (21) și (22) în (7) și (8), se obține,

$$R_{12}(s) = -\ 0{,}10875\ (7\ s + 1),$$

$$R_{21}(s) = -\ 0{,}042\ (5\ s + 1),$$

respectiv, cu considerarea constantelor de timp parazite, rezultă

$$R'_{12}(s) = -0{,}10875\,\frac{7\,s+1}{0{,}2\,s+1}, \tag{25}$$

$$R'_{21}(s) = -0{,}042\,\frac{5\,s+1}{0{,}2\,s+1}. \tag{26}$$

deci legi de reglare de tip *PD*.

Blocul de reglare multivariabil va avea deci o matrice de transfer de forma

$$Y_{R'}(s) = \begin{bmatrix} R'_{11}(s) & R'_{12}(s) \\ R'_{21}(s) & R'_{22}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}42\,\dfrac{5\,s+1}{0{,}2\,s+1} & -0{,}10875\,\dfrac{7\,s+1}{0{,}2\,s+1} \\ -0{,}042\,\dfrac{5\,s+1}{0{,}2\,s+1} & 0{,}725\,\dfrac{7\,s+1}{0{,}2\,s+1} \end{bmatrix}. \tag{27}$$

Autonomia în raport cu semnalele de intrare poate fi verificată analitic imediat, întrucît matricea

$$Y(s) = Y_F(s)\; Y_{R'}(s)$$

este diagonală.

3. VERIFICAREA ERORILOR DETERMINATE DE INCLUDEREA CONSTANTEI DE TIMP PARAZITE A BLOCULUI DE REGLARE ÎN PARTEA FIXATĂ

Considerînd expresia (27) și expresia matricei de transfer a părții fixate fără includerea constantei de timp parazite a părții fixate, deci

$$Y_{F'}(s) = \begin{bmatrix} F'_{11}(s) & F'_{12}(s) \\ F'_{21}(s) & F'_{22}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{2}{s(5\,s+1)\,(0{,}4\,s+1)} & \dfrac{0{,}3}{s(5\,s+1)\,(0{,}4\,s+1)} \\ \dfrac{0{,}1}{s(7\,s+1)\,(0{,}5\,s+1)} & \dfrac{1}{s(7\,s+1)\,(0{,}5\,s+1)} \end{bmatrix}, \tag{28}$$

și calculînd expresia $Y_{11}(s)$ prin intermediul relației (9), se obține

$$Y_{11}(s) = \frac{0{,}42\cdot 2(5\,s+1)}{s(5\,s+1)\,(0{,}4\,s+1)\,(0{,}2\,s+1)} - \frac{0{,}042\cdot 0{,}3(5\,s+1)}{s(5\,s+1)\,(0{,}4\,s+1)\,(0{,}2\,s+1)} =$$

$$= \frac{0{,}8274}{s(0{,}4\,s+1)\,(0{,}2\,s+1)} = \frac{0{,}8274}{0{,}08\,s^3+0{,}6\,s^2+s}. \tag{29}$$

Ca urmare, rezultă

$$Y_{011}(s) = \frac{0{,}8274}{0{,}08\,s^3+0{,}6\,s^2+s+0{,}8274} \cong \frac{10{,}38}{(s+5{,}6)\,(s^2+1{,}9\,s+1{,}85)}, \qquad (30)$$

sau, identificînd

$$Y_{011}(s) = \frac{10{,}38}{(s+5{,}6)\,(s^2+1{,}9\,s+1{,}85)} \equiv \frac{10{,}38}{(s+5{,}6)\,(s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2)}, \qquad (31)$$

rezultă $\omega_n \simeq 1{,}36$; $\zeta \simeq 0{,}7$.

Se constată astfel că față de cazul sistemelor monovariabile, căruia îi corespund relațiile (17) și (19) obținute prin aproximarea includerii constantei de timp parazite a blocului de reglare în partea fixată, diferențele sînt foarte mici, întrucît la sistemele monovariabile rezultă $\omega_n = 1{,}17$; $\zeta = 0{,}707$.

Aproximația făcută este deci cu totul admisibilă.

4. VERIFICĂRI EXPERIMENTALE ALE SISTEMULUI MULTIVARIABIL LINIAR PE UN CALCULATOAR ANALOGIC

Sistemul multivariabil rezultat, cu reacțiile principale conectate, a fost modelat pe calculatorul analogic MEDA de la Catedra de rețele electrice din Institutul politehnic București, rezultînd schema din figura 2.

În figura 3 este reprezentat răspunsul y_1 la un semnal-treaptă w_1 (curba *1*) și răspunsul y_2 la un semnal-treaptă w_2 (curba *2*), verificîndu-se aspectul caracteristic al răspunsurilor sistemelor monovariabile acordate optim prin criteriul modulului, cu suprareglaj de 4,3%.

Aplicarea semnalelor-treaptă w_1 și w_2 a verificat complet autonomia sistemului, întrucît pentru semnalul-treaptă w_1 s-a obținut $y_2=0$, iar pentru semnalul-treaptă w_2 s-a obținut $y_1 = 0$.

Deoarece înregistrarea acestor răspunsuri coincidea cu axa timpului, a fost mărită amplificarea de 1 000 de ori și s-a înregistrat răspunsul y_2 la un semnal-treaptă $w_1 = 0{,}4$ V, rezultînd curbele din figura 4 (la două scări diferite pentru axa ordonatelor). Se constată că abaterea medie de circa 0,7 mV corespunde de fapt înregistrării zgomotelor amplificatoarelor, autonomia fiind completă; din înregistrare rezultă clar acest lucru, abaterea medie rămînînd constantă.

Comportarea la perturbări a fost verificată prin aplicarea unor perturbări-treaptă p și p' în punctele marcate în figura 2. În figura 5 este reprezentată înregistrarea răspunsului y_1 la perturbarea $p = 0{,}1$ V, iar în figura 6 sînt reprezentate răspunsurile y_1 și y_2 la perturbarea p'; în figura 5 nu apare răspunsul y_2, deoarece mărimea y_2 nu este influențată de perturbarea p, datorită punctului de aplicare al acesteia.

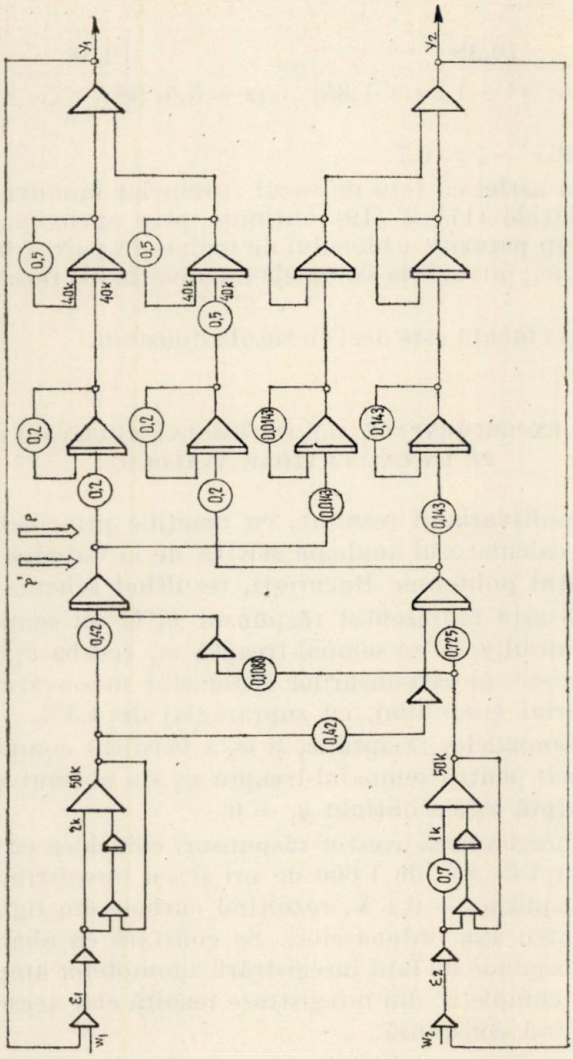


Fig. 2. – Schema analogică de calcul realizată pe calculatorul MEDA T 41–A

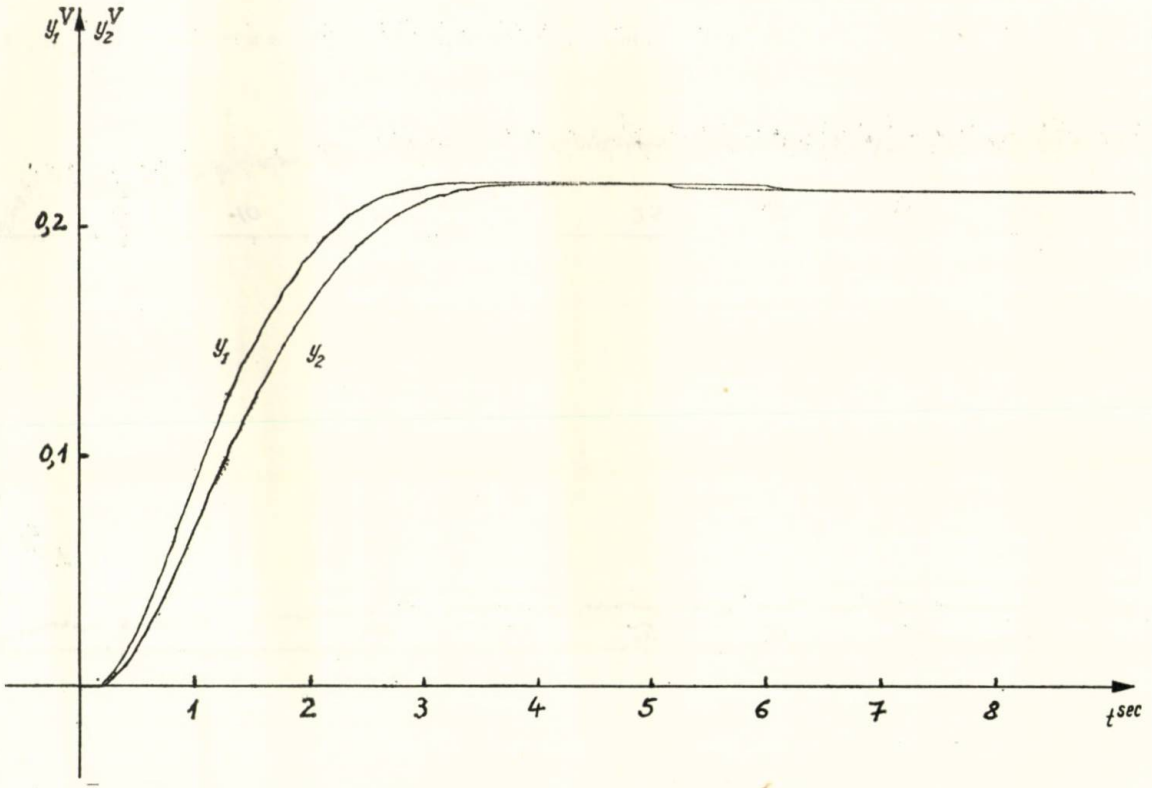


Fig. 3. — Variația în timp a semnalelor y_1 și y_2 pentru cîte un semnal-treaptă w_1, respectiv w_2, aplicate separat în două modelări succesive (conform fig. 2).

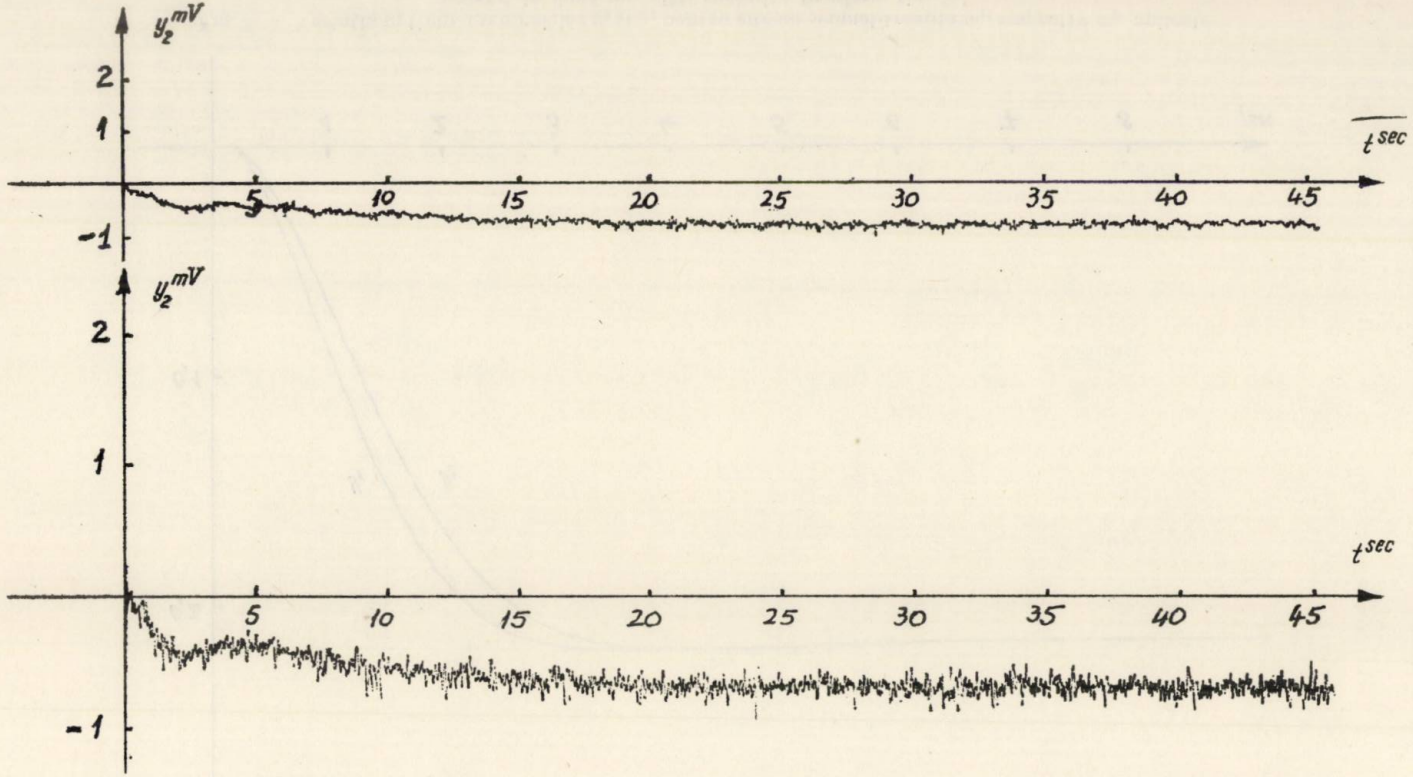


Fig.4. — Variația în timp a semnalului y_2 pentru un semnal-treaptă w_1 (conform fig. 2), amplificată de 1 000 de ori.

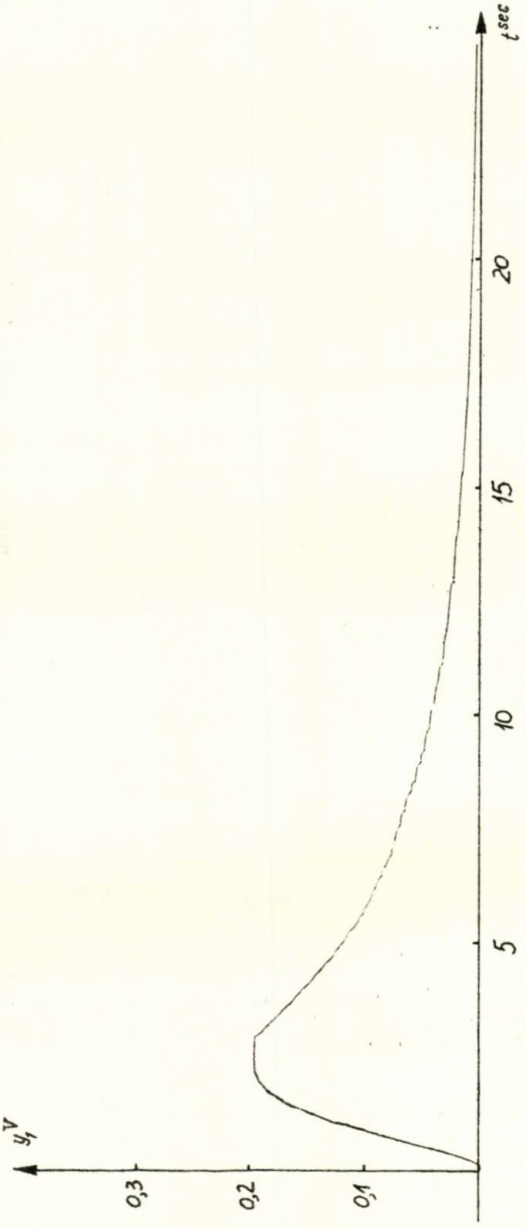


Fig. 5. — Variația în timp a semnalului y_1 pentru semnalul perturbator p (aplicat conform fig. 2).

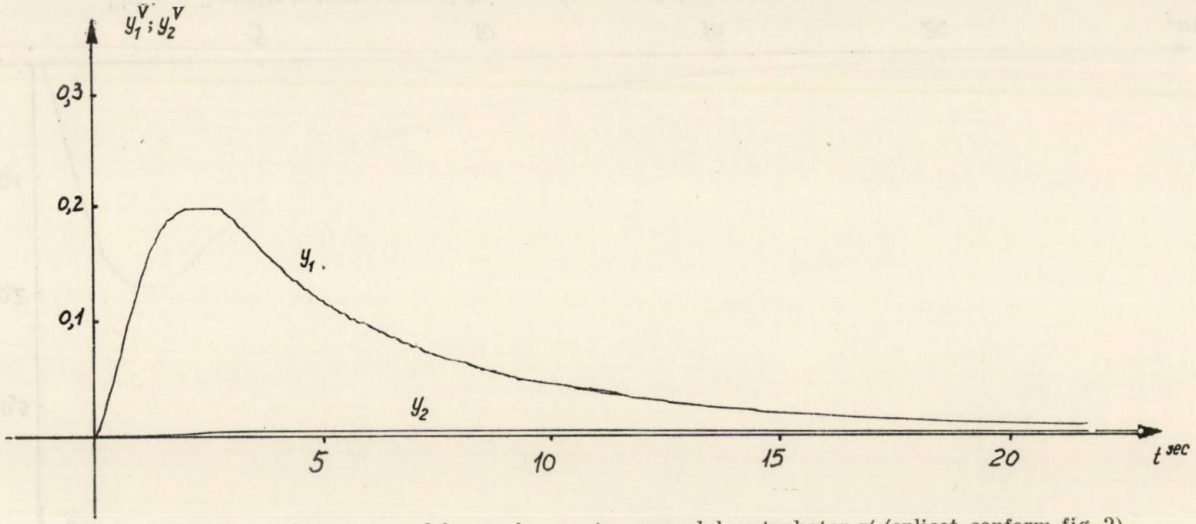


Fig. 6. — Variaţia în timp a semnalelor y_1 şi y_2 pentru semnalul perturbator p' (aplicat conform fig. 2).

5. VERIFICĂRI EXPERIMENTALE ALE SISTEMULUI MULTIVARIABIL CU SATURAREA BLOCULUI PD

Întrucît pentru elementele din blocul de reglare multivariabil au rezultat legi de reglare de tip PD, apare necesitatea verificării comportării sistemului multivariabil în cazul în care aceste elemente funcţionează în saturaţie ca urmare a amplitudinii semnalelor aplicate la intrare (de altfel, aceeaşi problemă apare şi la sistemele monovariabile). În acest scop a fost verificată comportarea blocului PD cu funcţia de transfer $R'_{11}(s)$, fiind înregistrat răspunsul acestui bloc, răspuns notat cu v_{PD}.

Analiza comportării sistemului automat în cazul apariţiei saturaţiei este deosebit de importantă, avînd implicaţii din punctul de vedere atît al suprareglajului şi timpului de răspuns, cît şi al introducerii interinfluenţei nedorite între canalele sistemului multivariabil. Trebuie remarcat faptul că şi în cazul sistemelor monovariabile, la proiectarea regulatorului automat prin varianta Kessler a criteriului modulului rezultă un compromis în stabilirea efectului de tip derivativ, prin înlocuirea formală a funcţiei de transfer a părţii fixate :

$$Y_F(s) = \frac{\prod_{k=1}^{m} (T_{1k}\, s + 1)}{\prod_{i=1}^{n} (T_{2i}\, s + 1) \prod_{j=1}^{r} (T_{\Sigma j}\, s + 1)}, \tag{32}$$

unde $T_{\Sigma j} \ll T_{2i}$ pentru orice j şi i, cu expresia aproximativă

$$Y_F^*(s) = \frac{\prod_{k=1}^{m} (T_{1k}\, s + 1)}{\prod_{i=1}^{n} (T_{2i}\, s + 1) \cdot (T_\Sigma\, s + 1)}, \tag{33}$$

unde

$$T_\Sigma = \sum_{j=1}^{r} T_{\Sigma j}\,.$$

Se observă că efectul acestei aproximaţii apare numai în decursul unei fracţiuni neglijabile din durata regimului tranzitoriu ($T_\Sigma \ll T_{2i}$ pentru orice i); utilizînd însă în proiectare funcţia de transfer $Y_F^*(s)$, se poate arăta că efectul de tip derivativ care rezultă din acordarea optimă în sens Kessler a regulatorului este proporţional cu $\dfrac{1}{\prod_{j=1}^{r} T_{\Sigma j}} \gg \dfrac{1}{T_\Sigma}$.

În continuare, luînd în considerare faptul că în proiectarea prezentată în punctul 2 de mai sus, s-a avut în vedere această metodă de reducere a efectului de tip derivativ, se impune stabilirea experimentală a perfor-

manţelor sistemului multivariabil pentru semnal-treaptă de intrare în cazul apariţiei saturaţiei semnalului de ieşire al dispozitivelor de reglare de tip *PD*.

În figura 7 sînt reprezentate variaţiile în timp ale mărimii v_{PD} în regim liniar al blocului de reglare, pentru valori ale semnalului de intrare $w_1 = 0{,}2$ V (curbele *1* şi *1'*) şi $w_1 = 0{,}4$ V (curbele *2* şi *2'*), scările ordonatelor diferind pentru curbele *1* şi *2* (1 V/cm) şi *1'* şi *2'* (0,4 V/cm). Aspectul diferit al curbelor *1* şi *2* faţă de curbele *1'* şi *2'* este datorat constantei de timp a înregistratorului, care nu a putut urmări instantaneu saltul tensiunii de la ieşirea blocului de reglare *PD* în momentul aplicării semnalului treaptă de la intrare (*1'* şi *2'*); pentru trasarea curbelor *1* şi *2* s-au modificat condiţiile de înregistrare, astfel încît înregistrarea să se efectueze începînd cu valoarea maximă a semnalului de la ieşirea blocului *PD*, evitînd astfel variaţia bruscă a semnalului de înregistrat.

Funcţionarea în saturaţie a blocului *PD* este reprezentată în figurile 8 şi 9; în figura 8 semnalul de intrare w_1 are valorile 0,8 V (curba *1*), 1,2V (curba *2*), 1,6 V (curba *3*) şi 2 V (curba *4*), iar în figura 9 semnalul de intrare w_1 are valorile 2,4V (curba *1*), 3V (curba *2*), 4V (curba *3*), 5V (curba *4*), 6V (curba *5*), 7V (curba *6*) şi 8V (curba *7*), cu creşterea amplitudinii semnalului rezultînd un regim mai puternic saturat. Se remarcă trecerea de la saturaţia numai în domeniul valorilor pozitive la saturaţia atît în domeniul valorilor pozitive, cît şi în domeniul valorilor negative ale mărimii v_{PD}.

Fiind stabilită gama valorilor semnalului de intrare w_1 pentru care funcţionarea are loc în saturaţie, a fost studiată comportarea întregului sistem în aceste condiţii, fiind înregistrate răspunsurile y_1 şi y_2 la o variaţie în treaptă a mărimii w_1. În figura 10 sînt reprezentate variaţiile în timp ale mărimii y_1 pentru semnale-treaptă w_1 avînd valorile 8 V (curba *1*), 3,25V (curba *2*), 1,65 V (curba *3*), 0,8 V (curba *4*) şi 0,35 V (curba 5), cu modificarea scărilor axei ordonatelor.

Se constată înrăutăţirea sensibilă a performanţelor tranzitorii cu trecerea în regimuri mai puternic saturate. De asemenea rezultă că obţinerea unor performanţe ridicate, de tipul celor asigurate prin aplicarea criteriului modulului la sistemele monovariabile, este posibilă numai în funcţionarea liniară (curbele *1* şi *2* din figura 3 şi curba *5* din figura 10, corespunzînd unor semnale de intrare pentru care blocul *PD* funcţionează liniar, conform valorilor w_1 care asigură răspunsurile liniare v_{PD} din figura 7).

În figura 11 este reprezentat (la două scări diferite) răspunsul y_2 pentru $w_1 = 4$V, deci cu funcţionarea în saturaţie a blocului *PD*, rezultînd un regim tranzitoriu oscilant, spre deosebire de cel din figura 4 (cu menţinerea componentei de 0,7 mV, determinată de zgomotele amplificatoarelor). Se constată astfel că ieşirea din zona de liniaritate determină şi pierderea autonomiei sistemului, însă, ţinînd seama de amplificarea de 1 000 de ori a semnalului în figura 11, efectul este neglijabil, semnalul nedorit y_2 avînd valoarea maximă 3,5 mV.

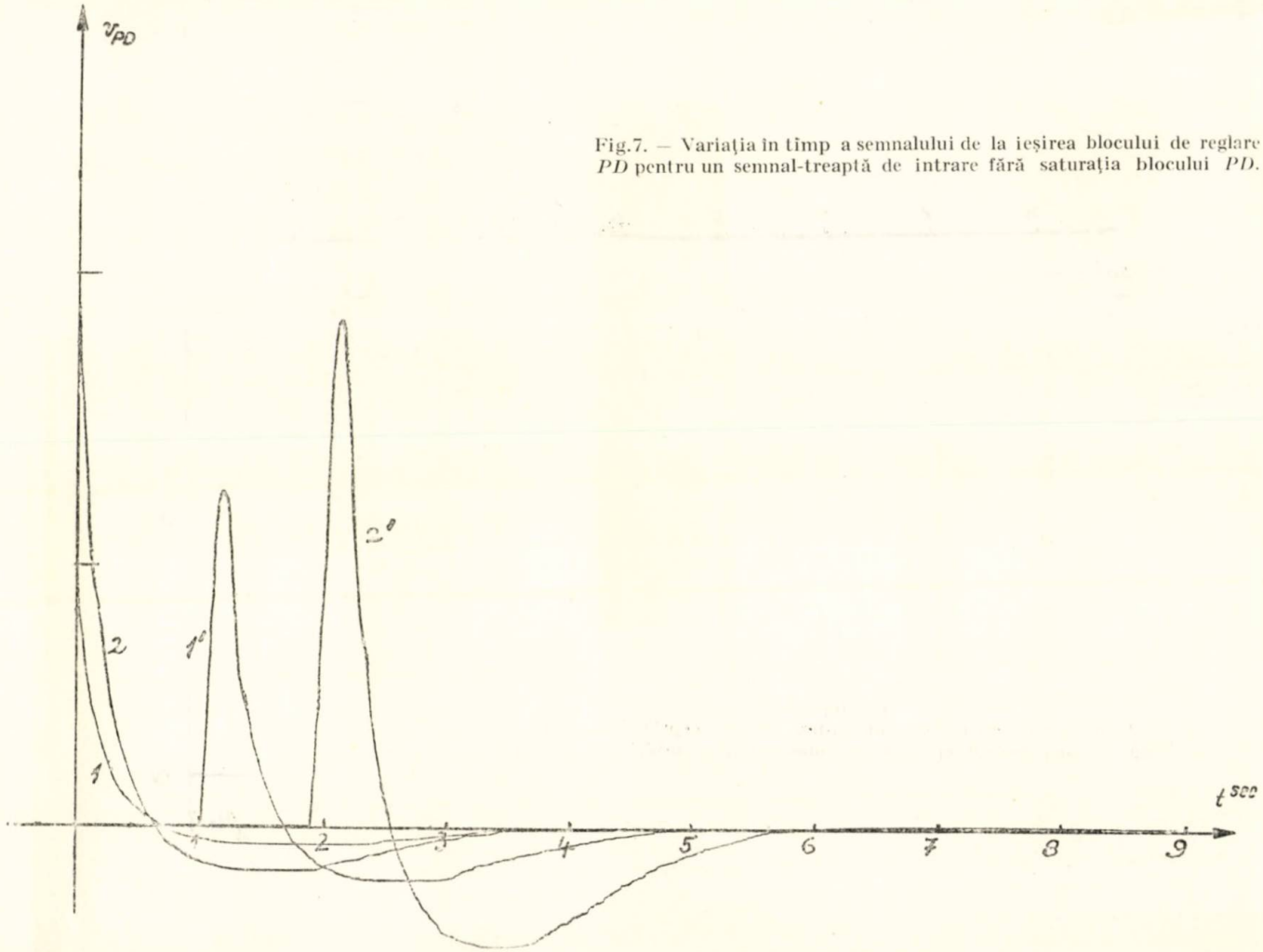


Fig.7. — Variația în timp a semnalului de la ieșirea blocului de reglare *PD* pentru un semnal-treaptă de intrare fără saturația blocului *PD*.

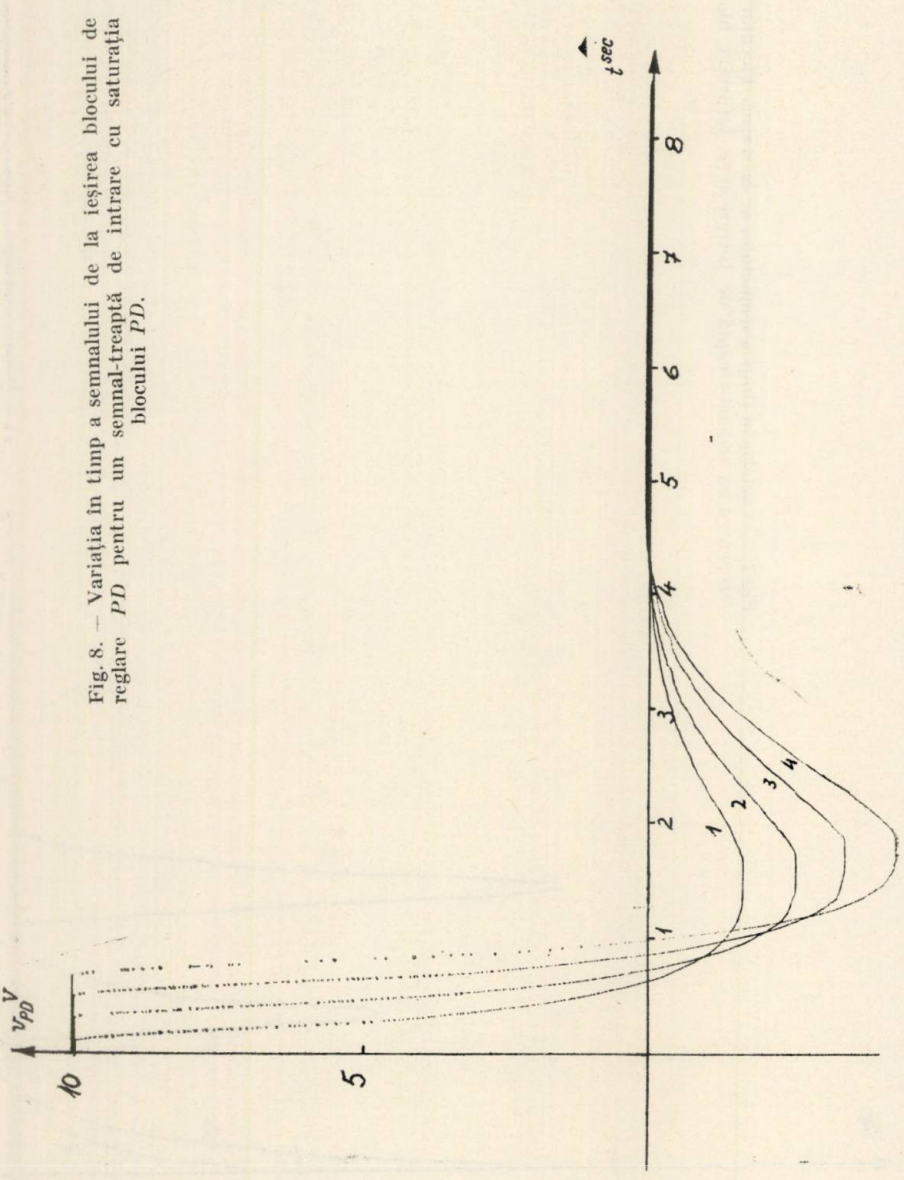


Fig. 8. — Variația în timp a semnalului de la ieșirea blocului de reglare *PD* pentru un semnal-treaptă de intrare cu saturația blocului *PD*.

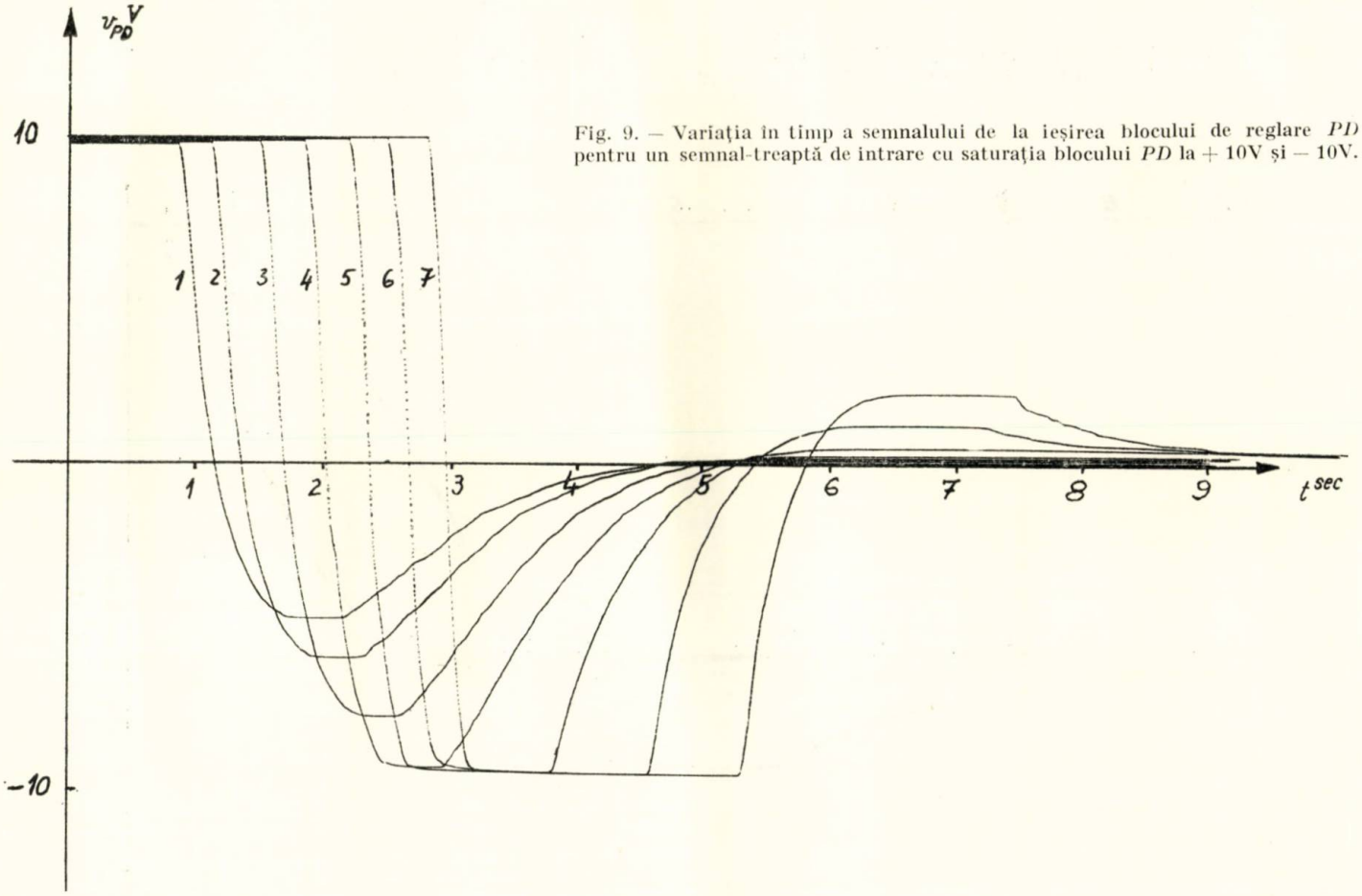


Fig. 9. — Variația în timp a semnalului de la ieșirea blocului de reglare *PD* pentru un semnal-treaptă de intrare cu saturația blocului *PD* la + 10V și — 10V.

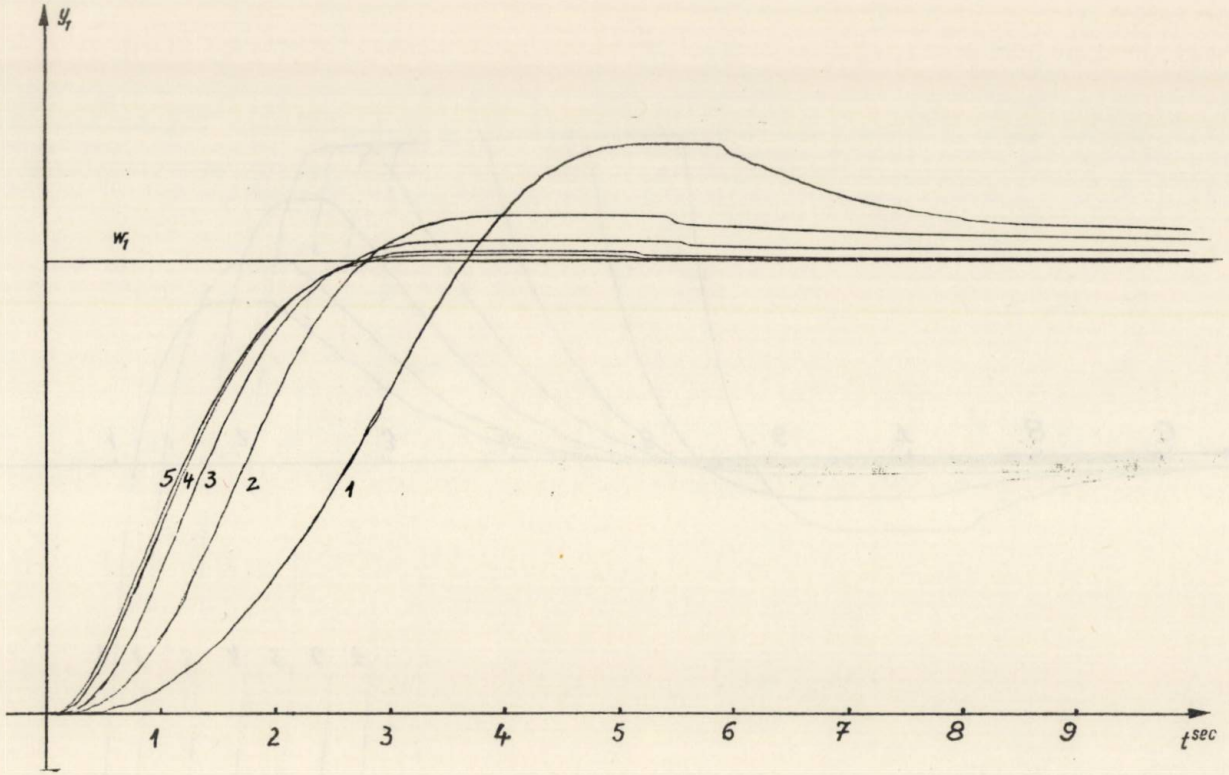


Fig. 10. — Variația în timp a semnalului y_1 pentru semnalul w_1 de tip treaptă, astfel ales încît blocul *PD* să nu se satureze (diagramele *4* și *5*), să se satureze la +10V (diagramele *2* și *3*) sau să se satureze la + 10V și — 10V (diagrama 1).

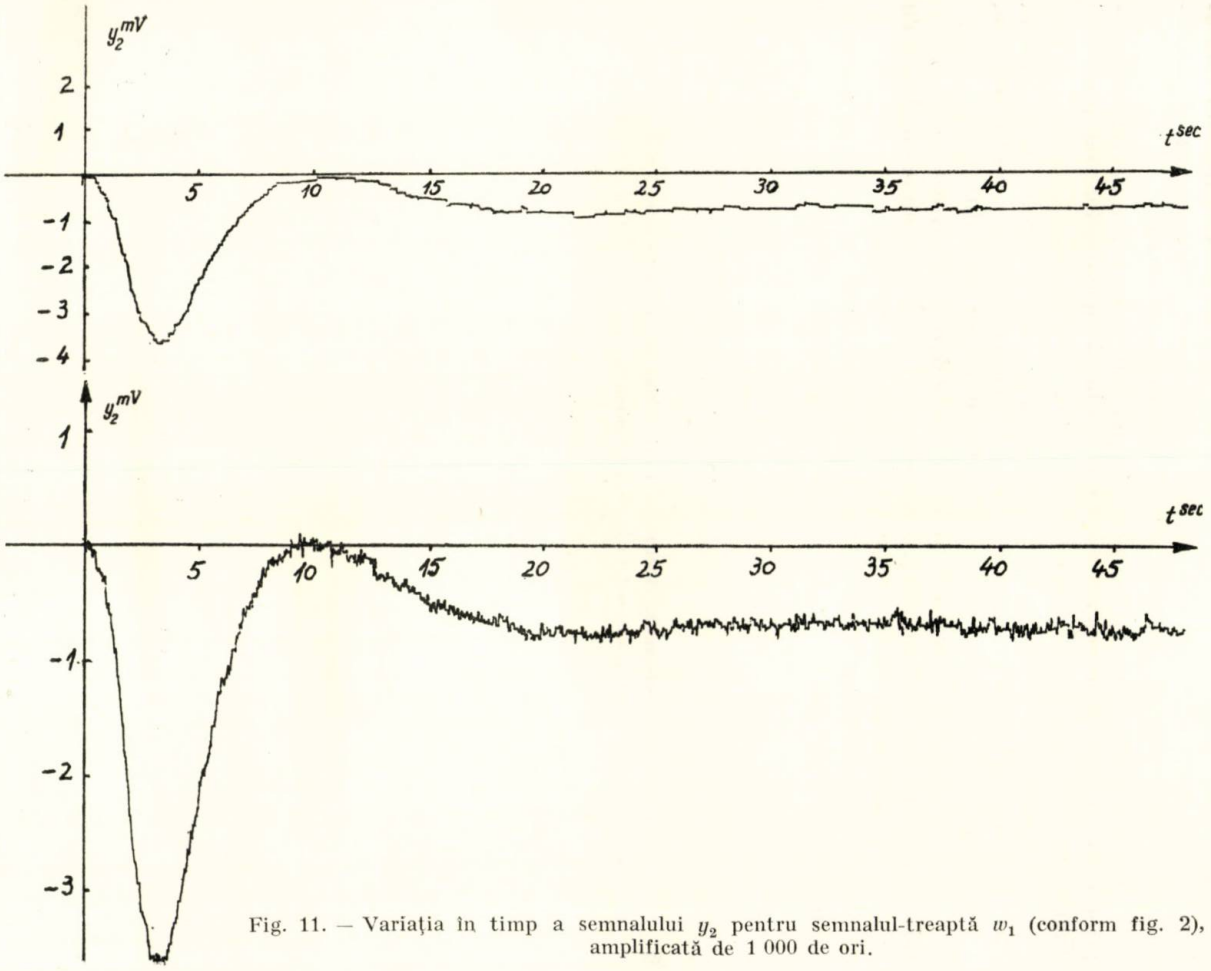


Fig. 11. — Variaţia în timp a semnalului y_2 pentru semnalul-treaptă w_1 (conform fig. 2), amplificată de 1 000 de ori.

6. CONCLUZII

a) Acordarea optimă a blocurilor de reglare multivariabile pentru procese rapide, prin asigurarea autonomiei și aplicarea criteriului modulului la fiecare dintre buclele decuplate, permite obținerea unor performanțe analoge cu cele obținute la sistemele monovariabile.

b) Metodologia de calcul este simplă atît pentru asigurarea autonomiei, cît și pentru aplicarea criteriului modulului cu considerarea prezenței elementelor de legătură cu celelalte canale.

c) Verificările experimentale confirmă pe deplin rezultatele analitice, atît în ceea ce privește autonomia, cît și în ceea ce privește performanțele, cu condiția funcționării sistemului în domeniul de liniaritate.

d) Intrarea în saturație a blocului de reglare înrăutățește performanțele tranzitorii și determină pierderea autonomiei, fenomenele fiind cu atît mai pronunțate, cu cît saturația este mai puternică.

e) Prin controlul mărimii de ieșire a blocului de reglare poate fi determinat domeniul de liniaritate în funcționarea sistemului.

BIBLIOGRAFIE

1. S. CĂLIN, *Regulatoare automate*, București, Edit. didactică și pedagogică, 1967.
2. V. T. MOROZOVSCKI, *Monogosviazanntie sistemi avtomaticeskogo regulirovania*, Moskva, „Energhia", 1970.
3. S. CĂLIN, C. BELEA, *Sisteme automate complexe*, București, Edit. tehnică, 1973.

AMPLIFICATOARE TRANZISTORIZATE DE BANDĂ LARGĂ CU CORECȚII RC

Ş. BÎRCĂ-GĂLĂŢEANU

621.375.4

Lucrarea se ocupă de amplificatoarele de bandă largă cu corecţii *RC* cu unu şi două tranzistoare. Din condiţia de a obţine un factor de transfer în tensiune cu caracteristică M.L.A. se calculează corecţia şi lărgimea de bandă. Diversele tipuri de amplificatoare sînt comparate între ele şi cu amplificatoarele necorectate, criteriul hotărîtor fiind produsul amplificare-bandă.
Rezultatele experimentale au confirmat valabilitatea convenţiilor şi aproximaţiilor adoptate.

1. INTRODUCERE

Lucrarea se ocupă de acele amplificatoare de bandă largă cu tranzistoare la care lărgirea benzii se obţine cu ajutorul unor condensatoare sau grupuri *RC*, nu cu bobine de corecţie. Faţă de corecţia cu inductanţe, corecţia *RC* prezintă avantajul influenţei mult mai scăzute a cîmpurilor magnetice externe şi a apropierii unor ecrane din materiale magnetice sau metale foarte bune conducătoare (cupru, aluminiu şi alamă, eventual argintate). De asemenea, numai inductanţele de valori foarte mici se pot realiza sub formă de circuite integrate. Din aceste două motive, amplificatoarele cu corecţii *RC* sînt mult mai potrivite pentru miniaturizare, fie ca circuite clasice, fie ca circuite integrate. De asemenea este un nonsens ca amplificatoarele din filtrele active *RC* să aibă inductanţe de corecţie, în vreme ce scopul creării filtrelor active este tocmai eliminarea inductanţelor.

Un alt avantaj al corecţiilor *RC* este componenta capacitivă mult mai mică a impedanţei de intrare a amplificatorului corectat faţă de a amplificatorului *EC* sau a celor cu corecţii inductive. Astfel etajul precedent lucrează în condiţii mai favorabile pentru a realiza şi el o bandă largă.

Se vor trata şi compara amplificatoare cu unul şi două tranzistoare, deoarece rareori se folosesc amplificatoare cu mai mult de două etaje identice. Oricum, din relaţiile calculate pentru unu şi două etaje se pot deduce destul de uşor relaţiile pentru mai multe etaje.

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 1, p. 219 — 243, 1974.

Pentru exemplificare se vor folosi etaje amplificatoare cu tranzistoarele EFT 352 şi BC 107 A, toate în acelaşi punct static de funcţionare ($I_C = 1$ mA, $|U_{CE}| \approx 4$ V), în afară de cazul care va fi menţionat. Rezistenţele din circuit vor fi, pe cît posibil, aceleaşi la toate tipurile de amplificatoare: $R_c = 2\,\text{k}\Omega$, $R_e = 1\,\text{k}\Omega$, $R_b = \dfrac{R_{b1}\,R_{b2}}{R_{b1} + R_{b2}} = 5\,\text{k}\Omega$ (fig. 1).

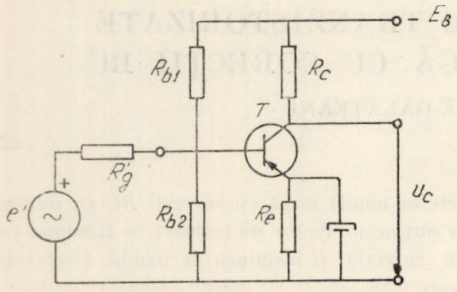


Fig. 1. — Amplificatorul cu rezistenţă decuplată în emitor, cu 1 etaj.

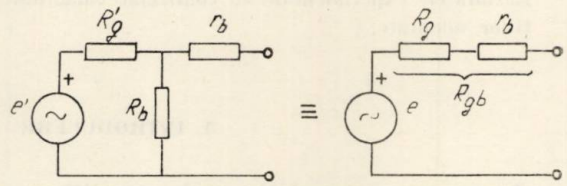


Fig. 2. — Transformarea Thévenin a generatorului şi R_b.

Astfel se poate face o comparaţie corectă între diversele tipuri de amplificatoare, considerîndu-le în aceleaşi condiţii, nu cu valori sau rapoarte de valori de rezistenţe, altele de la un amplificator la altul, nici cu tranzistoarele în puncte statice diferite, deci cu parametri diferiţi [8].

Se va considera amplificatorul atacat de un generator de tensiune cu tensiunea electromotoare e' şi rezistenţa internă R'_g (fig. 2). Prin transformare Thévenin, se include R_b în generator, generatorul echivalent avînd parametrii

$$e = e' \frac{R_b}{R'_g + R_b}; \qquad R_g = \frac{R'_g\,R_b}{R'_g + R_b}. \tag{1}$$

Se ţine seama astfel de încărcarea generatorului de către impedanţa de intrare a amplificatorului considerat. S-ar fi putut considera un generator de curent (cu R_g în paralel), mai apropiat de schema echivalentă a tranzistorului, dar cu generator de tensiune apare un factor de transfer în tensiune, mai apropiat de ceea ce se măsoară efectiv.

La majoritatea tipurilor de amplificatoare, între R_g şi r_b nu se conectează alt element al schemei, aşa încît în circuitul echivalent apare $R_g + r_b = R_{gb}$ (fig. 2).

Pentru exemplificare se vor calcula și măsura amplificarea, banda și produsul bandă-amplificare pentru fiecare tip de amplificator, pentru fiecare din cele două tranzistoare la trei valori semnificative ale rezistenței interne a generatorului, situații notate astfel:

1 $R_g' = \infty$ (generator de curent), la care $R_g = 5\text{k}\Omega$;
2 $R_g' = 2\text{k}\Omega = R_c$, corespunzător conectării în cascadă a două etaje identice. Rezultă $R_g = 1{,}43$ kΩ;
3 $R_g' = 0$ (generator de tensiune ideal), deci $R_g = 0$.

Astfel se va putea forma o idee de ansamblu asupra dependenței benzii și amplificării fiecărui montaj funcție de impedanța generatorului.

La amplificatoarele cu două tranzistoare în cascadă, apar în paralel R_c și R_b. Se notează $R_{bc} = \dfrac{R_b R_c}{R_b + R_c} = 1{,}43$ kΩ.

Se va folosi pentru tranzistor circuitul echivalent Giacoletto [4] în care se neglijează $r_{ce} = \dfrac{1}{h_{22e}} \gg R_c$, $r_{b'c}$ și elementele din afara tranzistorului intrinsec. Se adoptă notațiile din figura 3. Nu se va folosi în

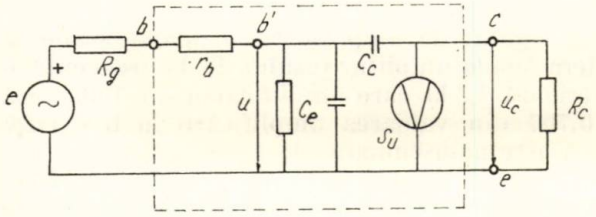


Fig. 3. — Schema echivalentă a amplificatorului cu R_e decuplată, cu 1 etaj.

calcule unilateralizarea [1], [4], deoarece sînt tipuri de amplificatoare la care această simplificare importantă duce la erori inadmisibile, chiar 40 % [10]. Pentru o tratare unitară se va renunța complet la unilateralizare.

S-au ales pentru exemplificare tranzistoare din producția românească curentă, tipice pentru două mari categorii:

— EFT 352: tranzistor *pnp* de germaniu, aliat, de mică putere, de joasă frecvență, cu performanțe modeste: $r_b = 200\ \Omega$; $C_c = 40$ pF; $\beta = 50$; $r_{ce} = 30\text{k}\Omega$; $f_T = 1{,}5$MHz. Din calcul rezultă $S = 40 I_C = 40 \dfrac{\text{mA}}{\text{V}}$;

$r_{be} = \dfrac{\beta}{S} = 1{,}25$ kΩ; $f_\beta = \dfrac{1}{\beta} f_T = 30$ kHz; $C_e = \dfrac{S}{\omega_T} = 4{,}25$ nF;

— BC 107 A: tranzistor *npn* de siliciu, planar-epitaxial, de mică putere, de joasă frecvență, cu performanțe ridicate: $r_b = 50\Omega$; $C_c = 3$pF; $\beta = 200$; $r_{ce} = 70$ kΩ; $f_T = 300$ MHz. Din calcul rezultă $S = 40 \dfrac{\text{mA}}{\text{V}}$;

$r_{be} = 5\text{k}\Omega$; $f_\beta = 1{,}5$ MHz; $C_e = 21$ pF.

În diferite cataloage se dau valori apropiate, dar nu identice, ale acestor parametri. Valorile f_T, r_{ce} și C_c sînt cele indicate de întreprinderea producătoare I.P.R.S. Băneasa [6], [7], iar β și r_{be} au fost măsurate

la fiecare tranzistor folosit. Valoarea lui r_b a fost luată din catalog pentru BC 107 A [7] şi măsurată cu metoda comparaţiei [5] la EFT 352, deoarece valoarea de 60Ω indicată în cataloage ducea la frecvenţe-limită calculate sensibil diferite de cele experimentale.

La amplificatoarele la care ar rezulta $f_s \geqslant \frac{1}{4} f_\alpha$, trebuie ţinut seama că de la $\frac{1}{4} f_\alpha$ pînă la $\frac{1}{2{,}33} f_\alpha$ se poate considera factorul de amplificare în curent $\beta(1 - j\omega/\omega_\alpha)$. Peste $\frac{1}{2{,}33} f_\alpha$ practic nu se mai poate folosi circuitul echivalent Giacoletto, ci cuadripolul echivalent ai cărui parametri y trebuie măsuraţi la frecvenţele respective.

Calculele fiind foarte laborioase, se vor face toate aproximaţiile care duc la erori *finale* sub 10%, căci tranzistoarele se livrează cu toleranţe de cel puţin 20%, aşa încît o precizie mai mare a calculului nu este justificată.

Fiind vorba de amplificatoare de bandă largă, criteriul de comparaţie cel mai edificator este produsul bandă-amplificare, deoarece la oricare dintre amplificatoarele discutate, prin modificarea R_c se poate mări banda în detrimentul amplificării sau invers.

Chiar dacă amplificarea tipului de amplificator calculat scade la frecvenţe joase, se va considera *banda* amplificatorului de la frecvenţa 0 pînă la frecvenţa-limită superioară f_s, la care amplificarea în tensiunea întregului circuit scade la 0,707 din valoarea amplificării la frecvenţe medii (scade cu 3dB). Eroarea este neînsemnată, deoarece $f_j \ll f_s$.

Se va considera *amplificarea* = amplificarea în tensiune la frecvenţe medii, pornind de la tensiunea electromotoare e a generatorului de tensiune echivalent, nu a celui real, întrucît ar fi 0 la $R_g = \infty$.

În concluzie, produsul bandă-amplificare este dat de relaţia

$$AB = |A_{u_0}| f_s = \left| \frac{U_c}{E} \right| \cdot f_s \,. \tag{2}$$

2. AMPLIFICATORUL CU REZISTENŢĂ DECUPLATĂ ÎN EMITOR

Acesta este tipul cel mai obişnuit de amplificator cu tranzistoare şi va fi tratat pentru comparaţie cu cele corectate.

Pentru amplificatorul cu un etaj, schema este dată în figura 1 şi circuitul echivalent în figura 3. Se obţine destul de uşor factorul de transfer :

$$A_u = \frac{\underline{U_c}}{\underline{E}} = - \frac{\beta R_c}{r_{be} + R_{gb}} \times$$

$$\times \frac{1 - j\omega \dfrac{C_c}{S}}{1 + j \dfrac{\omega}{\omega_\beta} \cdot \dfrac{R_{gb}}{R_{gb} + r_{be}} \left[1 + \dfrac{C_c}{C_e} \left(1 + R_c S + \dfrac{R_c}{r_{be}} + \dfrac{R_c}{R_{gb}} \right) \right] - \dfrac{\omega^2}{\omega_\beta} C_c \dfrac{R_{gb} R_c}{R_{gb} + r_{be}}} \,. \tag{3}$$

Față de polul dominant, se pot neglija nulul și termenul de gradul 2 de la numitor. Rezultă amplificarea și banda:

$$A_{u_0} = -\beta \frac{R_c}{r_{be} + R_{gb}}, \tag{4}$$

$$f_s = f_\beta \frac{r_{be} + R_{gb}}{R_{gb}} : \left[1 + \frac{C_c}{C_e}\left(1 + R_c S + \frac{R_c}{r_{be}} + \frac{R_c}{R_{gb}}\right)\right], \tag{4'}$$

deci produsul amplificare-bandă:

$$AB = \frac{f_T}{R_{gb}} : \left[\frac{1}{R_c} + \frac{C_c}{C_e}\left(\frac{1}{R_c} + S + \frac{1}{r_{be}} + \frac{1}{R_{gb}}\right)\right]. \tag{4''}$$

Se observă că AB este aproximativ invers proporțional cu R_{gb}. În diverse lucrări se găsește adesea o altă relație a amplificării:

$$A_{u_0} \approx -\frac{h_{21}}{h_{11}} R_c = -\frac{\beta R_c}{r_{be} + r_b},$$

care este amplificarea de la tensiunea aplicată pe bază la tensiunea obținută pe colector, deci nu ține seama de încărcarea generatorului, și de aceea se va folosi A_{u_0} dată de relația (4).

Exemple:

— EFT 352: **1** $A_{u_0} = -15{,}5$; $f_s = 20{,}8$ kHz; $AB = 322$ kHz;
exp.: $f_s = 17{,}3$ kHz,
2 $A_{u_0} = -34{,}7$; $f_s = 29{,}6$ kHz; $AB = 1{,}028$ MHz;
exp.: $f_s = 30$ kHz,
3 $A_{u_0} = -69$; $f_s = 116$ kHz; $AB = 8$ MHz;
exp.: $f_s = 107$ kHz;
— BC 107 A: **1** $A_{u_0} = -40$; $f_s = 236$ kHz; $AB = 9{,}45$ MHz;
exp.: $f_s = 270$ kHz,
2 $A_{u_0} = -61{,}7$; $f_s = 510$ kHz; $AB = 31{,}5$ MHz;
exp.: $f_s = 464$ kHz,
3 $A_{u_0} = -80$; $f_s = 8{,}25$ MHz; $AB = 660$ MHz;
exp.: $f_s = 7{,}5$ MHz.

Se remarcă la acest tip de amplificator creșterea accentuată a amplificării și benzii la scăderea rezistenței interne a generatorului.

Pentru calculul amplificatorului cu două etaje, este necesară calcularea impedanței de intrare a unui etaj:

$$Z_i = (r_{be} + r_b) \frac{1 + j\frac{\omega}{\omega_\beta} \cdot \frac{r_b}{r_{be} + r_b}\left[1 + \frac{C_c}{C_e}\left(1 + R_c S + \frac{R_c}{R_{be}} + \frac{R_c}{r_b}\right)\right]}{1 + j\frac{\omega}{\omega_\beta}\left[1 + \frac{C_c}{C_e}\left(1 + R_c S + \frac{R_c}{r_{be}}\right)\right]}. \tag{5}$$

Amplificatorul cu două etaje are schema echivalentă din figura 4.

Se va calcula amplificarea totală ca produs al amplificării celor două etaje, folosind de două ori relaţia (3). Pentru primul etaj se înlocuieşte R_c cu R_{BC} în paralel cu Z_i. Pentru al doilea etaj se înlocuieşte R_{gb} cu r_b. Făcînd neglijările permise, se obţine o funcţie de transfer cu doi poli reali negativi de frecvenţe f_1 şi f_2:

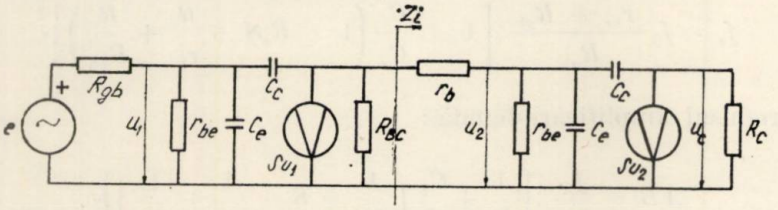


Fig. 4. — Schema echivalentă a amplificatorului cu R_e decuplată, cu 2 etaje.

$$f_1 = f_\beta \frac{r_b + r_{be} + R_{BC}}{r_b + R_{BC}} : \left[1 + (1 + R_c S)\frac{C_c}{C_e}\right],$$

$$f_2 = f_\beta \frac{r_{be} + R_{gb}}{R_{gb}} : \left[1 + R_{BC}\left(S + \frac{1}{R_{gb}}\right)\frac{C_c}{C_e}\right] \tag{6}$$

şi amplificarea la frecvenţe medii:

$$A_{u_o} = \frac{\beta R_c}{r_{be} + R_{gb}} \cdot \frac{\beta R_{BC}}{r_b + r_{be} + R_{BC}} \tag{7}$$

Se observă că f_1 şi al doilea factor al lui A_{u_o} nu depind de R_g. Intuitiv, dar neriguros, se poate considera că aceşti factori se datorează etajului al doilea, iar ceilalţi doi factori primului etaj. Primul factor al lui A_{u_o} este exact amplificarea unui singur etaj de acest tip.

Folosind unilateralizarea, s-ar fi obţinut, bineînţeles, aceeaşi relaţie pentru A_{u_o}, dar şi pentru f_1. Ar fi rezultat, în schimb, f_2 diferit:

$$f_2' = f_\beta \frac{r_{be} + R_{gb}}{R_{gb}} : \left[1 + \left(1 + R_{BC} S \frac{r_b + r_{be}}{r_b + r_{be} + R_{BC}}\right)\frac{C_c}{C_e}\right] > f_2. \tag{8}$$

Dacă f_1 şi f_2 au valori apropiate, se poate considera în locul celor doi poli un pol dublu de frecvenţă f_0:

$$f_0 = \frac{2 f_1 f_2}{f_1 + f_2} \tag{9}$$

şi frecvenţa-limită f_s va fi dată de relaţia [2], [4]

$$f_s = f_0 \sqrt{\sqrt{2} - 1} = 0{,}64\, f_0. \tag{10}$$

Exemple:

— EFT 352: 1 $A_{u_o} = 15{,}5 \cdot 24{,}9 = 386$; $f_1 = 30{,}1$kHz; $f_2 = 24{,}15$ kHz, $f_0 = 26{,}9$ kHz; $f_s = 17{,}3$ kHz; $AB = 6{,}69$ MHz; exp.: $f_s = 17{,}5$ kHz,

2 $A_{u_0} = 864$; $f_2 = 34{,}5$ kHz; $f_0 = 32{,}2$ kHz, $f_s = 20{,}6$ kHz; $AB = 17{,}8$ MHz; exp.: $f_s = 22{,}5$ kHz,
3 $A_{u_0} = 1720$; $f_2 = 143$ kHz; $f_s = 29$ kHz; $AB = 49{,}9$ MHz; exp.: $f_s = 34$ kHz;

–BC 107 A: **1** $A_{u_0} = 40 \cdot 44 = 1760$; $f_1 = 520$ kHz; $f_2 = 326$ kHz, $f_s = 245$ kHz; $AB = 431$ MHz; exp.: $f_s = 250$ kHz,
2 $A_{u_0} = 2715$; $f_2 = 712$ kHz; $f_s = 385$ kHz; $AB = 1048$ MHz; exp.: $f_s = 350$ kHz,
3 $A_{u_0} = 3520$; $f_2 = 11{,}4$ MHz; $f_s \approx f_1 = 520$ kHz; $AB = 1830$ MHz; exp.: $f_s = 490$ kHz.

La amplificatorul cu două etaje, banda crește mai puțin cînd scade R_g, deoarece f_1 este independent de R_g. De aceea AB crește și el mai încet, avantajul față de amplificatorul cu un etaj fiind maxim la $R_g = \infty$. Cînd $R_g = 0$, produsul AB al amplificatorului cu două etaje este abia de 2—3 ori mai mare decît al celui cu un singur etaj. Cînd $R_g = \infty$, banda este apropiată de a amplificatorului cu un etaj (chiar mai mare la BC 107 A).

La amplificatorul *EC* (emitor comun, R_e fiind decuplată) *se poate* folosi unilateralizarea, întrucît dă erori sub 10 % și simplifică mult calculele, mai ales la două sau mai multe etaje.

3. AMPLIFICATORUL CU REZISTENȚĂ NEDECUPLATĂ ÎN EMITOR

Schema și schema echivalentă ale amplificatorului cu un etaj sînt prezentate în figura 5.

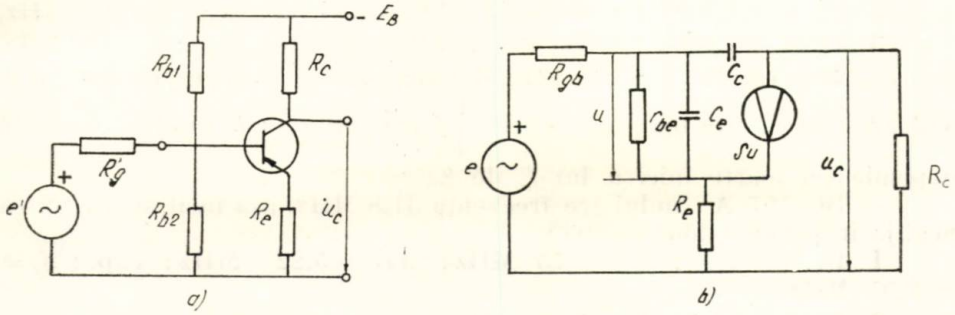


Fig. 5. — Amplificatorul cu rezistență nedecuplată în emitor, cu 1 etaj: *a* — schema; *b* — schema echivalentă.

Calculul este mai laborios și duce la factorul de transfer:

$$A_u = -\frac{\beta R_c}{R} \times$$

$$\times \frac{1 - j\omega C_c\left(R_e + \dfrac{R_e}{\beta} + \dfrac{1}{S}\right) + \omega^2 C_c \dfrac{R_e}{\beta\omega_\beta}}{1 + j\omega\left\{C_c\left[R_c + R_{gb}\dfrac{\beta R_c + (\beta+1)R_e + r_{be}}{R}\right] + \dfrac{R_e + R_{gb}}{\omega_\beta R}\right\} - \dfrac{\omega^2}{\omega_\beta} C_c \dfrac{R_e R_{gb} + R_e R_c + R_{gb} R_c}{R}}, \tag{11}$$

în care

$$R = (\beta + 1)\ R_e + r_{be} + R_{gb}.$$

Se pot neglija termenii de gradul 2 în $j\omega$ şi, în general, termenul de gradul 1 de la numărător, aşa încît expresiile lui A_{u_0} şi f_s se recunosc uşor în relaţia (11). Cu unele neglijări, se obţine produsul amplificare-bandă :

$$AB \approx f_T : \left\{ \frac{R_e + R_{gb}}{R_c} + \frac{C_c}{C_e} S \left[R_e + R_{gb} \left(1 + \frac{R_e}{R_c} \right) \right] \right\}. \qquad (12)$$

Se observă în relaţiile (11) şi (12) că A_{u_0} şi AB depind de R_g, dar mult mai puţin decît la primul tip de amplificator. Adesea se foloseşte relaţia aproximativă

$$A_{u_0} = -\frac{R_c}{R_e},$$

care atrage atenţia asupra *dependenţei foarte mici a lui* A_{u_0} *de* R_g *şi de parametrii tranzistorului.*

Exemple :

— EFT 352 : frecvenţa nulului — 4 MHz — este suficient de mare pentru ca acesta să se poată neglija :

1 $A_{u_0} = -1{,}74$; $f_s = 131$ kHz ; $AB = 228$ kHz ; exp. : $f_s = 136$ kHz,

2 $A_{u_0} = -1{,}852$; $f_s = 298$ kHz ; $AB = 551$ kHz ; exp. : $f_s = 308$ kHz,

3 $A_{u_0} = -1{,}905$; $f_s = 630$ kHz ; $AB = 1{,}2$ MHz ; exp. : $f_s = 670$ kHz.

În cazul **3** ar rezulta $f_s \approx 661$ kHz, dar contează şi termenul de ordinul 2. Valoarea lui f_s este mai mare decît $\frac{1}{4} f_\alpha$, dar relaţia *este* valabilă, datorită dependenţei foarte mici a lui f_s de β ;

— BC 107 A : nulul are frecvenţa 31,8 MHz, aşa încît se va putea neglija în primele două cazuri :

1 $A_{u_0} = -1{,}9$; $f_s = 2{,}75$ MHz ; $AB = 5{,}22$ MHz ; exp. : $f_s = 2{,}95$ MHz,

2 $A_{u_0} = -1{,}93$; $f_s = 7{,}05$ MHz ; $AB = 13{,}62$ MHz ; exp. : $f_s = 6{,}75$ MHz,

3 $A_{u_0} = -1{,}94$; $f_s \approx 31{,}5$ MHz ; $AB = 61{,}05$ MHz ; exp. : $f_s = 28{,}6$ MHz.

În cazul **3**, frecvenţa polului este 24,3 MHz ; nu contează termenii de gradul 2, dar contează nulul.

Folosind unilateralizarea, se obţinea

$$f'_s = f_\beta \frac{\beta R_e + R_{gb}}{R_e + R_{gb}} : \left[1 + \frac{C_c}{C_e} \left(R_c + \frac{R_{gb}\, R_e}{R_{gb} + R_e} \right) \right], \qquad (13)$$

care ducea la f_s' foarte apropiat de f_s la EFT 352, iar pentru BC 107 A în situațiile **2** și **3** 5,75 și 15 MHz, deci erori prea mari.

La acest tip de amplificator, A_{u_0} este mult mai mică decît la primul tip, de aceea AB este mai mic. Avantajele sale sînt : amplificarea constantă pînă la $f = 0$ (în absența condensatoarelor de cuplaj), distorsiunile nelineare mai mici datorită reacției negative puternice și impedanța de intrare mult mai mare. Banda mai largă nu face parte din avantaje, deoarece la primul tip de amplificator, micșorînd R_c, se obține aceeași bandă ca la acest tip, dar cu amplificare mai mare, sau aceeași A_{u_0}, dar cu bandă mult mai largă.

Un alt dezavantaj — mai puțin evident — al acestui tip de amplificator este instabilitatea potențială mai mare decît a amplificatorului EC, datorită impedanței de intrare mai mari [1].

Ca și la amplificatorul EC, trebuie calculată impedanța de intrare :

$$Z_i = R' \frac{1 + j\omega\left[C_c\left(R_c + r_b\frac{\beta R_c + R' - r_b}{R'}\right) + \frac{R_e + r_b}{\omega_\beta R'}\right] - \frac{\omega^2}{\omega_\beta} C_c \frac{R_e(r_b + R_c) + R_c r_b}{R'}}{1 + j\omega\left\{C_c\left[(\beta+1)(R_c + R_e) + r_{be}\right] + \frac{1}{\omega_\beta}\right\} - \frac{\omega^2}{\omega_\beta} C_c (R_c + R_e)}, \tag{14}$$

unde

$$R' = (\beta + 1) R_e + r_{be} + r_b$$

În amplificatorul cu două etaje, al doilea etaj este atacat de un generator cu $R_g = 1{,}43$ kΩ, deci banda amplificatorului cu două etaje nu poate fi mai largă decît a amplificatorului cu un etaj în situația 2, indiferent de R_g. La aceste frecvențe se poate neglija termenul în ω^2 de la numărător cu eroare sub 5%, nu însă și cel de la numitor.

Amplificarea totală pentru două etaje se calculează cu același procedeu ca la amplificatorul EC. Cu observația făcută anterior asupra frecvenței-limită, se pot neglija cele două nuluri cu eroare sub 5%. În urma unor neglijări și la numitor, care duc la erori sub 10 % și compensate parțial de erorile datorită neglijării nulurilor, se obține funcția de transfer cu doi poli reali negativi de frecvențe f_1 și f_2 :

$$f_1 = f_\beta : \left\{\frac{R_e + r_b + R_{BC}}{R' + R_{BC}} + \omega_\beta C_c\left[R_c + \frac{\beta R_c + R' - r_b}{R' + R_{BC}}(r_b + R_{BC})\right]\right\}, \tag{15}$$

$$f_2 = f_\beta : \left[\frac{R_e + R_{gb}}{R} + \omega_\beta C_c\left(R_{BC} + R_{gb}\frac{\beta R_{BC} + R - R_{gb}}{R}\right)\right] \tag{15'}$$

și amplificarea la frecvențe medii :

$$A_{u_0} = \frac{\beta R_c}{R} \cdot \frac{\beta R_{BC}}{R' + R_{BC}} = A_{v_0\text{etaj}} \cdot A'_{u_0}, \tag{16}$$

cu aceleaşi observaţii şi comentarii ca la amplificatorul *EC* cu două etaje.

Exemple :

— EFT 352 : $A'_{u_0} = -1{,}325$; $f_1 = 303$ kHz,
1 $A_{u_0} = 2{,}305$; $f_2 = 147{,}5$ kHz ; $f_s = 130$ kHz ; $AB = 300$ kHz ; exp. : $f_s = 136$ kHz,
2 $A_{u_0} = 2{,}45$; $f_2 = 341$ kHz ; $f_s = 205$ kHz ; $AB = 502$ kHz ; exp. : $f_s = 220$ kHz,
3 $A_{u_0} = 2{,}52$; $f_2 = 808$ kHz ; $f_s = 270$ kHz ; $AB = 680$ kHz ; exp. : $f_s = 276$ kHz ;

— BC 107 A : $A'_{u_0} = 1{,}38$; $f_1 = 7{,}1$ MHz,
1 $A_{u_0} = 2{,}62$; $f_2 = 3{,}39$ MHz ; $f_s = 2{,}85$ MHz ; $AB = 7{,}47$ MHz ; exp. : $f_s = 2{,}5$ MHz,
2 $A_{u_0} = 2{,}66$; $f_2 = 8{,}95$ MHz ; $f_s = 5{,}11$ MHz ; $AB = 13{,}6$ MHz ; exp : $f_s = 4{,}8$ MHz,
3 $A_{u_0} = 2{,}68$; $f_2 = 28$ MHz ; $f_s = 6{,}65$ MHz ; $AB = 17{,}82$ MHz ; exp : $f_s = 6$ MHz.

La ambele tipuri de tranzistoare, în situaţia **1** banda este aproximativ egală cu a amplificatorului cu un etaj, iar în situaţiile **2** şi **3** chiar şi produsul AB este mai mic decît la un etaj, deci numai cerinţa ca faza amplificării la frecvenţe joase să fie 0, nu 180°, poate justifica adăugarea unui al doilea etaj.

Dezavantajele amplificatorului cu rezistenţă nedecuplată în emitor sînt *mai* accentuate la două etaje decît la un etaj. Acest tip de amplificator rămîne practic doar o treaptă spre înţelegerea şi calculul amplificatorului următor. Numai amplificatorul de acest tip cu un etaj prezintă interes practic, şi aceasta numai în trei situaţii :

— etajul inversor de fază : $R_c = R_e$ şi se culeg din colector şi emitor semnale identice, de amplitudine egală şi fază opusă, de exemplu pentru atacarea unui etaj final în contratimp ;

— este necesară inversarea fazei şi, eventual, modificarea componentei continue, fără a fi nevoie şi de amplificare mare, de exemplu la oscilatoarele *RC* cu tranzistoare, cu amplificator diferenţial ;

— este necesar ca etajul să aibă impedanţă de intrare mare, amplificarea lui putînd fi foarte mică.

4. AMPLIFICATORUL CU CONDENSATOR DE CORECŢIE ÎN PARALEL CU R_e

Aşa cum o arată şi numele, schema este cea din figura 5, la care se adaugă în paralel cu R_e un condensator C cu 4—6 ordine de mărime mai mic decît un condensator de decuplare. Condensatorul C se dimensionează astfel încît, la frecvenţele înalte la care amplificarea ar începe să scadă, el să scurtcircuiteze rezistenţa R_e, să anuleze deci reacţia negativă pe care etajul o are la frecvenţe joase şi medii şi să menţină astfel amplificarea constantă pînă la frecvenţe *mai* înalte.

$$\frac{A_u}{A_{uo}} =$$

$$\left.\frac{}{}\right\} - j\frac{\omega^3}{\omega_\beta} C_e \tau \frac{R_{gb} R_e}{R}. \quad (17)$$

cazatoare

Bineî

C. Factorul de transfer se obține din

torului precedent (relația (11) fără neglijări) prin înlocuirea lui R_e cu $Z_e = \frac{R_e}{1 + j\omega R_e C} = \frac{R_e}{1 + j\omega\tau}$, eliminînd numitorii și grupînd termenii :

Factorul de transfer este de forma

$$\frac{A_u}{A_{u_0}} = A(\omega) = \frac{1 + j\omega m + \omega^2 n}{1 + j\omega a - \omega^2 b - j\omega^3 c}, \quad (18)$$

deci caracteristica de amplitudine va fi dată de

$$|A|^2 = \frac{1 + \omega^2(m^2 + 2n) + \omega^4 n^2}{1 + \omega^2(a^2 - 2b) + \omega^4(b^2 - 2ac) + \omega^6 c^2}. \quad (19)$$

Condiția M.L.A. este ca coeficienții termenilor de același grad de la numărătorul și numitorul relației lui $|A|^2$ să fie egali, deci

$$m^2 + 2n = a^2 - 2b, \quad (20)$$

$$n^2 = b^2 - 2ac. \quad (20')$$

Prima relație este mai importantă, deoarece asigură anularea *primei* derivate a lui $|A|$ în origine. Se va neglija c, deși el contează cînd $R_g = 0$ (cînd banda amplificatorului este mai largă), întrucît ar rezulta o

ecuaţie de gradul 3 pentru determinarea frecvenţei-limită; ca atare, se renunţă la condiţia (20′).

Condiţia (20) duce la ecuaţia din care se determină C:

$$R_e C = \tau = \frac{-B + \sqrt{B^2 + AE}}{A}, \tag{21}$$

unde

$$A = (\beta + 1)\frac{R + r_{be} + R_{gb}}{R_e}, \qquad B = (\beta + 1) C_c \frac{R_{gb}(\beta R_c - R_{gb}) - R^2/\beta}{R_e} +$$

$$+ \frac{\beta R_{gb} - r_{be}}{R_e \omega_\beta},$$

$$E = C_c^2\left[\left(R\frac{R_c}{R_e} + R_{gb}\frac{\beta R_c + R - R_{gb}}{R_e}\right)^2 - \left(\frac{R - R_{gb}}{R_e}R\right)^2\right] +$$

$$+\left(\frac{R_{gb} + R_e}{R_e \omega_\beta}\right)^2 + \frac{2C_c}{R_e \omega_\beta}\left[R_{gb}\left(\beta R_c - R_{gb} + R_{gb}\frac{\beta R_c + R - R_{gb}}{R_e}\right) - \frac{R^2}{\beta}\right],$$

După aflarea lui C se calculează coeficienţii m, n şi b şi frecvenţa-limită, neglijînd c:

$$f_s = \frac{m^2 + 2n + \sqrt{(m^2+2n)^2 - 4(2n^2 - b^2)}}{8\pi^2 |2n^2 - b^2|}. \tag{22}$$

Exemple:

— EFT 352: **1** $A_{u_0} = -1{,}74$; $C = 652$ pF; $f_s = 232$ kHz; $AB = 404$ kHz; exp: $C = 560$ pF; $f_s = 230$ kHz,

2 $A_{u_0} = -1{,}852$; $C = 285$ pF; $f_s = 414{,}6$ kHz; $AB = 768$ kHz; exp: $C = 325$ pF; $f_s = 476$ kHz,

3 $A_{u_0} = -1{,}905$; $C = 148$ pF; $f_s = 954$ kHz; $AB = 1{,}822$ MHz; exp: $C = 165$ pF; $f_s = 1{,}1$ MHz,

— BC 107 A: **1** $A_{u_0} = -1{,}9$; $C = 31{,}9$ pF; $f_s = 6{,}1$ MHz; $AB = 11{,}6$ MHz; exp: $C = 27$ pF; $f_s = 6{,}5$ MHz,

2 $A_{u_0} = -1{,}93$; $C = 26$ pF; $f_s = 16{,}2$ MHz; $AB = 31{,}25$ MHz; exp: $C = 21$ pF; $f_s = 15$ MHz,

3 $A_{u_0} = -1{,}94$; $C = 8{,}8$ pF; $f_s \approx 180$ MHz; $AB \approx 348$ MHz; exp: $C = 9$ pF; $f_s = 50$ MHz.

Diferențele dintre valorile calculate și cele experimentale sînt mai mari decît la primele două amplificatoare, datorită neglijărilor care au trebuit făcute și datorită capacităților parazite de care trebuie ținut seama la frecvențe mai înalte. Astfel, la BC 107 A, în situația **3** ar rezulta din relația (22) $f_s = 372$ MHz $> f_\alpha$, dar intervine termenul de gradul 3 de la numitorul relației (19), apoi dependența de frecvență a parametrilor tranzistorului.

Față de amplificatorul necorectat, banda este de 1,5 — 2 ori mai largă. La $R_g = \infty$, produsul AB este mai mare decît al amplificatorului EC, deși A_{u_0} este mult mai mic, datorită componentei capacitive mult mai mici a impedanței de intrare a acestui tip de amplificator decît a amplificatorului EC.

Față de amplificatorul precedent, cu ajutorul condensatorului C se realizează o *corecție la frecvențe înalte* și circuitul este denumit în consecință. Față de amplificatorul EC însă, produsul AB este în general mai mic, deci nu se poate vorbi de o corecție la frecvențe înalte. Față de acel amplificator, acesta prezintă doar avantajul că amplificarea nu scade la frecvențe joase, deci, mărind raportul R_c/R_e pentru a obține aceeași amplificare, acest amplificator realizează comparativ *corecția la frecvențe joase*.

Există și amplificatoare diferențiale care, dacă sînt simetrice, au aceiași factori de transfer ca aceste prime trei tipuri de amplificatoare :

— amplificatorul diferențial obișnuit, ca amplificatorul EC ;

— amplificatorul diferențial cu rezistențe de reacție negativă în emitori, ca amplificatorul cu R_e nedecuplată ;

— amplificatorul diferențial cu condensator de corecție între emitori (fig. 6), ca amplificatorul cu condensator de corecție în paralel cu R_e.

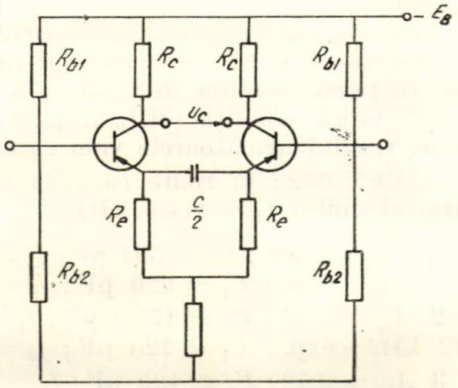


Fig. 6. — Amplificatorul diferențial cu condensator de corecție între emitori.

Față de amplificatoarele asimetrice față de masă, cele diferențiale prezintă avantajele cunoscute și dezavantajul folosirii a două tranzistoare în loc de unul în fiecare etaj.

Impedanţa de intrare a amplificatorului cu grup RC de corecţie în emitor se calculează înlocuind în (14) R_e cu Z_e. Se obţine

Amplificarea totală pentru două etaje se calculează în acelaşi mod ca la primele două amplificatoare şi neglijările se bizuie pe aceleaşi consideraţii. Din factorul de transfer obţinut rezultă caracteristica de amplitudine care duce la $|A|^2$ de forma

$$|A|^2 = \frac{1 + \omega^2(m^2 + 2n) + \omega^4 n^2}{1 + \omega^2(a^2 - 2b) + \omega^4 b^2} \cdot \frac{1 + \omega^2(m_1^2 + 2n_1) + \omega^4 n_1^2}{1 + \omega^2(a_1^2 - 2b_1) + \omega^4 b_1^2}. \quad (24)$$

Prima fracţie este $|A|^2$ a amplificatorului cu un etaj în cazul **2**. A doua fracţie este de aceeaşi formă, în care se înlocuieşte R_c cu R_{BC}. Se poate admite aproximaţia, foarte intuitivă, că cele două fracţii reprezintă aportul etajului 2, respectiv al primului etaj. Se vor nota analog condensatoarele de corecţie: C_1 la primul etaj şi C (fără indice) la al doilea.

Prima condiţie pentru a obţine un factor de transfer M.L.A. (anularea în origine a primei derivate a lui $|A|^2$ în raport cu ω^2) duce la relaţia

$$[(m^2 + 2n) - (a^2 - 2b)] + [(m_1^2 + 2n_1) - (a_1^2 - 2b_1)] = 0. \quad (25)$$

S-ar putea scrie şi relaţiile care decurg din anularea următoarelor două derivate, dar complicaţiile matematice (calculul C, C_1 şi f_s) şi practice (ajustarea C şi C_1) sînt mari, iar îmbunătăţirea mică. Este mai simplu să se pună condiţia de anulare a fiecăreia din cele două diferenţe din (25), adică condiţia M.L.A. pentru fiecare etaj. Folosind această condiţie, rezultă următoarele valori calculate şi experimentale:

— EFT 352: în toate cazurile $C = 285$ pF şi frecvenţa-limită a etajului al doilea $f_2 = 414{,}6$ kHz:

1 $A_{u_0} = 2{,}305$; $C_1 = 594$ pF; $f_1 = 308{,}5$ kHz; $f_s = 255$ kHz; $AB = 588$ kHz; exp.: $C_1 = 620$ pF; $f_s = 250$ kHz,

2 $A_{u_0} = 2{,}45$; $C_1 = 175{,}2$ pF; $f_1 = 718$ kHz; $f_s = 385$ kHz; $AB = 942$ kHz; exp.: $C_1 = 220$ pF; $f_s = 440$ kHz,

3 $A_{u_0} = 2{,}52$; $C_1 = 129$ pF; $f_1 = 2{,}415$ MHz; $f_s = 414$ kHz; $AB = 1{,}085$ MHz; exp.: $C_1 = 150$ pF; $f_s = 480$ kHz;

— BC 107 A: în toate cazurile $C = 26$pF $f_2 = 16{,}2$ MHz;

1 $A_{u_0} = 2{,}62$; $C_1 = 27{,}5$ pF; $f_1 = 7{,}81$ MHz; $f_s = 7{,}4$ MHz; $AB = 19{,}4$ MHz; exp.: $C_1 = 24$ pF; $f_s = 6{,}5$ MHz,

2 $A_{u_0} = 2{,}66$; $C_1 = 12{,}1$ pF ; $f_1 = 22{,}4$ MHz ; $f_s = 13{,}5$ MHz ; $AB = 35{,}9$ MHz ; exp. : $C_1 = 14$ pF ; $f_s = 11{,}7$ MHz,

3 $A_{u_0} = 2{,}68$; $C_1 = 6{,}96$ pF ; $f_1 = 385$ MHz ; $f_s = 16$ MHz ; $AB = 43$ MHz ; exp.: $C_1 = 9$ pF ; $f_s = 15$ MHz.

La ambele tipuri de tranzistoare, în cazul **3** rezultă din calcul $f_1 > f_T$, deci nereal, căci intervin termenii de grad superior. Nu s-a mai recalculat f_1, întrucît, oricum, f_s este determinată de f_2.

Cu ambele tipuri de tranzistoare, în cazul **1** banda este mai largă decît a amplificatorului cu un etaj, iar în cazul **3** chiar și produsul AB este mai mic decît al amplificatorului cu un etaj.

Față de amplificatorul necorectat, indiferent de R_g, banda este de aproximativ 1,8 ori mai largă la EFT 352 și de 2,6 ori la BC 107 A. În toate cazurile, produsul AB este mult mai mic decît al amplificatorului *EC*. Celelalte considerații de la amplificatorul corectat cu un etaj se extind și la cel cu două etaje.

Față de amplificatorul *EC* este deci avantajos numai amplificatorul corectat cu un etaj și numai pentru valori mari ale lui R_g. Acest circuit mai prezintă interes cînd amplificarea nu trebuie să scadă la frecvențe joase.

La următoarele tipuri de amplificatoare, o celulă (termenul de „etaj" ar fi impropriu) cuprinde două tranzistoare, de aceea nu se vor calcula amplificatoarele cu două celule.

5. AMPLIFICATORUL CU REACȚIE POZITIVĂ REPETOR-EMITOR

În [12] este tratat un circuit similar *cu tuburi*. Acest circuit *cu tranzistoare* nu a fost tratat în literatură. Ideea este doar enunțată, fără calcule, în [13]. Schema și schema echivalentă sînt date în figura 7.

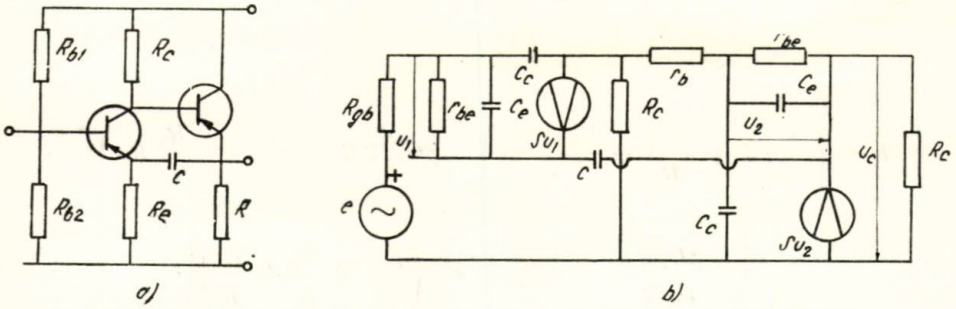


Fig. 7. — Amplificatorul cu reacție pozitivă repetor-emitor : *a* — schema ; *b* — schema echivalentă.

Simbolul R are aici altă semnificație decît la cele două amplificatoare precedente.

Nu se folosesc relațiile de la amplificatoarele cu reacție, căci aceasta ar presupune neglijări inadmisibile, ci se scriu ecuațiile pe ochiuri și noduri, ca la toate celelalte amplificatoare. Rezolvarea sistemului de ecua-

ţii este foarte laborioasă, dar nu se poate folosi calculatorul, deoarece e un calcul literal, nu numeric. Se vor prezenta relaţiile finale în ordinea utilizării lor, nu a obţinerii lor. Factorul de transfer este de forma

$$A_u = -N_0 \frac{1 + j\omega m + \omega^2 n}{a + j\omega b - \omega^2 c}. \tag{26}$$

Impunînd condiţia M.L.A., rezultă valoarea condensatorului C:

$$C = \frac{B \pm \sqrt{B^2 - AE}}{A}, \tag{27}$$

unde

$$A = [\beta R_c - (R_c + 2r_{be} + 2r_b + R_g)]^2 -$$

$$- \left(\beta R_e + R_e + r_{be} + R_{gb} + R_e \frac{R_c + r_{be}}{R}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{\beta} - \frac{1}{SR_c}\right)^2,$$

$$B = \frac{1}{\omega_\beta}\left\{[\beta R_c - (R_c + 2r_{be} + 2r_b + R_g)]\left(1 + \frac{R_{gb}}{R_e} + \frac{R_c + r_b}{R}\right) - \right.$$

$$\left. - \frac{R_c + r_b + R_{gb}}{R_e}\left(\beta R_e + R_e + r_{be} + R_{gb} + R_e \frac{R_c + r_{be}}{R}\right)\right\} +$$

$$+ \beta C_c \left(2R_c + R_{gb} + \frac{R_c}{R_e} R_{gb}\right)[\beta R_c - (R_c + 2r_{bs} + 2r_b + R_g)],$$

$$E = \left[\frac{1}{\omega_\beta}\left(1 + \frac{R_{gb}}{R_e} + \frac{R_c + r_b}{R}\right) + \beta C_c \left(2R_c + R_{gb} + \frac{R_c}{R_e} R_{gb}\right)\right]^2 -$$

$$- 2\frac{\beta C_c}{\omega_\beta}\left[R_e + 2R_c + R_{gb}\left(1 + 2\frac{R_c}{R_e} + \frac{R_c}{R}\right)\right].$$

Din ecuaţie pot rezulta două valori reale pozitive pentru C, datorită celor două efecte ale introducerii acestui condensator: reacţie pozitivă la frecvenţe înalte pentru primul etaj, dar şi sarcină capacitivă pentru repetor (deci îngustare a benzii). Pe măsura creşterii condensatorului, al doilea efect devine predominant. Practic, crescînd C peste valoarea cea mai mică la care caracteristica este M.L.A., celula începe să oscileze

ca circuit basculant astabil înainte de a se atinge a doua valoare (mai mare) dată de condiția M.L.A. Se va lua deci în calcul numai soluția cea mai mică pentru C.

Se calculează apoi A_{u_0} și coeficienții din (26):

$$A_{u_0} = -\frac{R_c/R_e}{1+\left(1+\frac{R_c+r_{be}+r_b}{R}+\frac{R_{gb}+r_{be}}{R_e}\right)/\beta}, \tag{28}$$

$$\left.\begin{aligned} m &= R_e\left[C\left(1-\frac{1}{\beta}-\frac{1}{SR_c}\right)-C_c\left(1+\frac{1}{SR_e}+\frac{1}{\beta}\right)\right],\\ n &= \frac{R_e}{\beta}\left\{\frac{C_c}{\omega_\beta}+C\left[\frac{1}{\omega_\beta}\left(1+\frac{r_b}{R_c}\right)+r_{be}C_c\left(3+\frac{r_b}{R_c}\right)\right]\right\},\\ c &= R_cR_{gb}C_c^2\left(\beta+1+\frac{r_{be}}{R_e}+\frac{r_{be}}{R}\right)+\\ &+\frac{R_cC_c}{\omega_\beta}\left[2\left(1+\frac{R_{gb}}{R_e}\right)+\frac{R_{gb}}{R_c}+\frac{R_{gb}}{R}\right]+\\ &+C_cC\left\{4r_{be}R_c+R_{gb}\left[R_c+2r_{be}+R_cr_{be}\left(\frac{1}{R_e}+\frac{1}{R}\right)\right]\right\}+\\ &+\frac{R_c+r_b+R_{gb}}{\omega_\beta}C, \qquad a=\beta+1+\frac{R_c+r_{be}}{R}+\frac{R_{gb}+r_{be}}{R_e}. \end{aligned}\right\} \tag{29}$$

Se obține frecvența-limită f_s:

$$f_s^2=\frac{\frac{m^2}{2}+n+\sqrt{\left(\frac{m^2}{2}+n\right)^2+\frac{c^2}{a^2}-2n^2}}{4\pi^2\left(\frac{c^2}{a^2}-2n^2\right)}. \tag{30}$$

Dacă din ecuația (27) rezultă C complex, înseamnă că nu se poate îndeplini condiția M.L.A., adică nu se poate realiza egalitatea coeficienților, deci $\frac{b^2}{a^2}-2\frac{c}{a}-m^2=k>0$. Valoarea minimă a lui k pentru care rezultă C real este cea pentru care

$$C=\frac{B}{A}. \tag{31}$$

Se identifică cele două scrieri simbolice ale ecuației de gradul 2 în C:

$$b^2 - a^2m^2 - 2ac = a^2k = AC^2 - 2BC + E.$$

Pentru a se obține soluții reale confundate, $B^2 = A(E - a^2k)$, deci

$$k = \frac{1}{a^2}\left(E - \frac{B^2}{A}\right). \tag{32}$$

În această situație, deci, se adoptă valoarea $C = \frac{B}{A}$, se calculează A_{u_0} și coeficienții conform relațiilor (28) și (29), se determină k din (32) și se află frecvența-limită cu expresia

$$f_s^2 = \frac{\frac{m^2 - k}{2} + n + \sqrt{\left(\frac{m^2 - k}{2} + n\right)^2 + \frac{c^2}{a^2} - 2n^2}}{4\pi^2\left(\frac{c^2}{a^2} - 2n^2\right)}, \tag{33}$$

Exemple (la ambele tranzistoare $C = 4$ kΩ):

— EFT 352: în toate cele trei cazuri, din (27) ar rezulta C complex:
1 $A_{u_0} = -1{,}71$; $C = 910$ pF; $f_s = 213$ kHz; $AB = 364$ kHz; exp: $C = 820$ pF; $f_s = 260$ kHz,
2 $A_{u_0} = -1{,}823$ $C = 335$ pF $f_s = 486$ kHz $AB = 885$ kHz; exp: $C = 284$ pF; $f_s = 533$ kHz,
3 $A_{u_0} = -1{,}872$ $C = 173{,}2$ pF $f_s = 820$ kHz $AB = 1{,}535$ MHz; exp: $C = 145$ pF; $f_s = 876$ kHz;

— BC 107 A: în toate cele trei cazuri rezultă două valori reale pentru C:
1 $A_{u_0} = -1{,}88$ $C = 22{,}4$ pF; $f_s = 12{,}12$ MHz; $AB = 22{,}8$ MHz; exp: $C = 25$ pF $f_s = 11{,}85$ MHz,
2 $A_{u_0} = -1{,}912$ $C = 9{,}6$ pF; $f_s = 19{,}5$ MHz; $AB = 37{,}1$ MHz; exp: $C = 7{,}2$ pF $f_s = 18{,}25$ MHz,
3 $A_{u_0} = -1{,}925$ $C = 4$ pF; $f_s = 40{,}7$ MHz; $AB = 78{,}4$ MHz; exp: $C = 4{,}2$ pF $f_s = 35$ MHz.

Față de amplificatorul precedent *cu un etaj*, A_{u_0} este aproape aceeași, f_s foarte apropiată în cazurile **1** și **2** și mai mică în cazul **3**, deci acest tip de amplificator este mai puțin avantajos, căci realizează aceste performanțe cu două tranzistoare în loc de unul. El ar putea prezenta interes la R mic sau la sarcini pronunțat capacitive, datorită impedanței de ieșire mult mai mici decît a celorlalte amplificatoare.

6. AMPLIFICATORUL CC – EC (DARLINGTON) (fig. 8)

Acest amplificator este tratat pe scurt în [1] pentru cazul $R_g = R_c$, afirmîndu-se că interacțiunea dintre impedanța de ieșire mică, de natură inductivă a tranzistorului CC și impedanța de intrare capacitivă a tranzistorului EC poate da naștere la poli complecși, eventual la o caracteristică M.L.A.

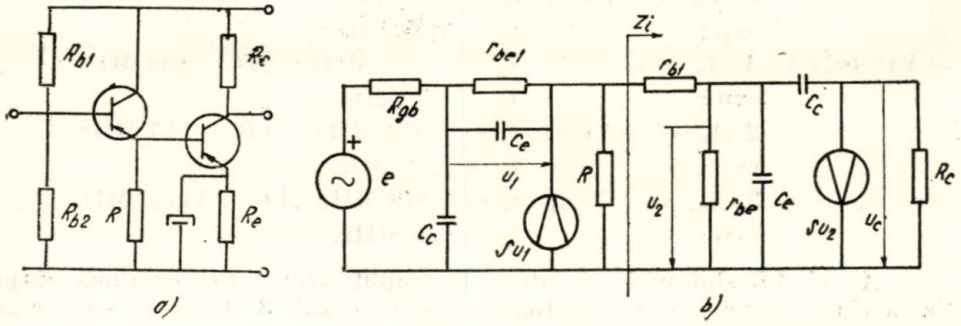


Fig. 8. – Amplificatorul $CC-EC$: a – schema ; b – schema echivalentă.

Se notează cu indicele 1 parametrii primului tranzistor, care lucrează la curent mult mai mic decît T_2. Pentru T_2 se preiau relațiile de la amplificatorul EC, neglijînd și acum nulul lui A_u, dar nu și termenul de gradul 2. Se calculează impedanța de intrare a amplificatorului EC cu neglijări mai mici decît în paragraful 2 :

$$Z_i \approx (r_{be} + r_b) \times$$

$$\times \frac{1+j\omega \frac{r_b}{r_{be}+r_b}\left[\frac{1}{\omega_\beta} + C_c\left(r_{be} + \beta R_c + R_c \frac{r_{be}+r_b}{r_b}\right)\right] - \frac{\omega^2}{\omega_\beta} \cdot \frac{R_c r_b}{r_{be}+r_b} C_c}{1 + j\omega\left[\frac{1}{\omega_\beta} + r_{be}C_c + (\beta+1)R_c C_c\right] - \frac{\omega^2}{\omega_\beta} R_c C_c}. \quad (34)$$

Se neglijează R față de Z_i și se calculează factorul de transfer cu metoda de la amplificatoarele cu două etaje. Expresia completă a factorului de transfer este foarte complicată și *nu poate îndeplini condiția* M.L.A. Cu neglijările permise se obțin A_{u_0} și frecvența-limită :

$$A_{u_0} = -\frac{\beta R_c}{r_{be} + r_b + (r_{be1} + R_{gb})/(\beta_1 + 1)}, \quad (35)$$

$$\frac{1}{2\pi f_s} = \left[\frac{1}{\omega_\beta} + r_{be}C_c + (\beta+1)R_c C_c\right]\left(r_b + \frac{r_{be1}+R_{gb}}{\beta_1+1}\right)\frac{1}{r_{be}+r_b} + \frac{r_{be} R_c C_c}{r_{be}+r_b}. \quad (36)$$

Exemple :

În toate cazurile curentul prin T_1 este 0,1 mA, de aceea $\beta_1 \approx 0{,}8\beta$.

— EFT 352 : **1** $A_{u_0} = -53$; $f_s = 38{,}1$ kHz ; $AB = 2{,}02$ MHz ;
exp : $f_s = 43$ kHz,
2 $A_{u_0} = -55{,}8$; $f_s = 44$ kHz ; $AB = 2{,}45$ MHz ;
exp : $f_s = 48$ kHz,
3 $A_{u_0} = -56{,}9$; $f_s = 47$ kHz ; $AB = 2{,}67$ MHz ;
exp : $f_s = 51{,}5$ kHz ;

— BC 107 A : **1** $A_{u_0} = -74{,}1$; $f_s = 1{,}458$ MHz ; $AB = 108$ MHz ;
exp : $f_s = 1{,}5$ MHz,
2 $A_{u_0} = -74{,}4$; $f_s = 1{,}542$ MHz ; $AB = 115$ MHz ;
exp : $f_s = 1{,}58$ MHz,
3 $A_{u_0} = -74{,}5$; $f_s = 1{,}578$ MHz $AB = 117{,}6$ MHz ;
exp : $f_s = 1{,}6$ MHz.

A_{u_0} şi AB sînt mai mici decît la amplificatorul EC cu două etaje (la acelaşi număr de tranzistoare), iar în cazul **3** A_{u_0} şi f_s sînt mai mici chiar şi faţă de amplificatorul EC cu un etaj.

La acest tip de amplificator, A_{u_0} şi f_s depind mult mai puţin de R_g decît la orice alt tip, totuşi el nu prezintă interes ca tip de amplificator, ci ca un calcul exact al succesiunii repetor-amplificator, foarte des întîlnită în schemele cu tranzistoare.

7. AMPLIFICATORUL DIFERENŢIAL NEUTRODINAT (fig. 9)

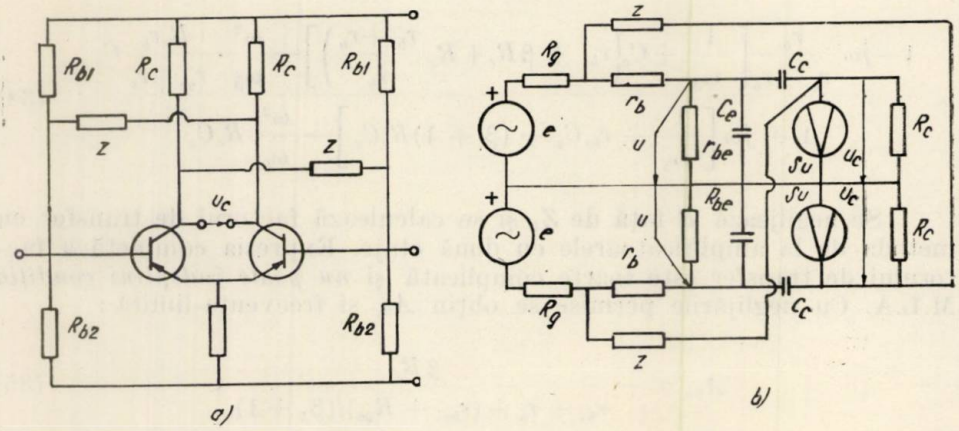


Fig. 9. — Amplificatorul diferenţial neutrodinat : *a* — schema ; *b* — schema echivalentă.

Simetria circuitului duce la înjumătăţirea numărului de ecuaţii.

Datorită conectării reacției pozitive, *nu se poate neglija* r_b, nici chiar la $R_g = \infty$. Se obține factorul de transfer

Se va calcula amplificatorul considerînd tipuri semnificative ale impedanței Z.

7.1 CORECȚIA CU ALTĂ PERECHE DE TRANZISTOARE, IDENTICE CU PRIMELE, ALE CĂROR JONCȚIUNI COLECTOR-BAZĂ CONSTITUIE IMPEDANȚELE Z (fig. 10)

Schema prezintă interes *numai pentru circuitele integrate*, căci numai așa se pot realiza tranzistoare cu parametri foarte apropiați și numai așa este economică soluția. Se va vedea că creșterea AB este mai mică decît la adăugarea încă unui etaj ; or, numai în circuitele integrate adăugarea încă unei perechi de tranzistoare nu mărește prea mult

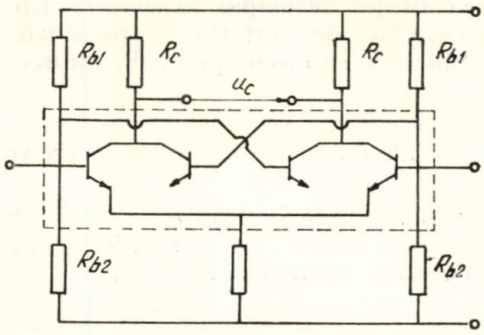


Fig. 10. — Amplificatorul diferențial corectat cu altă pereche de tranzistoare.

costul, și aceasta mai ales pentru că pe plăcuța de siliciu zonele de colector sînt comune pentru cîte două tranzistoare : unul amplificator și unul de corecție. Soluția este prezentată în [13], [14] și [15] sub numele de amplificator „cu C_c compensat cu tranzistoare", fără calcule, dar cu rezultatele obținute experimental.

Se înlocuiește în (37) $Z = r_b + 1/j\omega C_c$. Din compararea coeficienților se vede că se pot neglija nulurile și termenul de gradul 3 de la numitor. Rezultă factorul de transfer :

Din examinarea relaţiei se observă că nu se compensează complet efectul C_c. Bineînţeles, A_{u_0} este aceeaşi ca la amplificatorul *EC*.

Exemple:

— EFT 352: **1** $A_{u_0} = -15{,}5$; $f_s = 36{,}6$ kHz; $AB = 551$ kHz,
2 $A_{u_0} = -34{,}7$; $f_s = 47{,}4$ kHz; $AB = 1{,}645$ MHz,
3 $A_{u_0} = -69$; $f_s = 113{,}2$ kHz; $AB = 7{,}8$ MHz;

— BC 107 A: **1** $A_{u_0} = -40$; $f_s = 2{,}154$ MHz; $AB = 86{,}2$ MHz,
2 $A_{u_0} = -61{,}7$; $f_s = 3{,}73$ MHz; $AB = 230$ MHz,
3 $A_{u_0} = -80$; $f_s = 6{,}42$ MHz; $AB = 513$ MHz.

Îmbunătăţirea este *mică* la EFT 352: banda creşte în cazurile **1** şi **2** de 1,5 ori. Calculul cu acest tranzistor a fost făcut numai pentru comparaţie, căci, oricum, tranzistoarele de germaniu nu pot fi realizate în circuite integrate. La BC 107 A, banda creşte de 7—8 ori faţă de amplificatorul *EC*. La ambele tranzistoare, cînd $R_g = 0$, banda este mai îngustă decît a amplificatorului *EC*, deoarece reacţia pozitivă dispare şi Z reprezintă numai o sarcină în paralel cu R_c la frecvenţe înalte. Este singurul circuit care nu a fost verificat experimental, datorită imposibilităţii de a găsi patru tranzistoare cu parametri suficient de apropiaţi între ei.

Avantajul principal al acestui tip de amplificator este independenţa corecţiei de variaţia temperaturii şi a tensiunii de alimentare şi imposibilitatea supracompensării, indiferent de R_g.

7.2. CORECŢIA CU CONDENSATOARE DE NEUTRODINARE

Se înlocuieşte în (37) $Z = 1/j\omega C$. Se neglijează termenii de grad maxim de la numărător şi numitor, apoi se pune condiţia M.L.A. Rezultă valoarea optimă a lui C:

$$C = (B - \sqrt{B^2 - AE})/A, \tag{39}$$

în care

$$A = [(R_c + R_g)(r_{be} + r_b) - (\beta - 1) R_c R_g]^2;$$

$$E = \frac{R_{gb}^2}{\omega_\beta^2} + 2\frac{R_{gb}^2}{\omega_\beta}\beta R_c C_c + R_c^2 (r_{be} + \beta R_{gb})^2 C_c^2,$$

$$B = r_{be} R_c \left\{ \frac{S R_g R_{gb}}{\omega_\beta} + \right.$$

$$\left. + C_c[(SR_{gb}+1)R_g(\beta R_c - r_{be} - r_b) + (R_{gb} + r_{be})(SR_g r_b + 4R_g + r_b - SR_{gb}R_c - R_c)] \right\}.$$

Pentru $R_g \geqslant r_b$, frecvența-limită este dată de relația

$$\frac{1}{4\pi^2 f_s^2} = \frac{1}{R_{gb} + r_{be}} \times$$

$$\times \left[C \frac{R_c R_{gb} + r_b R_g}{\omega_\beta} + CC_c r_{be} R_c (4R_g + r_b + Sr_b R_g) + C_c \frac{R_c R_{gb}}{\omega_\beta} \right]. \tag{40}$$

A_{u_0} este, evident, egală cu a amplificatorului *EC*.

Exemple :

— EFT 352 : **1** $A_{u_0} = -15{,}5$; $C = 103$ pF ; $f_s = 113{,}5$ kHz ; $AB = 1{,}76$ MHz ; exp : $C = 95$ pF $f_s = 125$ kHz,
2 $A_{u_0} = -34{,}7$; $C = 58{,}2$ pF ; $f_s = 196$ kHz ; $AB = 6{,}8$ MHz ; exp : $C = 56$ pF $f_s = 200$ kHz ;

— BC 107 A : **1** $A_{u_0} = -40$; $C = 3{,}36$ pF ; $f_s = 5{,}18$ MHz ; $AB = 207{,}2$ MHz ; $C = 3{,}6$ pF $f_s = 5{,}3$ MHz,
2 $A_{u_0} = -61{,}7$; $C = 3{,}55$ pF ; $f_s = 7{,}3$ MHz ; $AB = 450$ MHz ; exp : $C = 3{,}9$ pF $f_s = 7$ MHz.

Îmbunătățirea este sensibil mai mare decît cu tranzistoare de compensare : banda crește față de amplificatorul *EC* de 5—6 ori la EFT 352 și de 15—20 de ori la BC 107 A.

La $R_g = 0$ rezultă C complex, cu partea reală negativă, căci dispare reacția pozitivă și rămîne doar sarcina capacitivă. Se poate determina R_g minim, de la care este fizic posibilă neutrodinarea, din condiția $B^2 - AE = 0$. De exemplu :

— pentru EFT 352 $R_{g\min} = 20{,}5\ \Omega$ la care $A_{u_0} = -68$ $C = 137{,}3$ pF $f_s = 439$ kHz $AB = 29{,}9$ MHz ;

— pentru BC 107 A $R_{g\min} = 24{,}3\ \Omega$ la care $A_{u_0} = -78{,}8$ $C = 0{,}042$ pF.

Valoarea lui C este imposibil de realizat, deci se ia $C = 0$ și rezultă $f_s \approx 6{,}2$ MHz cu ajutorul relațiilor de la amplificatorul *EC*.

Aceasta este, indiscutabil, *soluția cea mai avantajoasă* dintre cele calculate pentru un amplificator de bandă largă cu două tranzistoare.

8. ALTE VARIANTE DE AMPLIFICATOARE DE BANDĂ LARGĂ

În afară de schemele calculate, mai există și alte tipuri de amplificatoare de bandă largă :

a) *Amplificatorul cu reacție pozitivă emitor-emitor* (fig. 11).În [12] este tratat un circuit similar *cu tuburi*. Circuitul *cu tranzistoare nu a mai fost întîlnit* nici în literatură, nici în vreun montaj. Fiecare etaj are o reacție negativă locală datorită lui R_e și există și reacția pozitivă la frecvențe înalte prin C ;

b) *Amplificatoarele cu reacție serie-șunt și șunt-serie* sînt tratate, pentru anumite cazuri, în [1], [15], [16], [17], [18] ;

c) *Amplificatorul cu reacție* $C_b R_b$ [1] ;

d) *Amplificatorul cascod.*

Rezultatele calculate şi experimentale vor fi publicate într-o lucrare ulterioară.

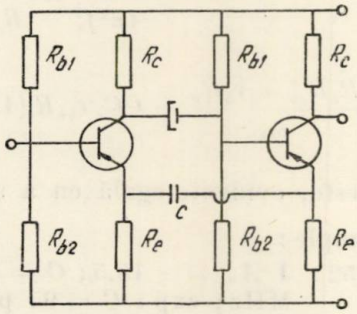


Fig. 11. — Amplificatorul cu reacţie pozitivă emitor-emitor.

9. VERIFICĂRI EXPERIMENTALE. CONCLUZII

În general, rezultatele experimentale sînt apropiate de cele calculate. Valorile experimentale ale lui C şi f_s au fost notate alături de cele calculate, pentru comparaţie. Valorile experimentale ale lui A_{u_0} au corespuns totdeauna calculului, aşa încît nu au mai fost menţionate separat.

Pentru un calcul exact, trebuie cunoscuţi parametrii fiecărui tranzistor folosit. Pentru o producţie de serie, datorită toleranţelor tranzistoarelor şi a celorlalte piese, trebuie prevăzută ajustarea condensatoarelor de corecţie cu $\pm$ 25 % faţă de valoarea calculată. Se obţine, ca atare, f_s cu erori de acelaşi ordin de mărime.

Erorile experimentale se datoresc atît aparatelor folosite şi radiaţiilor parazite din laborator, cît şi faptului că în această etapă s-au neglijat capacităţile parazite din montaj.

Amplificatorul EC are caracteristica de amplitudine căzătoare la frecvenţe joase de la valoarea A_{u_0} (la frecvenţe medii) la amplificarea amplificatorului cu R_e nedecuplat [9]. Cu cît condensatorul de decuplare scade, cu atît f_j creşte, pînă cînd A_u nu va mai atinge A_{u_0}, iar la o valoare *mai* mică se ajunge la amplificatorul cu condensator de corecţie în paralel cu R_e. Intuitiv deci, aceste două tipuri de amplificatoare ar trebui să aibă acelaşi produs AB, deoarece asimptota scăderii amplificării la frecvenţe înalte este de 6dB/octavă, adică la dublarea frecvenţei se înjumătăţeşte amplificarea, deci produsul AB este constant de-a lungul acestei asimptote. La f_s, amplificarea este cu 3dB sub această asimptotă, la ambele amplificatoare discutate. De fapt, acest raţionament neriguros se verifică numai la o valoare particulară a lui R_g (cam 2kΩ).

Scopul acestei lucrări a fost compararea amplificatoarelor de bandă largă cu unu şi două tranzistoare, pentru a vedea care din ele realizează aceleaşi performanţe la cost mai scăzut sau performanţe mai ridicare la acelaşi cost. Amplificatorul diferenţial cu condensatoare de neutrodinare s-a dovedit cel mai avantajos.

BIBLIOGRAFIE

1. M. S. Ghausi, *Principles and Design of Linear Active Circuits*, McGraw-Hill Electrical and Electronic Engineering Series, New York, McGraw-Hill Book Co., 1965, p. 65—69, 205—215, 295—329 și 396—402.
2. Gh. Cartianu, *Bazele radiotehnicii*, vol. II, București, Edit. didactică și pedagogică, 1962, p. 46—49 și 71—77.
3. M. Săvescu, *Circuite electrice liniare*, București, Edit. didactică și pedagogică, 1968, p. 634—635 și 646—659.
4. E. Damachi, Th. Dănilă, *Amplificatoare și detectoare de videofrecvență*, București, Edit. tehnică, 1969, p. 73—89.
5. R. Paul, *Tehnica măsurării tranzistoarelor*, București, Edit. tehnică, 1971, p. 192—196.
6. I.P.R.S. Băneasa, *Catalog. Piese radio și dispozitive semiconductoare*, 1965.
7. I.P.R.S. Băneasa, *Catalog. Tranzistoare, diode*, 1970—1971, p. 63—64 și 92—100.
8. Ș. Bîrcă-Gălățeanu, *Amplificator tranzistorizat de bandă largă cu reacție pozitivă*, comunicare la sesiunea științifică a Institutului politehnic Brașov, februarie 1971.
9. R. Piringer, *Caracteristicile de atenuare și de fază la frecvențe joase ale unui amplificator cu tranzistori cu cuplaj RC*, Telecomunicții, **8**, *6*, 241—247 (1964).
10. V. Neagoe, *Contribuții la calculul circuitelor de corecție la frecvențe înalte ale amplificatoarelor de videofrecvență tranzistorizate*, Poștă și telecomunicații, **16**, *6*, 305—309, (1972).
11. G. S. Țîkin, A. N. Rînda, *Rasciot cascadov usileniia garmoniceskih i impulsnîh signalov s emitterovnii visocociastotnoi correcției*, Radiotehnika, **27**, *5*, 94—100 (1972).
12. M. Birnbaum, *Amplificatori de bandă largă cu reacție pozitivă*, Automatica și electronica, **1**, *2*, 66—71, (1957).
13. G. W. Haines, B. Amazeen, *Amplifier Designs Using Repetitive Stabilized Gain Elements*, International Convention Record, 1967, p. 87—97.
14. G. W. Haines, J. A. Mataya, S.B. Marshall, *I F Amplifier Using C_c Compensated Transistors*, International Solid-State Circuits Conference Digest of Technical Papers, Session XI, febr. 16, 1968, p. 120—121.
15. H. R. Camenzind, A. B. Grebene, *An Outline of Design Techniques for Linear Integrated Circuits*, I.E.E.E.J. of Solid-State Circuits, **SC-1**, *3*, 110—122 (1969).
16. M. S. Ghausi, *Optimum Design of the Shunt-Series Feedback Pair with a Maximally Flat Magnitude Response*, I.R.E. Trans. Circuit Theory, **CT-8**, *4*, 448—453 (1961).
17. M. S. Ghausi, *A Simplified Analysis of the Series-Shunt Feedback Pair*, S.C.P. and Solid-State Technology, **8**, *9*, 17—20 (1965).
18. J.C.S. Richards, *Simplified Design of the Feedback Pair*, Electronic Engineering, **39**, *468*, 97—99 (1967).

METODĂ ÎMBUNĂTĂȚITĂ ÎN ESTIMAREA FIABILITĂȚII SISTEMELOR ELECTRONICE

V. A. MĂRIEȘ

681.3

În lucrare se prezintă o metodă îmbunătățită de estimare a fiabilității sistemelor electronice, ținîndu-se seama în mod corect de factorul timp în care funcționează în realitate elementele componente. Pentru a obține indicatorii care estimează fiabilitatea sistemelor electronice cît mai apropiați de cei reali, se expune un sistem nou de ipoteze care corespunde cu situațiile reale, metoda fiind ilustrată printr-o serie de aplicații.

1. CONSIDERAȚII INTRODUCTIVE

Printre metodele de analiză și sinteză a sistemelor electronice, în etapa actuală de dezvoltare a științei și tehnicii, un loc important îl ocupă proiectarea lor pe baza criteriului fiabilității.

Estimarea prin calcul a fiabilității unui sistem electronic, obținîndu-se rezultate cît mai apropiate de realitate, are o deosebită importanță, deoarece pe baza acestora se pot obține o gamă largă de informații privitoare la intensitatea de defectare, timpul mediu de viață, probabilitatea de bună funcționare, stabilirea volumului selecției în cadrul controlului parametrilor, stabilirea perioadei de garanție, dimensionarea unităților de *service*, stabilirea unui preț de cost competitiv și altele.

Problema realizării unor sisteme electronice fiabile în exploatare impune ca încă din faza de cercetare, elaborare și proiectare să fie abordate toate aspectele care contribuie la asigurarea fiabilității lor.

Fiabilitatea unui sistem electronic este condiționată de contribuția a doi factori esențiali. Primul factor înglobează efectul defectărilor bruște, aleatorii ale elementelor componente ale sistemului electronic, iar al doilea factor ține seama de variația parametrilor caracteristici sistemului electronic datorită îmbătrînirii elementelor componente.

Studiul și ameliorarea acestor doi factori contribuie la realizarea unor sisteme electronice fiabile pe baza unor analize amănunțite a unor scheme electrice sau sisteme electronice. Este evident că, sintetizînd aceste rezultate, se pot elabora sisteme electronice pentru un nivel de fiabilitate impus.

St. cerc. energ. electr., tom. 24 nr. 1, p. 245–257, 1974

Cercetarea, elaborarea și proiectarea unui sistem electronic este o fază care, în mod obișnuit, se desfășoară în etape. Etapele de estimare a fiabilității unui sistem electronic corespund celor trei etape de construire a lui pînă la lansarea în producție : studiul de laborator, modelul experimental și prototipul.

2. IPOTEZELE ÎN CARE SE REALIZEAZĂ ESTIMAREA FIABILITĂȚII SISTEMELOR ELECTRONICE ÎN MOD CURENT

Calculul și raționamentele folosite curent au o bază teoretică potrivit căreia se consideră îndeplinite, în prealabil, următoarele ipoteze :

a) elementele componente ale sistemului electronic sînt în perioada de exploatare normală, adică sînt excluse defectările premature din perioada infantilă și defectările de uzură. În această perioadă, caracterul defectărilor este aleatoriu, intensitatea de defectare a elementelor componente ale sistemului electronic este constantă, iar repartiția în timp a probabilității de bună funcționare este exponențială ;

b) defectările elementelor componente ale sistemului electronic sînt independente, adică defectarea unui element component nu condiționează defectarea altora ;

c) defectarea unui element component determină defectarea sistemului electronic ca și cum toate elementele componente ar fi conectate în serie ;

d) în cadrul perioadei de exploatare normală a sistemului electronic, toate elementele componente funcționează simultan, adică același interval de timp, chiar dacă în realitate acestea funcționează intervale de timp diferite.

Se va arăta, în continuare, că acceptarea ipotezei d) în toate cazurile duce uneori la obținerea unor estimări grosolane a indicatorilor care definesc fiabilitatea sistemului electronic, deoarece, în realitate, elementele componente nu funcționează același interval de timp.

3. INDICATORII PRIN CARE SE ESTIMEAZĂ FIABILITATEA UNUI SISTEM ELECTRONIC PE BAZA ACESTOR IPOTEZE

Fiabilitatea unui sistem electronic de n elemente componente cu intensitatea de defectare λ_i, $i = 1,2,\ldots, n$ se estimează prin următorii indicatori :

a) intensitatea de defectare a sistemului electronic, dată de relația

$$\Lambda = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i, \qquad (1)$$

exprimată în %/1000 de ore.

b) durata medie între două defectări a sistemului electronic, dată de relația

$$M = \frac{10^5}{\Lambda}, \tag{2}$$

exprimată. în ore. Timpul pentru care probabilitatea de bună funcționare este 0,9 reprezintă a zecea parte din durata medie de funcționare între două defectări;

c) probabilitatea unei bune funcționări a sistemului electronic format din n elemente componente, timp de t ore, fiecare element component avînd probabilitatea de bună funcționare

$$P_i(t) = e^{-\lambda_i t}, \tag{3}$$

este dată de relația

$$P(t) = \prod_{i=1}^{n} P_i(t) = e^{-\Lambda t}. \tag{4}$$

Cunoscînd două variabile din cele trei care intervin în relația (4), Λ, t și $P(t)$, se poate determina simplu a treia. Aceste determinări sînt afectate uneori de erori grosolane, datorită acceptării acestui sistem de ipoteze, așa cum se va vedea în continuare.

4. CONSIDERAȚII ASUPRA CAUZELOR CARE CONDUC LA ESTIMAREA ERONATĂ A FIABILITĂȚII SISTEMELOR ELECTRONICE

Pentru a fi mai expliciți, în cele ce urmează considerăm că sistemul electronic este format din două elemente componente, avînd intensitățile de defectare λ_1 și λ_2.

În varianta că se acceptă sistemul de ipoteze expus la pct. 2, indicatorii prin care se estimează fiabilitatea sistemului electronic sînt dați de relațiile (1)-(4), definiți la pct. 3, pentru un interval de timp dat t. Astfel se obține

$$\Lambda = \lambda_1 + \lambda_2, \tag{5}$$

$$M = \frac{10^5}{\Lambda}, \tag{6}$$

$$P(t) = P_1(t) \cdot P_2(t) = e^{-\lambda_1 t} \cdot e^{-\lambda_2 t} = e^{-\lambda_1 t - \lambda_2 t} = e^{-(\lambda_1 + \lambda_2) \cdot t} = e^{-\Lambda t}. \tag{7}$$

Într-o serie mare de cazuri reale însă, elementele componente ale sistemului electronic nu funcționează același interval de timp t impus, și astfel indicatorii dați de relațiile (5)-(7) nu sînt reali, nerespectîndu-se ipoteza d).

Presupunem deci varianta că elementul al doilea funcționează numai timpul $t_2 < t$, adică numai o fracțiune

$$f_2 = \frac{t_2}{t} < 1. \tag{8}$$

În acest caz, probabilitatea de bună funcționare dată de (7) este nereală, fiind mai mică, deoarece

$$P_2(t) = e^{-\lambda_2 t} < e^{-\lambda_2 t_2} = P_2(t_2). \tag{9}$$

Cu alte cuvinte, probabilitatea de bună funcționare a elementului doi nu trebuie considerată pentru intervalul de timp t cît funcționează întregul sistem electronic, ci pentru intervalul t_2 cît funcționează el în realitate. Deci probabilitatea de bună funcționare a sistemului electronic în intervalul de timp t, pe baza relației (4), este

$$P_e(t) = P_1(t) \cdot P_2(t_2) = e^{-\lambda_1 t} \cdot e^{-\lambda_2 t_2} = e^{-\lambda_1 t - \lambda_2 t_2} > P(t). \tag{10}$$

În cazul în care intervalul de timp t_2 este necunoscut, determinarea lui $P_e(t)$ nu este posibilă, dar atunci, în mod foarte frecvent, se cunoaște fracțiunea f_2. În acest ultim caz, probabilitatea reală de bună funcționare a sistemului electronic în intevalul de timp t se poate determina tot pe baza relației (4), dar în care se impune condiția

$$P_2(t) = P_2(t_2) = e^{-\lambda_2 t_2} = e^{-\lambda_2 f_2 t} = e^{-\lambda_{2e} t}. \tag{11}$$

Se observă că nederminarea asupra intervalului de timp t_2 se transmite asupra intensității de defectare λ_2, cunoscînd fracțiunea de timp f_2, definindu-se pentru al doilea element component o intensitate echivalentă de defectare λ_{2e}, obținută din (11) prin identificare și dată de relația

$$\lambda_{2e} = f_2 \cdot \lambda_2. \tag{12}$$

Procedînd în acest mod se obțin, pe baza relațiilor (5)-(7) și (12), indicatorii reali ai fiabilității sistemului electronic în care elementele componente funcționează intervale de timp diferite, astfel:

$$\Lambda_e = \lambda_1 + \lambda_{2e}, \tag{13}$$

$$M_e = \frac{10^5}{\Lambda_e}, \tag{14}$$

$$P_e(t) = e^{-\Lambda_e \cdot t}. \tag{15}$$

Se observă că nerespectarea ipotezei d) impune o modificare a sistemului de ipoteze, astfel încît estimarea fiabilității sistemelor electronice să poată fi realizată cît mai aproape de realitate.

5. NOILE IPOTEZE ÎN CARE SE REALIZEAZĂ ESTIMAREA FIABILITĂȚII SISTEMELOR ELECTRONICE

În scopul obținerii indicatorilor prin care să se estimeze fiabilitatea sistemelor electronice cît mai aproape de realitate, se propune următorul sistem de ipoteze:

a) elementele componente ale sistemului electronic sînt în perioada de exploatare normală, adică sînt excluse defectările premature din perioada infantilă și defectările de uzură. În această perioadă, caracterul defectărilor este aleatoriu, intensitatea de defectare a elementelor componente care funcționează numai o fracțiune din intervalul de timp al sistemului electronic este proporțională cu această fracțiune, iar repartiția în timp a probabilității de bună funcționare este exponențială în funcție de intensitatea de defectare echivalentă;

b) defectările elementelor componente ale sistemului electronic sînt independente, adică defectarea unui element component nu condiționează defectarea altora;

c) defectarea unui element component determină defectarea sistemului electronic, ca și cum toate elementele componente ar fi conectate în serie.

6. INDICATORII PRIN CARE SE ESTIMEAZĂ FIABILITATEA UNUI SISTEM ELECTRONIC PE BAZA NOULUI SISTEM DE IPOTEZE

Fiabilitatea unui sistem electronic de n elemente componente cu intensitățile de defectare λ_i și care funcționează fracțiunile de interval de timp f_i, $0 \leqslant f_i \leqslant 1$, $i = 1, 2, \ldots, n$, se estimează prin următorii indicatori:

a) intensitatea de defectare a sistemului electronic, dată de relația

$$\Lambda_e = \sum_{i=1}^{n} f_i \cdot \lambda_i = \sum_{i=1}^{n} \lambda_{ie}, \tag{16}$$

exprimată în %/1000 de ore;

b) durata medie între două defectări a sistemului electronic, dată de relația

$$M_e = \frac{10^5}{\Lambda_e}, \tag{17}$$

exprimată în ore;

c) probabilitatea unei bune funcționări a sistemului electronic format din n elemente, timp de t ore, fiecare element avînd probabilitatea de bună funcționare

$$P(t) = e^{-\lambda_{ie} \cdot t}, \tag{18}$$

este dată de relația

$$P_e(t) = \prod_{i=1}^{n} P_{ie}(t) = e^{-\Lambda_e \cdot t}. \tag{19}$$

7. APLICAȚII ȘI CONCLUZII

În continuare vom da cîteva exemple concrete de sisteme electronice, cu calculele și rezultatele respective, la care au fost aplicate relațiile (16)-(19). Indicatorii de fiabilitate de mai sus au fost estimați prin calcul, în diverse variante, în cadrul analizei fiabilității unor aparate electronice, cum ar fi tranzistormetrul portabil, generatorul de joasă frecvență și altele.

Pentru a avea un termen de comparație a fiabilității aparatelor produse în țară, s-a calculat și fiabilitatea modelelor de referință, care sînt aparate construite în totalitate cu piese străine. În acest mod se poate face o comparare a fiabilității aparatelor construite cu piese indigene și străine cu cele de referință și a se trage concluzii asupra nivelului ei. Un motiv suplimentar pentru a se proceda astfel este lipsa de date de fiabilitate asupra pieselor componente produse în țară, folosindu-se date asupra pieselor produse în străinătate. Pentru a asimila valorile utile din curbele intensităților de defectare pentru piesele străine ca valori ale pieselor din țară, s-au introdus niște factori de corecție.

Pentru conexiuni s-a considerat $\lambda = 0{,}001\%/1000$ de ore, pentru lipituri s-a considerat $\lambda = 0{,}002\%/1000$ de ore cu un factor de corecție egal cu doi în cazul realizării în țară, pentru un contact activ al comutatoarelor s-a considerat $\lambda = 0{,}01\%/1000$ de ore, pentru rezistoarele fabricate în țară s-a aplicat un factor de corecție egal cu trei, pentru condensatoarele și componentele active produse în țară s-a aplicat un factor de corecție egal cu cinci, iar pentru rezistoarele bobinate în țară s-a aplicat factorul de corecție șase. Pentru comutatoare s-a considerat $\lambda = 20\%/1000$ de ore, ceea ce rezultă prin estimarea duratei medii de viață la 50 000 de acționări și la estimarea a 10 acționări pe oră în exploatare. În acest mod, durata medie de viață este $M = 50\,000$ acționări/10 acționări pe oră $= 5\,000$ de ore, iar $\lambda = 10^5/M = 20\%/1\,000$ de ore.

Exemplul 1. Pentru a ilustra cît mai convingător gradul în care se îmbunătățește estimarea fiabilității prin noua metodă, considerăm pentru început acest exemplu numeric în care sistemul electronic este format numai din două elemente componente, ce au următoarele date :

$\lambda_1 = 0{,}4\%/1\,000$ de ore ; $f_1 = 1{,}00$; $\lambda_2 = 60{,}0\%/1\,000$ de ore ; $f_2 = 0{,}01$.

În varianta veche care utilizează relațiile (5)-(7), se obțin următorii indicatori :

$\lambda = 60{,}4\%/1\,000$ de ore ; $M = 1655$ de ore ; $P(5000) = 0{,}0487$.

În varianta nouă care utilizează relațiile (16)-(19), se obțin următorii indicatori :

$$\lambda_e = 1\%/1\,000 \text{ de ore} ; \quad M_e = 10^5 \text{ ore} ; \quad P(5000) = 0{,}9518.$$

Se observă că toți indicatorii prin care se estimează fiabilitatea sistemului electronic s-au îmbunătățit extrem de mult, ceea ce exprimă situația reală.

Exemplul 2. Să analizăm indicatorii de fiabilitate ai tranzistormetrului portabil în diverse variante.

Aparatul este destinat pentru măsurarea tranzistoarelor și diodelor, realizînd nouă funcțiuni prin intermediul a patru comutatoare, K_1, K_2, K_3 și K_4, avînd 11, 4, 2, respectiv 4 poziții. Comutatorul K_3 are doar rolul de inversare a polarității de alimentare și din acest motiv nu este inclus în analiza pe funcțiuni a aparatului.

Intensitatea de defectare a aparatului este constituită din două părți : o parte constantă și o parte variabilă. Partea constantă a intensității de defectare a aparatului este dată de intensitatea de defectare a pieselor componente, electrice și mecanice, care nu participă la comutarea de pe un canal funcțional pe altul, așa cum se vede în tabela 1.

Tabela 1

Denumirea blocului și a componentelor		λ cu piese din :	
		import	țară
Blocul sursei de tensiune, blocul sursei de curent, blocul sursei de calibrare, diverse componente	rezistoare	0,359	0,924
	condensatoare	0,390	2,375
	componente active	0,236	1,030
	transformatoare	0,050	0,050
	lipituri	0,338	0,676
	conexiuni	0,099	0,198
	diverse componente	0,680	0,680
Schema electrică fără amplificator		2,152	5,933
Blocul de amplificare	rezistoare	0,285	0,855
	condensatoare	0,135	0,680
	componente active	0,087	0,435
	transformatoare	0,050	0,050
	lipituri	0,100	0,200
	conexiuni	0,026	0,050
Schema blocului de amplificare		0,683	2,270
Schema electrică cu amplificator		2,835	8,203
Comutatoare		60,000	60,000
Schema electrică cu comutatoare și amplificator		62,835	68,203
Schema electrică cu comutatoare și fără amplificator		62,152	65,933

Partea variabilă a intensității de defectare a aparatului este generată de intensitățile de defectare a pieselor care intră sau ies din lucru la comutarea de pe un canal funcțional pe altul. Astfel, în cazul în care se consideră că amplificatorul nu participă pe un anumit canal funcțional, intensitățile de defectare echivalente pe funcțiuni sînt date în tabela 2.

Tabela 2

Comutatorul		K_1			K_2			K_4			λ echivalent cu piese din :	
Canalul funcţional pentru măsurarea		f	λ cu piese din :		f	λ cu piese din :		f	λ cu piese din :			
			import	ţară		import	ţară		import	ţară	import	ţară
tranzistoarelor	U_{CE}	1/11	0,154	0,168	4/9	0,050	0,050	0	0	0	0,0362	0,0375
	I_C	1/22	0,310	1,419	4/9	0,050	0,050	1/4	0,164	0,396	0,0773	0,1857
	I_B	1/22	0,308	0,880	4/9	0,050	0,050	1/4	0,164	0,396	0,0772	0,1612
	I_{CBO}	1/22	0,308	0,880	2/9	0,050	0,050	0	0	0	0,0251	0,0511
	h_{21e}	1/66	0,266	0,290	4/9	0,050	0,050	1/4	0,164	0,396	0,0674	0,1156
diodelor	U_D	1/11	0,154	0,165	2/9	0,124	0,248	0	0	0	0,0416	0,0703
	I_D	1/22	0,310	1,426	2/9	0,124	0,248	0	0	0	0,0417	0,1201
	I_O	1/22	0,308	0,880	2/9	0,050	0,050	0	0	0	0,0251	0,0511
tranzistoarelor şi diodelor	Verificarea bunei funcţionări	0	0	0	2/9	0,172	0,288	0	0	0	0,0383	0,0640
										Total	0,4299	0,8666

În cazul aparatului de referință, cînd avem și amplificatorul numai pe canalul de măsurare a lui h_{21e}, acesta contribuie cu $\lambda = 0{,}683 \cdot f = 0{,}683 \cdot \frac{1}{66} = 0{,}01025\%/1000$ de ore, iar în cazul aparatului construit în țară contribuie cu $\lambda = 2{,}27 \cdot f = 2{,}27 \cdot \frac{1}{66} = 0{,}03405\%/1000$ de ore.

În cazul aparatului de referință, un canal funcțional fără amplificator are o intensitate de defectare medie de 0,047877%1000 de ore și de 0,047908%/1000 de ore cu amplificator, iar în cazul aparatului construit în țară intensitatea de defectare medie a unui canal funcțional fără amplificator este de 0,0963%/1000 de ore și de 0,10007%/1000 de ore cu amplificator.

În tabela sinoptică 3 se dau indicatorii de fiabilitate a tranzistormetrului portabil, în diverse variante.

Tabela 3

Indicatorii de fiabilitate	Aparatul construit cu piese din			
	import		țară	
	cu amplificator	fără amplificator	cu amplificator	fără amplificator
$\lambda_{\text{mediu a unui canal}}$	0,048905	0,04777	0,10007	0,09630
$\lambda_{\text{schemă electrică fără canale}}$	2,835	2,152	8,203	5,933
$\lambda_{\text{total schemă electrică}}$	3,2649	2,5819	9,0696	6,7996
$P_{\text{schemă}}$ (500)	0,98	0,99	0,95	0,97
$M_{\text{schemă}}$	30629	38731	11026	14707
Timpul t pentru care $P_{\text{schemă}}(t)=0{,}9$	3063	3873	1103	1471
$\lambda_{\text{comutatoare}}$	60,000	60,0080	60,000	60,000
$\lambda_{\text{total aparat}}$	63,2649	62,5819	69,0696	66,7996
P_{aparat} (500)	0,73	0,73	0,71	0,72
M_{aparat}	1588	1603	1464	1510
Timpul t pentru care $P_{\text{aparat}}(t)=0{,}9$	159	160	146	151

Exemplul 3. Să analizăm indicatorii de fiabilitate ai generatorului de joasă frecvență în diverse variante.

Aparatul este destinat pentru a genera semnale de diverse forme pe $6 \times 4 = 24$ de canale, prin intermediul a două comutatoare K_1 și K_2, avînd 6, respectiv 4 poziții.

În mod analog ca în exemplul 2, intensitatea de defectare a aparatului este constituită din două părți : o parte constantă și o parte variabilă. Partea constantă a intensității de defectare a aparatului este dată

de intensitatea de defectare a pieselor componente, electrice și mecanice care participă la comutarea de pe un canal pe altul, așa cum se vede în tabela 4. De asemenea, partea variabilă a intensității de defectare a aparatului este dată de intensitățile de defectare a pieselor care intră sau ies din funcțiune la comutarea de pe un canal pe altul. Astfel, în cazul în care se consideră că formatorul de impulsuri nu participă pe un anumit canal, intensitățile de defectare echivalente pe pozițiile comutatoarelor sînt date în tabela 5. Intensitățile de defectare a unuia din cele 24 de canale se obține prin însumarea intensităților de defectare a com-

Tabela 4

Denumirea blocului și a componentelor		$\lambda_{cu\ piese\ din}$	
		import	țară
Bloc oscilator, etaj de ieșire, bloc de alimentare, diverse componente	rezistoare	1,5375	5,4919
	condensatoare	1,1150	4,8950
	bobine	0,0500	0,3000
	componente active	0,5345	1,4685
	transformatoare	0,0500	0,0500
	lipituri	0,5500	1,1940
	conexiuni	0,1360	0,4080
	diverse componente	0,4200	0,4200
Schemă electrică fără formator		4,3930	14,2346
Etaj formator de impulsuri	rezistoare	0,3780	1,0540
	condensatoare	0,1836	0,9180
	componente active	0,0950	0,0950
	lipituri	0,0940	0,0940
	conexiuni	0,0240	0,0720
Schema formatorului de impulsuri		0,7746	2,2330
Schema electrică cu formator		5,1676	16,5676
Comutatoare		40,0000	40,0000
Schema electrică cu comutatoare și formator		45,1676	56,5676
Schema electrică cu comutatoare și fără formator		44,3930	44,2346

binației de poziții corespunzătoare ale celor două comutatoare într-o anumită variantă.

În cazul aparatului de referință, cînd avem și formatorul de impulsuri, acesta contribuie la poziția 1 a comutatorului K_2 cu $\lambda = 0{,}7746 \cdot f =$

$= 0{,}7746 \cdot \frac{1}{2} = 0{,}3873\%/1\,000$ de ore, iar în cazul aparatului construit în țară contribuie cu $\lambda = 2{,}2330 \cdot f = 2{,}2330 \cdot \frac{1}{2} = 1{,}1165\%/1\,000$ de

Tabela 5

Comutatorul	Poziția comutatorului	f	λ cu piese din:		λ echivalent cu piese din:	
			import	țară	import	țară
K_1	1	1/10	0,1032	0,1192	0,01032	0,01192
	2	1/5	0,0824	0,0984	0,01650	0,01970
	3	1/5	0,0824	0,0984	0,01650	0,01970
	4	1/5	0,0824	0,0984	0,01650	0,01970
	5	1/5	0,0824	0,1112	0,01650	0,02222
	6	1/10	0,0812	0,1130	0,01620	0,02226
				Total	0,09252	0,11583
K_2	1	1/2	0,0600	0,0600	0,0300	0,0300
	2	1/6	0,1290	0,2360	0,0215	0,0438
	3	1/6	0,2130	0,4670	0,0355	0,0778
	4	1/6	0,2770	0,6510	0,0461	0,1085
				Total	0,1331	0,3811

În cazul aparatului de referință, un canal fără formatorul de impulsuri are o intensitate de defectare medie de 0,048695%/1 000 de ore și de 0,14552%/1000 de ore cu formatorul de impulsuri, iar în cazul aparatului construit în țară intensitatea de defectare medie a unui canal fără formatorul de impulsuri este de 0,11458%/1000 de ore și de 0,3937%/1000 de ore cu formatorul de impulsuri.

În tabela sinoptică 6 se dau indicatorii de fiabilitate a generatorului de joasă frecvență în diverse variante.

Pe baza tabelelor sinoptice 3 și 6 se trag o serie de concluzii asupra fiabilității tranzistormetrului portabil și a generatorului de joasă frecvență:

a) contribuția unui canal, atît în cazul includerii amplificatorului, respectiv a formatorului de impulsuri, cît și în cazul excluderii lor, este mică în raport cu partea constantă a intensității de defectare. Din acest motiv, în nici un caz nu este nevoie de analiza fiabilității aparatelor pe fiecare canal în parte;

Tabela 6

Indicatorii de fiabilitate	Aparatul construit cu piese din			
	import		țară	
	cu formator	fără formator	cu formator	fără formator
$\lambda_{\text{mediu a unui canal}}$	0,14552	0,04869	0,3937	0,11458
$\lambda_{\text{schemă electrică fără canale}}$	5,1676	4,3930	16,5676	14,2346
$\lambda_{\text{total schemă electrică}}$	5,31312	4,44169	16,9613	14,34918
$P_{\text{schemă}}$ (500)	0,97	0,97	0,92	0,92
$M_{\text{schemă}}$	18821	22514	5896	6969
Timpul t pentru care $P_{\text{schemă}}(t)=0,9$	1881	2251	590	697
$\lambda_{\text{comutatoare}}$	40,000	40,000	40,000	40,000
$\lambda_{\text{total aparat}}$	45,31312	44,44169	56,9613	54,34918
P_{aparat} (500)	0,80	0,80	0,75	0,75
M_{aparat}	2207	2250	1756	1840
Timpul t pentru care $P_{\text{aparat}}(t)=0,9$	221	225	175	184

b) timpul mediu de viață al schemelor electrice cu piese din țară este puternic afectat în raport cu al celor de referință;

c) timpul de viață al aparatelor construite în țară este competitiv cu al celor de referință;

d) probabilitatea de bună funcționare a schemelor electrice și a aparatelor construite în țară în raport cu cele de referință, timp de 500 de ore, la tranzistormetru portabil și generatorul de joasă frecvență este cu 1—3 %, respectiv 5% mai mică, indiferent de variantă, cu amplificator, respectiv formator de impulsuri sau fără amplificator, respectiv formator de impulsuri;

e) atît în cazul aparatelor de referință, cît și al aparatelor produse în țară, timpul mediu de viață și probabilitatea de bună funcționare sînt puternic determinate de către comutatoare, părți mecanice, care se recomandă să fie înlocuite;

f) indicatorii de fiabilitate sînt foarte puțin influențați de către amplificator, respectiv formatorul de impulsuri în cele două variante: cînd sînt sub tensiune tot timpul și cînd sînt sub tensiune numai în momentul participării lor obligatorii. Totuși, trebuie menționat că în al doilea caz duratele de viață sînt crescute ușor;

g) aplicarea acestei metode noi trebuie să se facă în orice etapă de estimare a fiabilității sistemelor electronice, ținînd seama de problemele și factorii ce intervin, pe baza noului sistem de ipoteze, pentru a se face o estimare cît mai apropiată de realitate.

Calculele au fost efectuate cu ajutorul calculatorului electronic de birou „Programma-101", pe baza unui program de calcul al lui e^* aflat în biblioteca de programe.

BIBLIOGRAFIE

1. Bazovsky, I., *Theorie et pratique de la sureté de fonctionnement*, Paris, Dunod, 1966.
2. Mangiurea O., Rancu N., *Siguranța în funcționare a produselor electrotehnicle, analizată prin metode statistico-matematice*, București, Edit. tehnică, 1965.
3. Ștefan, Șt. *Estimarea fiabilității aparatelor electronice în faza de elaborare și proiectare*, Comunicare prezentată la a doua conferință a electricienilor, secția fiabilitate, securitate, calitate, București, 23—26 septembrie 1969.

ASUPRA DETERMINĂRII AUTOOSCILAȚIILOR SISTEMELOR AUTOMATE CU DOUĂ CIRCUITE NELINIARE DERIVAȚIE

L. SEBASTIAN

62—503.4

Se prezintă structuri posibile pentru sisteme automate neliniare cu două circuite neliniare în derivație și se indică metode de determinare a existenței oscilațiilor libere pentru fiecare caz. De asemenea se determină amplitudinea și frecvența oscilațiilor. Se folosește pentru aceasta metoda expusă în [1] bazată pe liniarizarea armonică. Neliniaritățile considerate sint simetrice și fără bucle.

Într-o lucrare anterioară [1] a fost expusă o metodă grafo-analitică de determinare a existenței autooscilațiilor precum și a parametrilor acestora (a amplitudinii și a frecvenței) la sistemele automate neliniare cu o structură reprezentabilă prin schema bloc din figura 1. În această schemă $G_1 \ldots G_4$ reprezintă componente liniare ale sistemului descrise de operatorii liniari

$$G_i(p) = \frac{P_i(p)}{R_i(p)} \qquad (i = 1,\ldots,4), \tag{1}$$

cu $p = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}$, iar N_1 și N_2 sînt neliniarități simetrice și univoce, descrise de funcții neliniare de forma

$$m_1 = F_1(x_1)\,;\; m_2 = F_2(x_2). \tag{2}$$

Operînd cu metoda analizei armonice, deci caracterizînd neliniaritățile prin funcții de descriere (reale).

$$\frac{\overline{F}_1(x_1)}{\overline{X}_1} \simeq q_1(A_1)\,; \qquad \frac{\overline{F}_2(x_2)}{\overline{X}_2} \simeq q_2(A_2), \tag{3}$$

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 1, p. 259—268, 1974

s-a ajuns în lucrarea amintită să se stabilească următoarele condiții de existență a autooscilațiilor

$$G_{re}(\omega)\cdot q_1(A_1) + H_{re}(\omega)\cdot q_2(A_2) = -1, \tag{4}$$

$$G_{im}(\omega)\cdot q_1(A_1) + H_{im}(\omega)\cdot q_2(A_2) = 0. \tag{5}$$

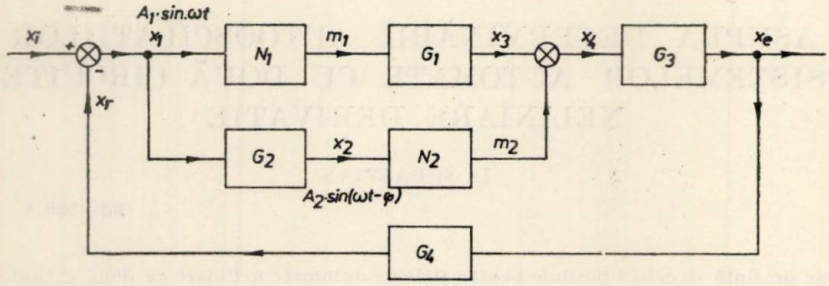


Fig. 1. — Schema bloc a unui sistem neliniar închis cu două circuite neliniare derivație

Soluțiile acestor ecuații sînt:

$$q_1(A_1) = \frac{H_{im}(\omega)}{H_{re}(\omega)\cdot G_{im}(\omega) - G_{re}(\omega)\cdot H_{im}(\omega)} = f_1(\omega), \tag{6}$$

$$q_2(A_2) = \frac{-G_{im}(\omega)}{H_{re}(\omega)\cdot G_{im}(\omega) - G_{re}(\omega)\cdot H_{im}(\omega)} = f_2(\omega). \tag{7}$$

Pe de altă parte din figura 1 se vede că

$$A_2 = |G_2(\mathrm{j}\omega)|\cdot A_1. \tag{8}$$

În relațiile de mai sus $G_{re}(\omega)$, $G_{im}(\omega)$ și $H_{re}(\omega)$, $H_{im}(\omega)$ reprezintă părțile reale, respectiv imaginare ale factorilor de amplificare complecși ai părților liniare

$$\left.\begin{aligned} G(\mathrm{j}\omega) &= G_1(\mathrm{j}\omega)\cdot G_3(\mathrm{j}\omega)\cdot G_4(\mathrm{j}\omega) = G_{re}(\omega) + \mathrm{j}G_{im}(\omega), \\ \text{și}\qquad H(\mathrm{j}\omega) &= G_2(\mathrm{j}\omega)\cdot G_3(\mathrm{j}\omega)\cdot G_4(\mathrm{j}\omega) = H_{re}(\omega) + \mathrm{j}H_{im}(\omega). \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

Orice ternă cu ω, A_1 și A_2 reale și pozitive, care constituie soluții ale sistemului de mai sus, reprezintă pulsația autooscilațiilor și amplitudinea A_1, respectiv A_2 de la intrările celor două neliniarități.

În [1] pentru stabilirea soluțiilor sistemului de ecuații de mai sus a fost dată o metodă grafică.

Lucrarea de față pleacă de la observația că o serie întreagă de sisteme automate neliniare prezintă structuri derivabile din schema bloc dată în figura 1. Asemenea structuri posibile sînt reprezentate în figura 2

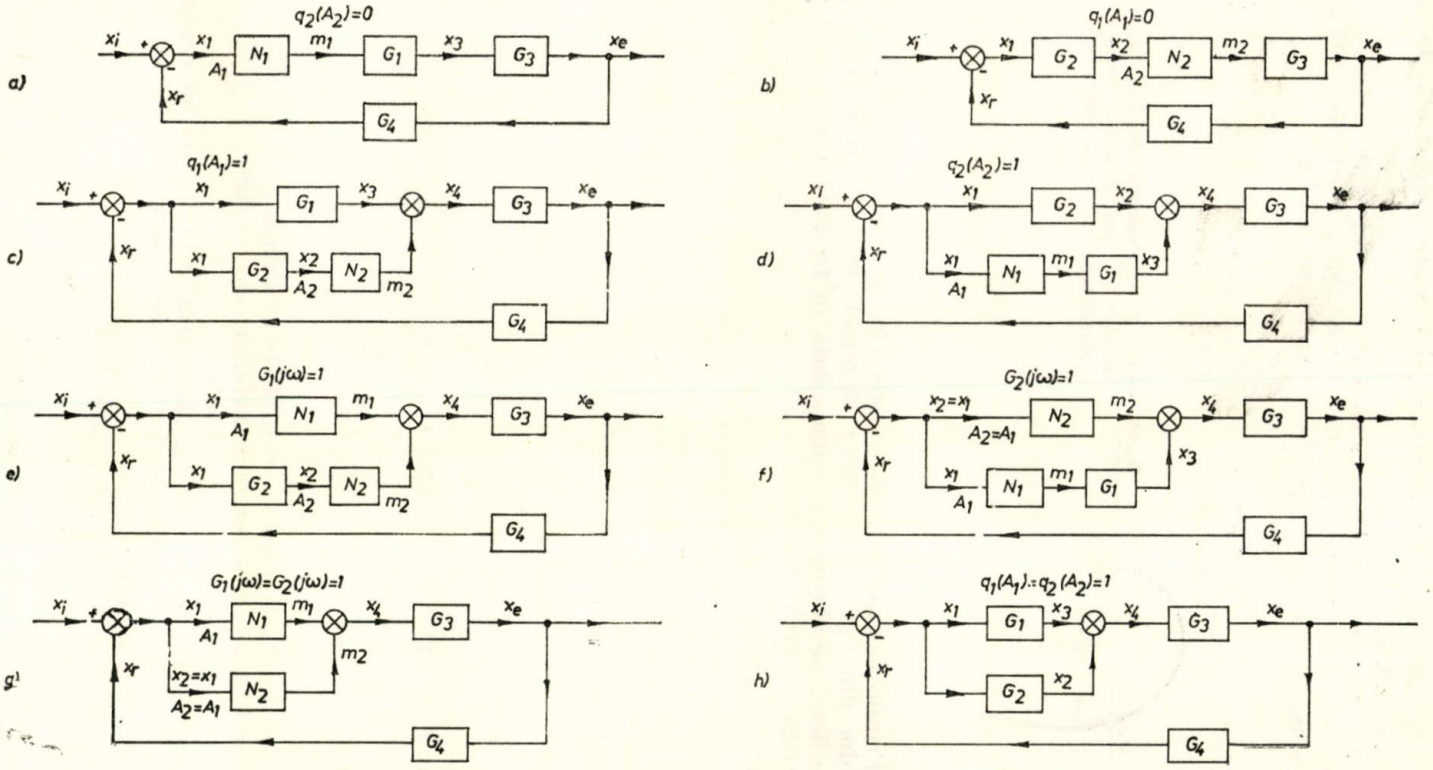


Fig. 2. — Scheme bloc ale unor sisteme închise, derivate din schema bloc dată în figura 1.

şi după cum se vede ele prezintă o diversitate apreciabilă de sisteme automate neliniare.

Făcînd uz de metoda grafică dată în [1] se pot stabili pentru fiecare din cele opt structuri în parte condiţiile de existenţă a autooscilaţiilor, precum şi valorile pulsaţiei şi amplitudinii lor.

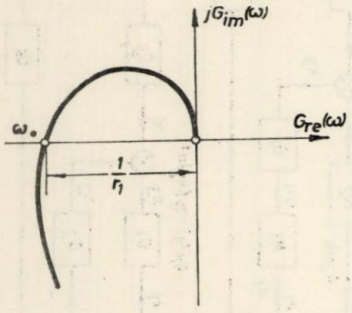


Fig. 3. — Exemplu de loc de transfer al părţii liniare a sistemului cu schema bloc din figura 2*a*.

1. Primul caz are în vedere sistemele automate reprezentabile prin schema bloc din figura 2 *a*, adică sistemele cu o singură neliniaritate. Această schemă se obţine din schema dată în figura 1 făcînd nulă transmitanţa neliniarităţii N_2.

Deci

$$q_2(A_2) = 0. \tag{10}$$

Conform relaţiei (7) ultima condiţie este satisfăcută cînd $G_{im}(\omega) = 0$, ceea ce are loc la pulsaţia $\omega = \omega_0$ (fig. 3).

În aceste condiţii relaţia (6) devine

$$q_1(A_1) = -\frac{1}{G_{re}(\omega_0)} = f_1(\omega_0). \tag{11}$$

Şi cum în conformitate cu figura 3 $G_{re}(\omega_0) = -\frac{1}{\Gamma_1}$, rezultă

$$q_1(A_1) = \Gamma_1. \tag{12}$$

Ultima relaţie exprimă condiţia de existenţă a autooscilaţiilor sistemelor automate cu o singură neliniaritate separabilă şi fără bucle, cunoscută în literatura de specialitate.

Particularizînd construcţia grafică dată în [1] se obţine construcţia din figura 4*a*, în care graficul funcţiei de descriere $q_1(A_1)$ corespunde neliniarităţii din figura 4 *b*.

Evident autooscilaţii nu există dacă

$$\Gamma_1 > q_1(A_1)_{max}. \tag{13}$$

2. Cazul al doilea se referă la sistemele automate cu o singură neliniaritate reprezentabile prin schema bloc din figura 2 *b* care derivă din figura 1 dacă $q_1(A_1) = 0$.

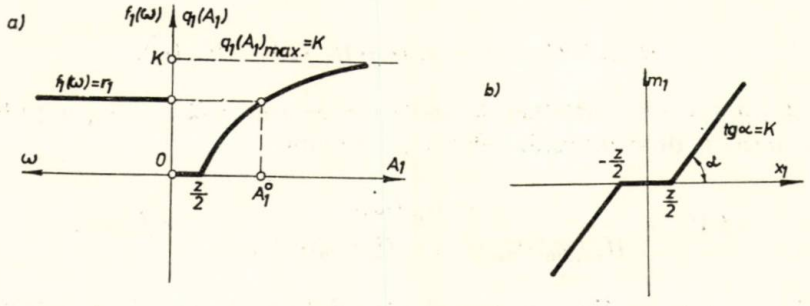


Fig. 4. *a* — Determinarea grafică a amplitudinii A_1^0 a autooscilațiilor de la intrarea elementului neliniar N_1 cu caracteristica din figura 4*b* în cazul sistemelor cu schema bloc din figura 2*a*.

În conformitate cu relația (6) ultima condiție este satisfăcută cînd $H_{im}(\omega) = 0$, respectiv cînd $\omega = \omega_0$ (fig. 5). Cu aceasta relația (7) devine

$$q_2(A_2) = -\frac{1}{H_{re}(\omega_0)} = f_2(\omega). \tag{14}$$

Cum $H_{re}(\omega_0) = -\frac{1}{\Gamma_1}$ rezultă următoarea condiție de existență a autooscilațiilor

$$q_2(A_2) = \Gamma_1. \tag{16}$$

Particularizînd construcția grafică dată în [1] și efectuînd schimbări de cadrane, se ajunge la aceeași construcție ca cea din figura 4 a.

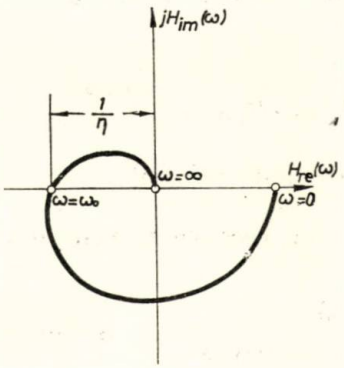


Fig. 5. — Exemplu de loc de transfer al părții liniare a sistemului cu schema bloc din figura 2*b*.

3. Cazul 3 se referă la schema bloc din figura 2 *c*. Aceasta se obține făcînd în figura 1 $q_1(A_1) = 1$. După cum se vede pe legătura directă a sistemului apar două circuite derivație: unul liniar, celălalt neliniar format dintr-o parte liniară urmată de o neliniaritate.

În acest caz relația (6) devine

$$1 = \frac{H_{im}(\omega)}{H_{re}(\omega)\cdot G_{im}(\omega) - G_{re}(\omega)\cdot H_{im}(\omega)} = f_1(\omega), \tag{17}$$

respectiv $$H_{re}(\omega)\cdot G_{im}(\omega) - G_{re}(\omega)\cdot H_{im}(\omega) = H_{im}(\omega). \tag{17'}$$

Această relație este satisfăcută pentru o anume valoare ω_0 a pulsației Odată aceasta determinată, relația (7) devine

$$q_2(A_2^0) = \frac{-G_{im}(\omega_0)}{H_{re}(\omega_0)\cdot G_{im}(\omega_0) - G_{re}(\omega_0)\cdot H_{im}(\omega_0)} = f_2(\omega_0). \tag{18}$$

Construcția grafică respectivă este dată în figura 6. Amplitudinea autooscilațiilor de la intrarea elementului neliniar este A_2^0, iar pulsația lor ω_0. De observat este faptul că în acest caz metoda poate fi simplificată. Anume în baza relației (17') relația (18) devine

$$q_2(A_2^0) = -\frac{G_{im}(\omega_0)}{H_{im}(\omega_0)}. \tag{19}$$

Cu alte cuvinte este necesară cunoașterea pulsației ω_0, ceea ce impune trasarea doar a curbei $f_1(\omega)$, curba $f_2(\omega)$ ne mai fiind necesară. Autooscilațiile nu pot avea loc dacă din construcția grafică de mai sus rezultă

$$q_2(A_2^0) > q_2(A_2)_{max} \tag{20}$$

ca în cazul curbei $f_1'(\omega)$.

4. Cazul 4 se referă la sistemele automate cu o singură neliniaritate, reprezentabile prin schema bloc din figura 2 *d*. Aceasta se obține făcînd în figura 1 $q_2(A_2) = 1$. Cazul este similar cazului 3.

Relația (7) devine

$$1 = \frac{-G_{im}(\omega)}{H_{re}(\omega)\cdot G_{im}(\omega) - G_{re}(\omega)\cdot H_{im}(\omega)} = f_2(\omega), \tag{21}$$

respectiv $$G_{re}(\omega)\cdot H_{im}(\omega) - H_{re}(\omega)\cdot G_{im}(\omega) = G_{im}(\omega). \tag{21'}$$

Condiția (21) este satisfăcută cînd $\omega = \omega_0$ ceea ce se vede din figura 7. Cu aceasta, relația (6) devine

$$q_1(A_1^0) = \frac{H_{im}(\omega_0)}{H_{re}(\omega_0)\cdot G_{im}(\omega_0) - G_{re}(\omega_0)\cdot H_{im}(\omega_0)} = f_1(\omega_0), \tag{22}$$

respectiv $$q_1(A_1^0) = -\frac{H_{im}(\omega_0)}{G_{im}(\omega_0)} = f_1(\omega_0). \tag{22'}$$

Construcția grafică respectivă este dată în figura 7. Analog situației din cazul precedent și de data aceasta este suficientă trasarea curbei $f_2(\omega)$ care dă imediat pulsația ω_0 a autooscilațiilor. Cu aceasta, conform

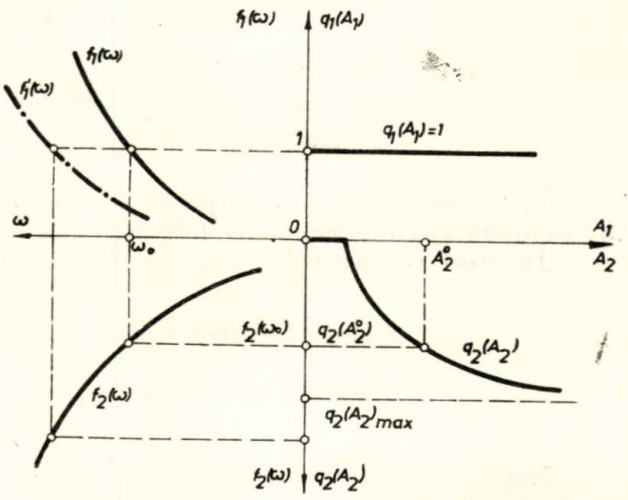


Fig. 6. — Determinarea grafică a amplitudinii A_2^0 a autooscilațiilor de la intrarea elementului neliniar N_2 cu caracteristica din figura 4 *b* în cazul sistemelor cu schema bloc din figura 2*c*.

relației (22′), $q_1(A_1^0)$ este determinat și deci și valoarea A_1^0 a amplitudinii autooscilațiilor de la intrarea elementului neliniar N_1. Autooscilații nu există dacă

$$f_1(\omega_0) > q_1(A_1)_{max}. \tag{23}$$

5. Cazul 5 se referă la sistemele automate cu două neliniarități reprezentabile prin schema bloc din figura 2 *e*. Aceasta se obține făcînd

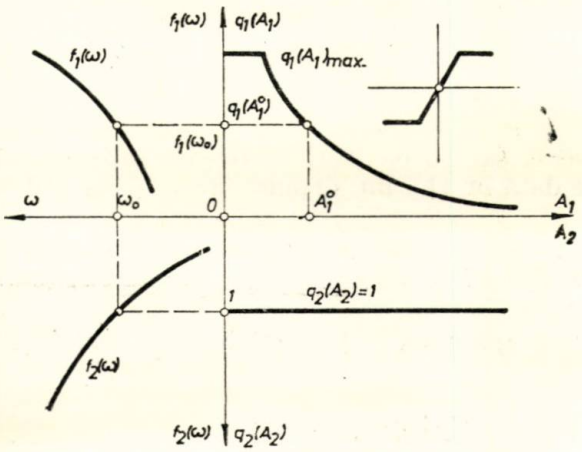


Fig. 7. — Determinarea grafică a amplitudinii A_1^0 a autooscilațiilor de la intrarea elementului neliniar N_1 care prezintă o caracteristică cu saturație în cazul sistemelor cu schema bloc din figura 2*d*.

în figura 1 $G_1(j\omega) = 1$. Metoda de determinare a autooscilațiilor rămîne cea expusă în (1) cu specificarea că

$$G(j\omega)=G_3(j\omega)\cdot G_4(j\omega) \text{ și } H(j\omega)=G_2(j\omega)\cdot G_3(j\omega)\cdot G_4(j\omega)=G_2(j\omega)\cdot G(j\omega). \tag{24}$$

Ţinînd cont de aceste relaţii relaţiile (6) şi (7) devin

$$\left.\begin{aligned} q_1(A_1) &= -\frac{G_{2re}(\omega)\cdot G_{im}(\omega) + G_{2im}(\omega)\cdot G_{re}(\omega)}{G_{2.m}(\omega)\cdot |G(j\omega)|^2} = f_1(\omega), \\ q_2(A_2) &= \frac{G_{im}(\omega)}{G_{2im}(\omega)\cdot |G(j\omega)|^2} = f_2(\omega). \end{aligned}\right\} \tag{25}$$

6. Făcînd în figura 1 $G_2(j\omega) = 1$ se obţine schema bloc din figura $2f$, cu două circuite neliniare derivaţie.

În acest caz avem

$$\left.\begin{aligned} & H(j\omega) = G_3(j\omega)\cdot G_4(j\omega), \\ \text{şi} \quad & G(j\omega) = G_1(j\omega)\cdot G_3(j\omega)\cdot G_4(j\omega) = G_1(j\omega)\cdot H(j\omega). \end{aligned}\right\} \tag{26}$$

Metoda de determinare a autooscilaţiilor rămîne cea expusă în [1] cu singura deosebire că relaţiile (6) şi (7) pot fi aduse la forma particulară

$$\left.\begin{aligned} q_1(A_1) &= \frac{H_{im}(\omega)}{G_{1im}(\omega)\cdot |H(j\omega)|^2} = f_1(\omega), \\ q_2(A_2) &= -\frac{G_{1re}(\omega)\cdot H_{im}(\omega) + G_{1im}(\omega)\cdot H_{re}(\omega)}{G_{1im}(\omega)\cdot |H(j\omega)|^2} = f_2(\omega), \\ \text{şi} \quad |G_2(j\omega)| &= \frac{A_2}{A_1} = 1. \end{aligned}\right\} \tag{27}$$

Ultima relaţie arată că în acest caz curba $|G_2(j\omega)|$ trasată în cadranul IIIA al construcţiei grafice dată în [1] nu depinde de ω şi devine o paralelă la abscisa 0ω.

7. Cazul al 7-lea are în vedere sisteme automate neliniare reprezentabile prin schema bloc din figura 2 g, care se obţine făcînd în figura 1 $G_1(j\omega) = G_2(j\omega) = 1$.

Cu alte cuvinte sistemul apare cu două neliniarităţi conectate în paralel.

$$\left.\begin{aligned} & \text{În acest caz } G(j\omega) = H(j\omega) = G_3(j\omega)\cdot G_4(j\omega), \\ & \text{şi } A_1 = A_2 = A. \end{aligned}\right\} \tag{28}$$

Metoda expusă în (1) nu se poate aplica deoarece conform relaţiilor (6) şi (7) rezultă $q_1(A_1) = -q_2(A_2) = \infty$.

Reluînd relațiile (4) și (5) deduse în [1] și ținînd cont că

$$G_{re}(\omega) = H_{re}(\omega) \text{ și } G_{im}(\omega) = H_{im}(\omega), \tag{29}$$

se obține pentru relația (5)

$$G_{im}(\omega) \cdot [q_1(A) + q_2(A)] = 0, \tag{30}$$

care pentru că $q_1(A)$, $q_2(A) \neq 0$ este satisfăcută cînd

$$G_{im}(\omega) = 0. \tag{31}$$

Aceasta, ca și în cazurile 1 și 2, are loc la o anumită pulsație $\omega = \omega_0$. Cu aceasta relația (4) devine

$$G_{re}(\omega_0) \cdot [q_1(A) + q_2(A)] = -1, \tag{32}$$

respectiv $$q_1(A) + q_2(A) = q(A) = -\frac{1}{G_{re}(\omega_0)} = \Gamma_1 = f_1(\omega). \tag{32'}$$

În felul acesta sistemul se reduce la un sistem cu o singură neliniaritate echivalentă caracterizată de funcția de descriere $q(A) = q_1(A) + q_2(A)$, caz analizat la punctul 1. Interesul practic pe care îl prezintă acest caz este cel al posibilității transformării unui sistem neliniar cu o neliniaritate într-unul liniar prin compensarea primei neliniarități cu o a doua corespunzător aleasă.

8. În sfîrșit ultimul caz este acela cînd $q_1(A_1) = q_2(A_2) = 1$ (fig. 2*h*) Aceasta înseamnă că elementele neliniare lipsesc și că deci sistemul este liniar și nu se încadrează în tema abordată.

Concluzii

Din cele de mai sus se desprind următoarele concluzii de bază:

1. În temeiul unei metode cu caracter mai general se stabilește procedura grafică de determinare a autooscilațiilor și a parametrilor lor pentru sistemele automate cu o neliniaritate sau două, reprezentabile prin schemele bloc din figurile 2*a*...2 *g*.

2. Din toate cazurile analizate apar originale procedurile grafice expuse pentru sistemele automate neliniare cu o singură neliniaritate, avînd structuri de forma celor din figura 2 *c* și figura 2 *d*, precum și cele expuse pentru sistemele automate cu două neliniarități reprezentabile prin schemele bloc din figurile 2e și fig. 2f.

3. Determinarea autooscilațiilor cu o singură neliniaritate apare ca un caz particular ce derivă din metoda utilizată în cazul sistemelor cu două neliniarități. Aceasta face ca metoda respectivă, atît în cazul unei singure neliniarități cît și în cazul a două neliniarități să păstreze un caracter omogen.

BIBLIOGRAFIE

1. N. Negoescu, L. Sebastian, *Grapho-Analytical Method for the Determination of Self-Sustained Oscillations for a Class of Automatic Nonlinear Systems*, IEEE Transactions on Automatic Control, AC-16, iunie 1971, p. 272—274.
2. L. Sebastian, N. Negoescu, *Asupra stabilității autooscilațiilor sistemelor automate cu două neliniarități*, Automatică-metrologie-calcuatoare (AMC), 16, Edit. tehnică, București 1971, p. 57—61.
3. L. Sebastian, *Contribution aux méthodes actuelles de détermination des oscillations libres des systèmes bouclés non linéaires comportant une seule non-linéarité*. Automatisme, XVIII, avril, 133—137 (1973).
4. E. J. Davison, *Applications of the describing function technique in a single-loop feedback system with two nonlinearities*, IEEE Transactions on Automatic Control, AC-13, april, 1968, p. 168—170.

V. NITU, Fiabilitatea instalaţiilor energetice, Bucureşti, Editura Academiei R. S. România, 1973, 362 pag.

V. Nitu este un vechi promotor al studiului fiabilităţii instalaţiilor energetice. Avînd numeroase contribuţii şi publicaţii în această direcţie, în volumul său recent apărut autorul prezintă un tablou foarte cuprinzător, poate unic pînă în prezent în literatura de specialitate, al multiplelor aspecte care condiţionează fiabilitatea instalaţiilor din sistemele energetice, al metodelor matematice de studiu şi al direcţiilor şi modalităţilor de îmbunătăţire a fiabilităţii părţilor componente şi a sistemului energetic în ansamblu.

Reuşită sinteză a cunoştinţelor acumulate pînă în prezent în literatura acestui domeniu, totodată lucrarea cuprinde numeroase puncte de vedere originale ale autorului, contribuţiile sale şi ale colectivelor pe care le-a condus orecum şi numeroase contribuţii ale şcolii româneşti în problemele fiabilităţii instalaţiilor energetice.

Materialul prezentat în lucrare este organizat în 11 capitole însoţit fiecare de bibliografia aferentă.

În primul capitol se defineşte conceptul de fiabilitate şi se prezintă evoluţia concepţiilor care au stat şi stau la baza caracterizării cantitative a siguranţei în funcţionarea instalaţiilor energetice.

În capitolul 2, după o succintă enumerare a mărimilor caracteristice folosite în studiul fiabilităţii, se prezintă modul de prelucrare a datelor statistice folosite pentru determinarea acestor mărimi caracteristice.

În cadrul capitolului 3 se analizează consecinţele întreruperilor în alimentarea cu energie electrică şi căldură, sintetizîndu-se numeroasele contribuţii ale şcolii româneşti la stabilirea unei metodologii pentru determinarea daunelor economice datorate întreruperilor în alimentare. În continuare se prezintă concretizări pentru mai multe exemple semnificative de consumatori industriali cu diverse procese tehnologice făcîndu-se utile şi interesante precizări în legătură cu specificul siguranţei în alimentarea cu energie a acestora.

În capitolul 4 se precizează modelele probabilistice de calcul al indicatorilor de siguranţă a instalaţiilor energetice. După o scurtă caracterizare a metodelor folosite în lume, se prezintă pe larg modele de studiu al fiabilităţii care folosesc lanţurile Marcov, domeniu în care autorul este unul din promotorii pe plan mondial. Prezentarea clară şi sistematică este însoţită de exemple şi indicaţii privind specificul aplicării în cazul instalaţiilor electroenergetice.

În capitolul 5 se analizează cu multe contribuţii originale problema comparării tehnico-economice a variantelor de proiect pentru alimentarea cu energie electrică cu luarea în considerare a siguranţei în funcţionare.

O foarte utilă iniţiativă a autorului o reprezintă includerea în lucrare a capitolului 6 în care prezintă concepţii şi tendinţe cu privire la întreţinerea, profilactică, repartizarea şi

înlocuirea echipamentelor energetice uzate precum și considerații ergonomice asupra relației om- mașină în instalațiile energetice, probleme cu multiple implicații în ceea ce privește siguranța instalațiilor energetice.

Capitolul 7 este dedicat studiului siguranței stațiilor electrice. Se analizează elementele de care depinde siguranța stațiilor electrice și în special influența lungimii liniilor electrice racordate asupra comportării întreruptoarelor, prezentîndu-se și un util exemplu de calcul.

În capitolul 8 se analizează problemele siguranței în cazul centralelor termoelectrice și a centralelor electrice de termoficare cu aspecte comune și cele specifice fiecăreia din aceste două categorii de centrale electrice.

În capitolul 9 se analizează aspectele specifice ale fiabilității centralelor nucleare electrice avîndu-se în vedere disponibilitatea instalațiilor și securitatea nucleară, respectiv fiabilitatea internă și cea externă. Printre numeroasele probleme abordate se prezintă și o metodă originală de calcul al indicatorilor de disponibilitate a puterii electrice a centralei nucleare.

În capitolul 10 se sintetizează aspecte specifice ale fiabilității liniilor electrice aeriene cu simplu și dublu circuit.

În capitolul 11, consacrat studiului siguranței sistemului energetic, în principal se tratează studiul prognozei consumului de energie electrică, calculul puterii de rezervă și determinarea gradului de asigurare a energiei produse de sistem, în final demonstrîndu-se importanța studiului siguranței nodurilor sistemului energetic atît în etapa de proiectare cît și în decursul exploatării.

Printre numeroasele calități ale lucrării trebuie relevat în primul rînd faptul că aceasta permite cititorului să-și formeze un punct de vedere global și unitar în problemele multiple și complexe ale fiabilității instalațiilor energetice.

Totodată trebuie subliniat modul armonios de îmbinare a unor elemente teoretice de înalt nivel cu o prezentare clară și în același timp accesibilă cititorului cu cunoștințe inginerești medii.

Modelele matematice prezentate, de cele mai multe ori axate pe teoria lanțurilor Markov, sînt însoțite de indicații privind întocmirea programelor pentru calculatoare și de exemple de calcul care interesează clar modul lor de aplicare.

Analiza consecventă din punctul de vedere al criteriului economic, sintetizarea ansamblului de factori care influențează fiabilitatea fiecărei categorii de instalații energetice, prezentarea critică a metodelor de îmbunătățire a siguranței în funcționare compararea punctelor de vedere existente în mai multe țări sînt trăsături caracteristice tratării întregului material cuprins în lucrare.

Valoroasă sinteză monografică avînd în același timp un evident caracter original al prezentării și metodelor propuse, lucrarea prezintă un deosebit interes și utilitate pentru cele mai largi cercuri de energeticieni care lucrează în cercetare, proiectare, întreținere și exploatare.

P. Buhuș.

REZUMATELE ARTICOLELOR APĂRUTE ÎN „REVUE DES SCIENCES TECHNIQUES", SÉRIE ÉLECTROTECHNIQUE ET ÉNERGETIQUE, TOME 19, N° 1, 1974

M. VASILIU

538.54.001.24

CURENȚI TURBIONARI PERIODICI PULSATORII ÎN TOLĂ

Se obține o soluție unidimensională pentru structura și evoluția cîmpului electromagnetic periodic în tola omogenă, conductoare linear și magnetizabilă linear, plasată într-un cîmp magnetic exterior periodic pulsatoriu, avînd impulsii de formă dreptunghiulară. Se calculează valorile medii în timp ale puterii disipate prin curenți turbionari și ale energiei magnetice acumulate în tolă. Se exemplifică aplicarea metodei formulelor de dezvoltare ale soluțiilor periodice pentru rezolvarea acestei probleme de cîmp.

CORNELIA IONESCU

621.3.001 :621.3.018.44

O metodă experimentală de studiu a forțelor electrodinamice în sisteme de conductoare ecranate în comun, cu ecrane electromagnetice cilindrice circulare

În lucrare se prezintă o metodă experimentală de studiu a forțelor electrodinamice dintre două conductoare paralele, ecranate electromagnetic cu un același ecran cilindric circular. Verificările experimentale ale forțelor au fost efectuate indirect prin măsurarea inductivității sistemului de conductoare în funcție de distanța dintre conductoare și frecvența tensiunii de alimentare. Valorile „experimentale" ale forțelor obținute prin derivare grafică, conform teo-

remei forțelor generalizate, sînt comparate cu cele teoretice, evidențiindu-se valabilitatea și simplicitatea metodei, dacă se dispune de mijloace experimentale adecvate.

Măsurătorile au permis verificarea experimentală a limitelor stabilite prin calcul, pînă la care se poate folosi modelul simplificat, perfect conductor al ecranelor electromagnetice.

M. PREDA

621.33.011

Exprimarea topologică a funcțiilor de rețea pentru circuitele active cu ajutorul arborilor orientați

În lucrare se prezintă un graf de completare care, adăugat la digraful unui circuit cu surse de curent comandate, permite deducerea unor expresii topologice simple pentru admitanțele de transfer la mers în gol și în scurtcircuit.

Se prezintă o nouă demonstrație a faptului că valoarea unui determinant este egală cu suma valorii arborilor din digraful asociat determinantului respectiv.

H. V. STEPHANIDES

621.316.933:621.315.1.027.8.001.5

Calculul simplificat al fenomenelor tranzitorii și de reglaj cu ajutorul funcțiilor discontinui

Se definesc funcțiile discontinui, prin care poate fi luată în considerație apariția bruscă a unor fenomene. Pentru calculul cu ajutorul acestor funcțiuni au fost deduse formule și reguli de calcul. Drept bază matematică se consideră o modernă teorie matematică și anume teoria distribuțiilor a lui L. Schwartz.

Cu ajutorul acestor funcțiuni pot fi rezolvate probleme care nu pot fi tratate cu ajutorul transformării Laplace. În cazurile uzuale calculele sînt simplificate iar posibilitățile de eroare sînt reduse.

Exemple de aplicare: conectarea și deconectarea unei tensiuni alternative, rotirea unui motor asincron tactat, relația neliniară între turație și cuplu, optimizarea reglajului unui generator de c.c.

F. AL. DAKHAKHNY, G. DRĂGAN

621.316.9:621.315.1

Contribuții privind calculul supratensiunilor de conectare a liniilor în gol cu compensare transversală

Limitarea supratensiunilor care apar la conectarea liniilor de înaltă tensiune în gol se poate efectua cu ajutorul compensării transversale.

În lucrare se stabilesc relațiile analitice de calcul pentru determinarea supratensiunilor de conectarea liniilor de înaltă tensiune cu compensare transversală. Se consideră că bobina

de reactanţă de compensare transversală este montată la una din cele două extremităţi ale liniei precum şi cazul compensării cu două bobine.

Paralel cu prezentarea relaţiilor de calcul în lucrare se indică forma şi amplitudinea supratensiunilor în ipoteza considerării sau neglijării saturaţiei miezului magnetic. Rezultatele au fost obţinute cu ajutorul unui calculator digital.

F. M. G. TOMESCU

538.1 :621.382

Parametri tranzitorii electrici incrementali ai dispozitivelor semiconductoare.

Studiul fenomenelor tranzitorii electrice în dispozitive semiconductoare la nivele mici de injecţie este abordat prin separarea difuziei linearizate din regiunile neutre de relaţiile neliniare dintre mărimile electrice şi condiţiile de frontieră de difuzie. Se obţin parametrii tranzitorii electrici incrementali ai dispozitivelor semiconductoare şi se deduc relaţii simple între aceştia şi parametrii tranzitorii de difuzie. Noii parametri obţinuţi folosesc la definirea unui circuit electric echivalent de semnal mic pentru dispozitivele semiconductoare, în termeni de parametri tranzitorii electrici incrementali.

VL. IONESCU

51.62.50

Asupra metodei soluţiilor particulare pentru rezolvarea problemelor optimale

Se fac remărci privind aplicarea metodelor soluţiilor particulare pentru rezolvarea problemelor bilocale.

Se subliniază importanţa reprezentării parametrice a extremelor în ceea ce priveşte aplicarea metodei menţionate.

L. LUPAŞ

621.52

Rezolvarea ecuaţiei matriceale diferenţiale liniare prin dezvoltări în serie trunchiate

În această lucrare se urmăreşte determinarea soluţiei ecuaţiei matriceale diferenţiale liniare. Se stabilesc evaluări ale erorii de trunchiere care sînt uşor de utilizat în calculul practic al soluţiei. De asemenea, se analizează propagarea erorii în calculul iterativ al soluţiei. Exemple numerice au confirmat eficienţa metodei prezentate.

V. PIMSNER, P. TOMA

536.2 :541.12.012.6

Aspectul ondulat al filmului lichid în curgere bifazică corelat cu distribuţia tensiunilor tangenţiale

Se analizează transferul de moment în sistemul bifazic turbulent format dintr-un film lichid antrenat de un gaz pe o placă plană. Datele rezultate din măsurătorile directe asupra tensiunilor tangenţiale la peretele solid şi asupra distribuţiei de picături în gaz (provenind din atomizarea superficială a filmului) permit explicitarea stării de eforturi în curgerea turbulentă a filmului. Datele experimentale au putut fi corelate utilizînd relaţii analitice originale în care elementul caracteristic este fracţia volumetrică de lichid antrenată în mişcarea ondulatorie a filmului.

GH. ZIDARU

621.515.532.533

Contribuţie la problema proiectării turbomaşinilor axiale

În prezenta lucrare, autorul determină pe cale teoretică, cu ajutorul metodei singularităţilor, coeficientul de influenţă al reţelei pentru profilele NACA din seria cu patru cifre şi din seria NACA-65. Acest coeficient de influenţă serveşte la proiectarea turbomaşinilor axiale.

D. GRECOV, C. HAIDUC, D. BERCOVICI

532.5.536.423.1

Determinarea coeficientului de pierdere de presiune prin frecare pentru un model de casetă tip PWR

S-a determinat variaţia coeficienţilor de pierdere de presiune prin frecare în regim isoterm şi neisoterm cu numărul Re pentru un model de casetă de reactor nuclear tip PWR, precum şi legătura dintre aceşti coeficienţi.

Cu ajutorul analogiei, Cilburn — Colborn s-a determinat de asemenea legătura dintre coeficientul de transmitere a căldurii prin convecţie şi coeficientul de pierdere de presiune prin frecare, luîndu-se în considerare şi modul de aşezare al barelor în reţea.

C. NEAGA

536.24

CALCULUL TERMIC AL PREÎNCĂLZITOARELOR DE AER REGENERATIV

Plecînd de la fenomenul transmisiei de căldură în modelul adoptat se deduce sistemul de ecuaţii diferenţiale din a cărui rezolvare rezultă temperaturile agenţilor termici şi încărcăturii în perioada de încălzire şi răcire ca funcţii de timp şi spaţiu.

Folosind relaţiile de mediere ale temperaturilor agenţilor termici la ieşire din schimbător, valori ce sînt cunoscute pe baza unor considerente economice şi tehnologice, se deduc mărimile dimensionale ale schimbătorilor.

În final se arată influenţa diverşilor factori asupra dimensiunilor schimbătorului, elemente necesare în alegerea lui corectă.

SORA MANEA, N. LICIU 620.9

UNELE CONCLUZII ALE ANALIZEI EVOLUȚIEI PRINCIPALELOR STRUCTURI ALE BALANȚEI ENERGETICE NAȚIONALE

Se evidențiază tendințe cu caracter general privind evoluția și structura consumului de energie pe principalele trepte ale balanței energetice, folosindu-se în acest scop atît date din economia energetică românească cît și din a altor țări. Se fac considerații asupra bazei de informații și asupra tipurilor de balanțe energetice ce ar trebui elaborate.

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 1, p. 3—19, 1974

V. V. GHIA. E. D. CRISTEA 662.61

ÎMBUNĂTĂȚIREA ARZĂTOARELOR CU PULVERIZARE PRIN AER DE JOASĂ PRESIUNE

Pe baza unor dezvoltări teoretice și a rezultatelor experimentărilor efectuate se deduc condițiile de optimizare a arzătoarelor cu pulverizare prin aer de joasă presiune. De asemenea se stabilește dependența coeficienților aerodinamici ai arzătoarelor de criteriul Re și influența frontului de flacără asupra acestora.

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 1, p. 21—34, 1974

ANCA RODICA BĂRĂNESCU, GH. ZĂTREANU

CALCULUL PROCESELOR DE CURGERE A GAZELOR PRINTRE SEGMENȚI DE PISTON

Se propune o metodă de calcul al proceselor de curgere a gazelor prin treptele de segmenți, ținînd seamă de compartimentele care alcătuiesc treptele. Calculul este dezvoltat în conformitate cu trei situații posibile: segmentul aferent unei trepte și segmentul precedent acesteia pulsează, pulsează numai segmentul precedent treptei, pulsează numai segmentul treptei.

Metoda permite determinarea suficient de corectă a stării de presiune și temperatură în lungul pistonului și, în consecință, evaluarea cu precizie corespunzătoare a capacității de etanșare a segmenților.

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 1, p. 35—54, 1974

I. R. CIRIC 517.512

FUNCȚII GREEN ALE LAPLACIANULUI PENTRU PROBLEME NEUMANN ÎN COORDONATE POLARE

Se definesc noi funcțiuni Green pentru probleme Neuman referitoare la ecuațiile lui Laplace și Poisson, cu ajutorul cărora soluțiile acestor ecuații se obțin utilizînd formulele integrale clasice. Funcțiunile Green introduse în lucrare diferă de cele clasice prin condițiile de frontieră care le sînt impuse și care se aleg pentru fiecare domeniu în parte astfel încît pe anumite porțiuni ale frontierei ele să fie *omogene*; aceasta permite utilizarea directă a metodei funcțiunilor proprii pentru calcularea funcțiunilor Green definite. Pentru ilustrarea metodei propuse, se construiesc funcțiunile Green ale laplacianului pentru probleme Neumann referitoare la porțiunea de coroană circulară și cazurile particulare corespunzătoare, la coroana circulară și interiorul și exteriorul cercului.

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 1, p. 55—74, 1974

CORNELIA IONESCU

621.3.001: 621.018.44

FORȚE ELECTRODINAMICE ÎN REGIM TRANZITORIU ÎN SISTEME DE CONDUCTOARE ECRANATE

În lucrare se prezintă o metodă de studiu analitic al forțelor în regim tranzitoriu în sisteme de conductoare de fază, situate în același ecran, coplanar sau în colțurile unui triunghi echilateral. Compararea expresiilor de calcul obținute pentru cazurile (σ_s și $\sigma_s = \infty$) și a rezultatelor numerice obținute pe calculator, pentru diverse valori ale parametrilor ce intervin în aceste expresii, a evidențiat importanța luării în considerare a conductivității finite a ecranelor și a componentei aperiodice a curentului de scurt circuit, în vederea unui studiu riguros al forțelor în regim tranzitoriu.

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 1, p. 75—106, 1974

H. GAVRILĂ

621.318.22: 621.3.017.3

STUDIUL PĂTURILOR ȘI TOLELOR FEROMAGNETICE CU ANIZOTROPIE MAGNETICĂ UNIAXIALĂ ÎN CÎMPURI MAGNETICE ALTERNATIVE DE MICĂ INTENSITATE
IV. CÎMPURI MAGNETICE NEPARALELE CU DIRECȚIA MAGNETIC PRIVILEGIATĂ

Se studiază proprietățile păturilor și tolelor feromagnetice cu anizotropie magnetică uniaxială în domeniul de comportare liniară a materialului. Cîmpurile magnetice alternative se presupun aplicate sub un unghi oarecare față de axa de cea mai ușoară magnetizare a sistemului, în particular normal față de aceasta. Se ține cont de structura specifică de domenii a materialului feromagnetic, rezultatele privitoare la comportarea sistemului față de componenta paralelă a cîmpului fiind deduse într-un număr de lucrări anterioare. Se indică și posibilitatea de abordare a studiului materialelor policristaline cu orientări arbitrar distribuite ale axelor diferitelor cristalite.

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 1, p. 107—116, 1974

P. OPRIȘAN

621.313.001.5

MODEL ELECTROCINETIC PENTRU STUDIUL CÎMPULUI AXIAL DIN ZONA FRONTALĂ A TURBOGENERATOARELOR

Se precizează condițiile de modelare a cîmpului electromagnetice din zona frontală a turbogeneratoarelor prin cîmpuri electrocinetice și se stabilesc relațiile de corespondență. Se prezintă modelul electrocinetic și se interpretează rezultatele experimentale obținute în prezența mediilor feromagnetice și a ecranului de protecție în interiorul domeniului considerat. Se trag concluziile corespunzătoare referitoare la influența geometriei armăturilor și a mediilor conductoare asupra distribuției cîmpului electromagnetic.

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 1, p. 117—138, 1974

O. PEȘTEANU, E. DÎMBOIU, D. BIDIAN

621.313.39.014

EFECTUL DE CAPĂT LONGITUDINAL STATIC LA MOTOARELE ASINCRONE LINIARE

Analizînd efectul de capăt longitudinal static pentru motorul asincron trifazat liniar cu stator bilateral plan scurt cu număr par de poli și polii marginali complet bobinați, se definește o reactanță de dezechilibru cu ajutorul căreia se determină curenții nesimetrici ai motorului cu conexiunea înfășurării în stea fără fir neutru, în cazul unei reacții slabe a indusului. În final se stabilesc cîteva măsuri constructive menite să micșoreze nesimetria curenților motorului liniar.

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 1, p. 139—154, 1974

N. GALAN 621.313.392

DETERMINAREA CARACTERISTICILOR DE FUNCȚIONARE LA MOTOARELE ELECTRICE CU HISTEREZIS PE BAZA MODELULUI IDEALIZAT

Pentru motorul cu histerezis s-a stabilit un model idealizat pentru care s-a determinat potențialul magnetic vector atît la pînza de curent dată cît și la inducția în întrefier dată. S-au stabilit apoi relații pentru cuplu electromagnetic, curent absorbit și factorul de putere. S-a arătat că potențialul magnetic vector caracterizează complet funcționarea unei mașini electrice.

Relațiile stabilite au fost particularizate pentru motorul cu cîmp radial și verificate experimental. S-a efectuat un studiu teoretic și pentru motorul cu cîmp tangențial.

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 1, p. 155—178, 1974

R. ANDREI, I. SORAN 621.313.39.014

STUDIUL UNOR CONFIGURAȚII DE MOTOR ASINCRON LINIAR FOLOSITE ÎN TRACȚIUNEA ELECTRICĂ

În lucrare se studiază diverse tipuri de motoare asincrone liniare folosite în tracțiunea electrică la viteze mari.

Cazul general este cel în care indusul neferomagnetic are canal axial. Se evidențiază avantajele unei asemenea structuri față de situația indusului masiv dacă se are în vedere efectul pelicular.

Pe baza mărimilor de cîmp aflate se determină parametrii schemelor echivalente ale unor astfel de motoare.

Relațiile de calcul obținute inițial sînt ulterior simplificate, avînd în vedere valorile anumitor parametri constructivi. Sub această formă ele pot fi utilizate cu ușurință într-un calcul de proiectare.

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 1, p. 179—198, 1974

S. CĂLIN, GR. BRĂILEANU, DOINA STĂNESCU 62—501.1

ACORDAREA OPTIMĂ A BLOCURILOR DE REGLARE MULTIVARIABILE PENTRU PROCESE RAPIDE

Se prezintă o metodă de acordare optimă a blocurilor de reglare multivariabile pentru procese rapide, bazată pe extinderea aplicării criteriului modulului și asigurarea autonomiei.

Rezultatele analitice sînt verificate prin modelare pe calculator analogic. Se prezintă influența saturației asupra autonomiei și asupra comportării sistemului multivariabil în regim tranzitoriu.

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 1, p. 199—218, 1974

S. BÎRCĂ GĂLĂȚEANU 621.375.4

AMPLIFICATOARE TRANZISTORIZATE DE BANDĂ LARGĂ CU CORECȚII RC

Lucrarea se ocupă de amplificatoarele de bandă largă cu corecții RC cu unu și cu două tranzistoare. Din condiția de a obține un factor de transfer în tensiune cu caracteristică M.L.A. se calculează corecția și lărgimea de bandă. Diversele tipuri de amplificatoare sînt comparate între ele și cu amplificatoarele necorectate, criteriul hotărîtor fiind produsul amplificare-bandă.

Rezultatele experimentale au confirmat valabilitatea convențiilor și aproximațiilor adoptate.

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 1, p. 219—244, 1974

V. A. MĂRIEȘ 881.3

METODĂ ÎMBUNĂTĂȚITĂ ÎN ESTIMAREA FIABILITĂȚII SISTEMELOR ELECTRONICE

În lucrare se prezintă o metodă îmbunătățită de estimare a fiabilității sistemelor electronice, ținîndu-se seama în mod corect de factorul timp în care funcționează în realitate elementele componente. Pentru a obține indicatorii care estimează fiabilitatea sistemelor electronice, cît mai apropiați de cei reali, se expune un sistem nou de ipoteze care corespunde cu situațiile reale, metoda fiind ilustrată printr-o serie de aplicații.

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 1, p. 245—258, 1974

L. SEBASTIAN 62—503.4

ASUPRA DETERMINĂRII AUTOOSCILAȚIILOR SISTEMELOR AUTOMATE CU DOUĂ CIRCUITE NELINIARE DERIVAȚIE

Se prezintă structuri posibile pentru sisteme automate neliniare cu două circuite neliniare în derivație și se indică metode de determinare a existenței oscilațiilor libere pentru fiecare caz. De asemenea se determină amplitudinea și frecvența oscilațiilor. Se folosește pentru aceasta metoda expusă în [1] bazată pe liniarizarea armonică. Neliniaritățile considerate sînt simetrice și fără bucle.

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 1, p. 259—268, 1974

SORA MANEA, N. LICIU 620.9

QUELQUES CONCLUSIONS DE L'ANALYSE DE L'ÉVOLUTION DES PRINCIPALES STRUCTURES DU BILAN ÉNERGÉTIQUE NATIONAL

On met en évidence des tendances générales concernant l'évolution et la structure de la consommation d'énergie sur les principaux niveaux du bilan énergétique, en utilisant dans ce but tant des données de l'économie énergétique roumaine que d'autres pays.

On présente aussi quelques considérations sur la base d'informations afférentes, ainsi que sur les principaux types des bilans énergétiques qui doivent être élaborés.

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 1, p. 3—19, 1974

V. V. GHIA, E. D. CRISTEA 662.61

L'AMÉLIORATION DES BRÛLEURS À PULVÉRISATION PAR AIR DE BASSE PRESSION

A l'aide des développements théoriques et des résultats expérimentaux on déduit les conditions d'optimisation des brûleurs à pulvérisation par air de basse pression. On établit la dépendance des coefficients aérodynamiques des brûleurs par rapport au critérium Re et à l'influence du front de la flamme.

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 1, p. 21—34, 1974

ANCA RODICA BĂRĂNESCU, GH. ZĂTREANU 621.43.01.001.2

COMPUTATION OF GAZ FLOW PROCESSES THROUGH THE PISTON RINGS

A method of computation is presented for the gas flow through the piston ring steps, taking into account the different compartments within a step. The computation is made for the three possible situations; the piston ring corresponding to a step and the upper piston ring are both in motion in their grooves; only the upper piston ring is in motion; only the piston ring corresponding to a step is in motion.

The method allows the determination of the gas pressure and temperature along the piston and subsequently, the evaluation of the working capacity of the piston ring set.

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 1, p. 35—54, 1974

I. R. CIRIC 517.512

GREEN FUNCTIONS OF THE LAPLACIAN FOR NEUMANN PROBLEMS IN POLAR COORDINATES

New Green functions for Neumann problems relative to the Laplace and Poisson equations with the aid of which the solutions of these equations are obtained by applying the classical integral formulas are defined. These functions differ from the classical ones by the boundary conditions imposed on them, chosen to be *homogeneous* on some sections of the boundary so that one can utilize directly the method of eigenfunctions for the calculations of the defined Green functions. To illustrate the proposed method, in the paper are constructed the Green functions of the Laplacian for Neumann problems relative to the following domains: the portion of circular coronal and the corresponding particular cases, the circular coronal and the interior and exterior of the circle,

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 1, p. 55—74, 1974

CORNELIA IONESCU 621.3.001: 621.018.44

FORCES ÉLECTRODYNAMIQUES EN RÉGIME TRANSITOIRE DANS DES SYSTÈMES DE CONDUCTEURS ÉCRANÉS

Dans l'ouvrage une méthode est présentée pour l'étude analytique des forces en régime transitoire dans des systèmes de conducteurs de phase placés dans le même écran, coplanairement ou aux sommets d'un triangle équilatéral.

La comparaison des expressions de calcul obtenues pour les (σ_s et $\sigma_s=\infty$) et des résultats numériques obtenus sur calculatrice pour diverses valeurs des paramètres occurrants dans ces expressions a mis en évidence l'importance de l'acception d'une conductivité finie des écrans et de la composante apériodique du courant de court-circuit pour une étude rigoureuse des forces en régime transitoire.

St. cerc. energ, electr., tom. 24, nr. 1, p. 75—106, 1974

H. GAVRILĂ 621.318.22: 621.3.017.3

THE STUDY OF FERROMAGNETIC FILMS AND SHEETS WITH UNIAXIAL MAGNETIC ANISOTROPY, IN A.C. MAGNETIC FIELDS OF LOW INTENSITY
IV. MAGNETIC FIELDS UNPARALLEL WITH THE MAGNETIC PREFERENTIAL DIRECTION

Properties of ferromagnetic films and sheets with uniaxial magnetic anisotropy in the domain of reversible magnetization are investigated. Any values of the angle between a.c. magnetic field vectors and the system axis of easiest magnetization are considered, the normal orientation being emphasized. The specific domain structure of ferromagnetic material is taken into account. The behaviour of the system under the parallel component of the field has been reported in previous papers. A possible approach fo the polycrystalline materials with arbitrary orientations of the easiest axes of different crystallites is indicated.

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 1, p. 107—116, 1974

R. ANDREI, I. SORAN

621.313.39.014

L'ÉTUDE DES DIVERSES CONFIGURATIONS DES MOTEURS ASYNCHRONES LINÉAIRES EMPLOYÉS EN TRACTION ÉLECTRIQUE

On étudie dans cet ouvrage divers types de moteurs asynchrones linéaires employés en traction électrique à de grandes vitesses.

Le cas général est celui où l'induit non ferromagnétique est pourvu d'une rainure axiale. On met en évidence les avantages d'une telle structure par rapport à la situation de l'induit massif si l'on tient compte de l'effet pelliculaire.

On détermine les paramètres des schémas équivalents de pareils moteurs à partir des grandeurs de champ obtenues.

Les relations de calcul obtenues initialement sont simplifiées par la suite, compte tenu de quelques paramètres constructifs.

C'est sous cette forme qu'elles peuvent être employées aisément dans un calcul de projection.

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 1, p. 179—198, 1974

P. OPRIȘAN

621.313.001.5

MODÈLE ÉLECTRONIQUE POUR L'ÉTUDE DU CHAMP AXIAL DE LA ZONE FRONTALE DES TURBOGÉNÉRATEURS

On précise les conditions de modelage du champ électromagnétique de la zone frontale des turbogénérateurs par des champs électrocinétiques et on établi les relations de correspondance. On présente le modèle électrocinétique et on interprète les résultats expérimentaux obtenus en présence des milieux ferromagnétiques et de l'écran de protection dans l'intérieur du domaine considéré.

On conclut par rapport à l'influence de la géométrie des armatures et des milieux conducteurs sur la distribution du champ électromagnétique.

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 1, p. 117—138, 1974

O. PEȘTEANU, E. DÎMBOIU. D. BIDIAN

621.313.39.014

DER STATISCHE LÄNGSENDEFFEKT BEI ASYNCHRONEN LINEARMOTOREN

Die Analyse des statischen Längsendeffektes des dreiphasigen asynchronen Linearmotors mit zweiseitigem flachen Kurzständer mit ganzer Polpaarzahl und vollbewickelten Endpolen führt zur Definition einer Unausgleichreaktanz mit Hilfe derer die unsymmetrischen Ströme des Motors mit Sternschaltung ohne Nullpunktleiter im Falle einer schwachen Ankerrückwirkung berechnet werden. Zum Schluss werden einige konstructive Massnahmen festgelegt die die Unsymmetrie der Ströme des Linearmotors verkleinern.

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 1, p. 139—154, 1974

N. GALAN

621.313.392

DÉTERMINATION DES CARACTÉRISTIQUES DE FONCTIONNEMENT POUR LES MOTEURS À HYSTÉRÉSIS MOYENNANT UN MODÈLE IDÉALISÉ

Pour le moteur à hystérésis on a établi un modèle idéalisé pour lequel on a déterminé le potentiel magnétique vecteur tant dans l'île de courant que dans l'induction de courant donnée en entrefer.

On a établi aussi des relations pour le couple électromagnétique, pour le courant absorbé et le facteur de puissance.

On a montré que le potentiel vecteur caractérise complètement le fonctionnement d'une machine électrique.

Les relations établies ont éte rendues particulières pour le moteur à champ radial. Elles ont été vérifiées par voie expérimentale.

On a effectué aussi une étude théorique pour le moteur à champ tangentiel.

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 1, p. 155—178, 1974

S. CĂLIN, GR. BRĂILEANU, DOINA STĂNESCU 62—501.1

LA SYNTHÈSE OPTIMALE DES RÉGULATEURS MULTIPLES POUR PROCESSUS RAPIDES

On expose une méthode de synthèse optimale des régulateurs multiples pour processus rapides, basée sur l'extension du critère du module et sur la condition d'autonomie.

Les résultats analytiques sont vérifiés à l'aide d'une calculatrice analogique. On étudie l'influence de la saturation sur l'autonomie et sur le comportement du système multiple en régime transitoire.

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 1, p. 199—218, 1974

Ş. BÎRCĂ GĂLĂŢEANU 621.375.4

RC CORRECTED TRANSISTOR WIDEBAND AMPLIFIERS

This work deals with RC corrected wideband amplifiers with 1 and 2 transistors. The correction circuit and the bandwidth are calculated from the condition of realizing a M.F.M. voltage transfer function. The different amplifiers are compared one with the other and with the non-corrected ones.

The experimental results confirmed that the equivalences and approximations were properly choosed.

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 1, p. 219—244, 1974

V. A. MĂRIEŞ 861.3

AN IMPROVED METHOD FOR THE ASSESSING OF ELECTRONIC SYSTEMS' RELIABILITY

The paper presents an improved method for the assessing of the electronic system reliability, accurately considering the time-factor during which the components actually work.

For obtaining the parameters which assess the electronic systems' reliability, a now hypothesis system, corresponding to the actual situation, is set forth and verified by means of a series of applications.

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 1, p. 245—258, 1974

L. SEBASTIAN 62—503.4

DÉTERMINATION DES AUTOOSCILLATIONS DES SYSTÈMES AUTOMATIQUES À DEUX CIRCUITS NON LINÉAIRES EN DÉRIVATION

Dans l'article on expose des structures possibles pour les systèmes automatiques non linéaires avec deux circuits non linéaires en dérivation et on indique des méthodes de détermination de l'existence des oscillations libres pour chaque cas. On détermine également l'amplitude et la fréquence des oscillations. Pour cela on utilise la méthode exposée dans [1], fondée sur la linéarisation harmonique. Les non-linéarités considérées sont symétriques et sans boucles.

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 1, p. 259—268, 1974

RECOMANDĂRI PENTRU AUTORI:

Revista „Studii și cercetări de energetică și electrotehnică" publică rezultate originale ale cercetărilor din domeniile: energetică generală, electroenergetică și electrotehnică, termoenergetică și termotehnică sisteme automate în energetică — sub formă de articole, comunicări sau note. Revista mai cuprinde și rubricile: recenzii, informații și altele. Temele abordate constituie cele mai recente realizări științifice și tehnice.

1. *Structura lucrării*

a) Introducerea va situa lucrarea pe fondul cunoștințelor actuale, va desemna obiectivele și indica metodele utilizate;

b) Tratarea (despărțită pe subcapitole numerotate după clasificarea zecimală) va preciza premisele, ipotezele, simplificările adoptate și va discuta rezultatele, erorile, posibilitățile și comoditatea aplicării;

c) Concluziile vor sintetiza rezultatele obținute, limita lor de valabilitate și aplicațiile posibile.

2. *Forma lucrării*

a) Lucrările se predau în 3 exemplare dactilografiate la două rînduri (2 000 semne pe pagină), inclusiv exemplarul original fără corecturi, intervenții.

b) Se vor anexa:

Bibliografia după standardele în vigoare; desenele pe calc și tuș, însoțite de cîte două copii și o listă a titlurilor figurilor; un rezumat de cinci, șase rînduri în limba română, și la alegere în una din limbile engleză, franceză, germană sau rusă.

c) La începutul lucrării se trece clasificarea zecimală internațională.

d) Volumul lucrării să nu depășească circa 15 pagini.

Se primesc numai lucrări originale.

★

Manuscrisele se trimit Comitetului de redacție: București, Șos. Vitan nr. 236, sectorul 2.

1974 MAR 30

LUCRĂRI APĂRUTE ÎN EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

EDMOND NICOLAU. **Sinteza sistemelor radiante**, 1971, 360 p., 21,20 lei.

C. I. PENESCU, **Sisteme de protecție de distanță**, 1971, 624 p., 41 lei.

B. POPA, V. KASSIAN, **Teoria și calculul injectoarelor mecanice cu cameră de turbionare** 1971, 311 p., 21 lei.

EDMOND NICOLAU, **Cîmpuri și unde electromagnetice**, 1972, 360 p., 21,50 lei.

CĂLIN ADRIAN VASILESCU și colab., **Corelațiile dintre combustibilul lichid și motorul cu ardere internă**, 1972, 336, p., 23,50 lei

I. A. ADĂMUȚ, **Analiza propagării undelor electromagnetice pe linii în regim tranzitoriu**, 1972 376 p., 25 lei.

V. I. NITU, **Fiabilitatea instalațiilor energetice**, 1973, 362 p., 28 lei.

BAZIL POPA, VIRGINIA ISCRULESCU, **Procese de ardere în cîmp sonor**, 1973, 256 p., 17 lei

N. DĂNILĂ, **Centrale nucleare-electrice**, 1973, 775 p., 52 lei.

EDMOND NICOLAU, **Radiația electromagnetică**, 1973, 231 p., 10,50 lei.

D. D. SANDU, **Electronica fizică**, 1973, 515 p. 31 lei.

I. P. Informația c. 3582

43 821

Lei 40.—

F 1736

STUDII ŞI CERCETĂRI DE ENERGETICĂ ŞI ELECTROTEHNICĂ

2

RM ISSN 0039—3932

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 2, p. 277 — 544, Bucureşti, 1974

COMITETUL DE REDACȚIE

Redactor responsabil:

Prof. dr. docent REMUS RĂDULEȚ, membru al Academiei Republicii Socialiste România

Redactor responsabil adjunct:

Prof. dr. docent G. BĂRĂNESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România

Membri:

Prof. dr. docent A. AVRAMESCU, membru al Academiei Republicii Socialiste România
Prof. dr. docent C. ARAMĂ, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România
Prof. Dr. docent M. MARINESCU, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România
Dr. docent P. DIMO, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România
Dr. inginer V. M. POPOV, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România
Prof. dr. docent V. PIMSNER
Prof. dr. docent C. A. VASILESCU
Prof. dr. inginer C. APETREI
Prof. dr. docent AL. TIMOTIN
Prof. dr. docent A. ȚUGULEA
Dr. ing. I. CSERVENY
Dr. ing. D. GRECOV
Ing. CS. NAGY

Secretar științific de redacție

Dr. ing. ECATERINA ARIE

Revista apare de 4 ori pe an.

Prețul unui abonament este de 160 de lei pe an.

În țară abonamentele se primesc la oficiile poștale, agențiile poștale, factorii poștali și difuzorii de presă din întreprinderi și instituții.

Comenzile de abonamente din străinătate se primesc la Întreprinderea „Rompresfilatelia", Căsuța poștală 2001, București, România, sau la reprezentanții săi din străinătate.

Manuscrisele, cărțile și revistele pentru schimb, precum și orice altă corespondență, se trimit la Comitetul de redacție, pe adresa :

BUCUREȘTI, ȘOS. VITAN, NR. 236.

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA
BUCUREȘTI, STR. GUTENBERG NR. 3 BIS, SECTORUL 6

STUDII ŞI CERCETĂRI
DE
ENERGETICĂ
ŞI
ELECTROTEHNICĂ

Tomul 24, nr. 2 1974

MŰSZAKI EGYETEM KÖNYVTÁRA

SUMAR

Din activitatea profesorului doctor docent MATEI MARINESCU 279

Termoenergetică şi termotehnică

ŞT. GHEORGHIU, Influenţa diferiţilor factori asupra circulaţiei naturale a apei în cazanele de abur cu ţevi de apă 283

C. COROIU, Interdependenţa dintre procesele pirolitice desfăşurate în absenţa arderii, respectiv în timpul arderii particulelor de combustibili solizi 301

P. FRUNTEŞ, Modelul analogic al turbinei cu abur. 321

Electroenergetică şi electrotehnică

D. S. NECŞULESCU, Utilizarea echivalenţilor şi schemelor REI pentru calculul siguranţei funcţionării sistemelor electroenergetice (SE). 339

N. GOLOVANOV, C. GOLOVANOV, Determinarea numărului de cvadripoli necesar pentru realizarea unei linii electrice pe modelul de regimuri tranzitorii 357

D. CRISTESCU, Fenomenul de descărcare parţială în încercările de înaltă tensiune 375

G. SIMIONESCU, Parametrii termici tranzitorii ai peretelui cilindric 405

D. SĂMĂRESCU, Influenţa efectului pelicular tranzitoriu asupra topirii rapide a conductoarelor parcurse de curenţi intenşi. 429

H. GAVRILĂ, Studiul păturilor şi tolelor feromagnetice cu anizotropie magnetică uniaxială în cîmpuri magnetice alternative de mică intensitate. III. Aproximaţia frecvenţelor joase 453

C. GHIŢĂ, Calculul cîmpului magnetic de dispersie la transformatoare 479

I. DOGARU, Determinarea cîmpului magnetic în întrefierul electromagnetului unui generator MHD 495

Sisteme automate în energetică

I. F. CREŢU, Program pentru analiza regimului de curent continuu al unui circuit electronic 505

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 2, p. 277—544, 1974

V. A. MĂRIEŞ, Sinteza şi analiza unui circuit electric pentru termocompensarea exactă a oscilatoarelor cu cuarţ la trei temperaturi date 519

Notă

C. CAZACU, D. BÎCLEŞANU, D. CHIRIŢĂ, Experimentări de ardere a şisturilor bituminoase pe un cazan de 100 t/h. 531

Recenzii 537

Material documentar 541

DIN ACTIVITATEA

PROFESORULUI DOCTOR DOCENT MATEI MARINESCU

Născut la București la 1 aprilie 1903, profesorul Matei Marinescu este inginer diplomat electromecanician, absolvent al Facultății de electromecanică a Școalii Politehnice din București. A urmat și Secția de Curenți slabi a acelei Școli Politehnice.

Activitatea înainte de 23 august 1944. Ca inginer în Serviciul Tehnic al Direcției Generale P.T.T. a efectuat lucrări tehnice la centrala telefonică automată DACIA și la reparația cablului telegrafic submarin Constanța-Constantinopol.

O bursă a Direcției Generale P.T.T. i-a permis să se specializeze în tehnica curenților slabi la Școala Superioară de P.T.T. din Paris, unde și-a luat în anul 1928 diploma de inginer și în această specialitate.

În acel timp a participat și la lucrările Congresului Comisiei internaționale pentru telefonie la mare distanță. A făcut o practică de două luni la centrala telefonică automată din Londra și a elaborat în Laboratoarele Școlii Superioare de P.T.T. din Paris prima sa lucrare de cercetare științifică, asupra receptorului telefonic — și a inventat un microfon multicelular, brevetat în țară și în Germania și Anglia.

Întors în țară în anul 1929, a lucrat la automatizarea centralelor telefonice din București și la combaterea perturbațiilor prin telegrafie a liniilor telefonice.

În noiembrie 1929 a fost numit asistent la cursurile de Electrocomunicații de la Școala Politehnică din București și a demisionat din postul de inginer în Direcția Generală P.T.T., spre a se dedica exclusiv activității didactice și de cercetare științifică. A organizat primul Laborator de electrocomunicații al Școlii Politehnice din București, afectat atît lucrărilor didactice cu studenții, cît și cercetărilor în domeniul tehnicii curenților slabi. A elaborat în această perioadă lucrările asupra Reacției în amplificatoarele electronice.

În 1932 a luat parte la Congresul internațional de electricitate din Paris, unde a prezentat o comunicare de specialitate.

În perioada 1935—36 a fost trimis de Școala Politehnică la Institutul Jean Perrin din Paris, pentru specializare în domeniul ultra-sunetelor — și a ținut la Societatea franceză a radioelectricienilor conferințe despre lucrările sale în domeniul Reacției pozitive.

Întors în țară, și-a continuat cercetările în același domeniu și a publicat rezultatele sale în reviste ca Wireless Engineer, L'Onde Electrique, Comptes Rendus de l'Académie des Sciences, citate în tratate de specialitate, ca *R. Mesny*: Radioélectricité générale sau *Barkhausen*: Der Siegeszug der Elektronenröhren und seine Grenzen.

În paralel cu cercetările în domeniul Reacției, a lucrat în intervalul 1937—1941 la problema atenuării reacției microfon-difuzor (efectul Larsen). Rezultatele au fost publicate în patru lucrări publicate în Wireless Engineer și în l'Industrie française radio-électrique și aplicate la instalațiile de la regulatoarele de circulație CFR pe linia București—Fetești, unde au adus numeroase servicii în exploatare.

Lucrarea „Micro-difuzorul", care sintetizează aceste rezultate științifice și aplicative privind cuplajul în sisteme electro-acustice, a fost distinsă cu premiul Lazăr al Academiei.

În anul 1942 a fost invitat de profesorul Barkhausen să lucreze în laboratoarele pe care le conducea la Dresda, la dezvoltarea metodei reacției în joasă frecvență, realizînd reacția în „push-pull", aplicabilă etajului final al amplificatoarelor de putere, cu reducerea considerabilă a distorsiunilor de armonice.

Aceste cercetări au constituit și subiectul tezei sale de doctorat în științele tehnice, susținută la Școala Politehnică din București, în noiembrie 1942, cînd a fost avansat șef de lucrări pe lîngă catedra de electro-comunicații și numit membru în Comisia pentru combaterea perturbațiilor radio a Societății de radiodifuziune, calitate în care a întocmit lucrarea „Instrucțiuni pentru combaterea perturbațiilor radio", publicată de Societatea de radiodifuziune, în anul 1940.

Activitatea după 23 august 1944

În anul 1944 a fost numit conferențiar și apoi, după reforma învățămîntului superior din anul 1948, profesor la catedra nou creată de *Electroacustică* a Politehnicii din București. În această calitate a redactat cursul de electro-acustică și a organizat laboratorul acestei discipline, în domeniul

căreia a pregătit cadre de ingineri calificate pentru tînăra noastră industrie de aparate și instalații electro-acustice.

Paralel cu această activitate didactică a desfășurat o activitate de cercetare susținută în cadrul catedrei. În perioada 1944—1948 a elaborat lucrările privind aparatul radio popular fără lămpi și a primit premiul Radiodifuziunii pentru realizarea prototipului celui mai bun aparat de radio popular.

În anul 1948 a fost numit membru corespondent al Academiei Republicii Populare Române.

În toamna anului 1954 a fost atestat profesor în specialitatea Electroacustică de către Comisia superioară de diplome și în același an a primit diploma de doctor în științe tehnice, acordată de aceeași comisie.

În anul 1957 a fost decorat cu Medalia muncii pentru activitatea desfășurată în cadrul Asociației științifice a inginerilor și tehnicienilor.

Încadrat la Institutul de energetică al Academiei ca șef de secție și în calitate de conducător științific de doctoranzi, a promovat primele cadre de cercetători și doctoranzi în domeniile mașinilor parametrice și automaticii, cadre care au continuat să elaboreze lucrări originale de o valoare deosebită.

În perioada 1948—68 a elaborat lucrări științifice în următoarele domenii : electrotehnică și electronică, electrochimie și termoelectricitate, electroacustică, electrocomunicații și mașini electrice parametrice, automatică și sonicitate. Ele formează obiectul a peste 150 de articole de cercetare, publicate în periodice românești, în principal ale Academiei, precum și în reviste străine. A făcut patru invenții brevetate în țară și în străinătate, pe care le-a cedat statului. Ele se referă la motorul electric linear, la aplicațiile acestuia la compresoare de frigidere și la un nou generator, numit de autor termoelectric.

Rezultatele cercetărilor sale efectuate în această perioadă în domeniul mașinilor parametrice sînt confirmate și citate în lucrări de specialitate străine, ca : *V.A. Taft*, „Circuite electrice cu parametri periodic variabili și procesele transitorii în mașini sincrone", (1958) ; *M. Poloudjaĉoff și S. Baron* : Comptes Rendues Sci. Paris (1963) ; *H. Sequenz* : „Elektrische Maschinen mit geradliniger Bewegung", Elektrotechnik u. Maschinenbau (1964) ; *Merlin Gérin* : „Informations pour la Presse" (1968, Grenoble) ; *Jejerin* : Generatorul parametric 3 PG—Electricestvo (1962) ; *S. Kudaraskas* : „Influența procesului de comprimare asupra caracteristicilor de rezonanță ale oscilo-motorului" (Teză de doctorat, 1963) ; Revista sovietică : „Inventatorul și raționalizatorul" : Motor piston-electric al inventatorului român prof. M. Marinescu ; *M. Bourdé et F. Perreaudin* : Moteur oscillant syncron linéaire ou angulaire (R.G.E., 1972).

Profesorul Matei Marinescu a ținut conferințe despre lucrările sale în domeniile motoarelor lineare și electricității, la Société française des électriciens, (Grenoble, 1963) și la universitățile din Poitiers și Nancy, (1970, 1972).

În domeniul motoarelor lineare s-au realizat colaborări în vederea valorificării invenției sale pe plan internațional, prin aplicarea, ei la acționarea compresoarelor, cu Institutul pentru tehnica frigului (Dresda), cu uzinele Scharfenstein, precum și cu compania Thomson-Houston.

În domeniul pilelor de combustie a publicat lucrări — în majoritatea în periodice străine — și a prezentat comunicări la congrese internaționale.

În domeniul circuitelor care includ conductori și semiconductori a pus în evidență un efect de generare de energie electrică fără gradient de temperatură, care a fost aplicat la generatoare electrice bazate pe el și care formează obiectul unui brevet de invenție înregistrat în țară și în curs de brevetare în Anglia, Statele Unite ale Americii, Republica Federală Germania și Franța. Acest efect a fost descris într-un articol din revista Electrotehnica (nr. 3, 1973) și a fost prezentat la sesiuni științifice din țară (Secția de științe tehnice a Academiei și sesiunea ICPET) și comunicat în conferințe ținute la universitățile din Poitiers și Nancy și la Societatea franceză a electricienilor, la Grenoble.

Profesorul M. Marinescu este membru al Societății franceze a electricienilor și al Societății franceze a electrotehnicienilor și radioelectricienilor — și activează ca membru în comisiile de Acustică și de Magnetohidrodinamică ale Academiei.

Profesorul M. Marinescu a activat și pentru valorificarea patrimoniului științific lăsat de înaintași : a organizat, de exemplu, ciclul de conferințe : SONICITATEA, CREAȚIE A GENIULUI ROMÂNESC, în cadrul ASIT, dedicat operei inginerului George Constantinescu.

A activat în calitate de secretar al comisiei de organizare și la pregătirea ședinței comemorative a centenarului nașterii profesorului academician N. Vasilescu-Karpen, organizată prin colaborare între Academie, Comisia națională UNESCO și Ministerul educației și învățământului.

A ținut conferințe de popularizare a științelor—la Casa Prieteniei româno-sovietice — și a publicat articole în reviste din țară despre SONICITATE și despre viața și opera academicianului Nicolae Vasilescu-Karpen.

La vîrsta de 70 de ani profesorul Matei Marinescu își păstrează neștirbită dăruirea totală, pasiunea și energia de creație în știință, drept mijloc de promovare a progresului societății și ca faclă a activității spirituale.

Redacția revistei noastre îi urează încă mulți ani de plină creație științifică, de sănătate și fericire.

Acad. *Remus Răduleț*
redactor responsabil

INFLUENŢA DIFERIŢILOR FACTORI ASUPRA CIRCULAŢIEI NATURALE A APEI ÎN CAZANELE DE ABUR CU ŢEVI DE APĂ

ŞT. GHEORGHIU

621.181

Admiţînd unele ipoteze simplificatoare, se stabileşte metoda de calcul şi se prezintă unele calcule preliminare. Pe baza acestora se studiază influenţa factorilor respectivi. Aducînd modificări acestor metode şi calcule, se studiază apoi influenţa acelor factori, care caracterizează condiţiile reale de funcţionare.

1. INTRODUCERE

În mod obişnuit, calculul circulaţiei naturale a apei în cazanele cu ţevi de apă constă din calculul multiplului de circulaţie a apei şi a vitezei de intrare a apei în ţeava urcătoare. Acest calcul se face de obicei pentru o presiune dată, pentru elemente constructive date ale sistemului fierbător, pentru un anumit debit de abur (de obicei debitul nominal) şi admiţînd unele ipoteze simplificatoare.

Din cauza dependenţei între ele a diferitelor mărimi, care intervin în calculul circulaţiei apei, acesta este laborios. Dacă se schimbă elementele constructive, dacă în loc de sarcina nominală se consideră o sarcină parţială, sau, dacă în locul ipotezelor simplificatoare, se ţine seama de condiţiile reale de funcţionare, calculul trebuie refăcut. Circulaţia naturală a apei depinde deci de diferiţi factori, care o influenţează. Deoarece o prezentare pe cale analitică a acestei dependenţe nu este posibilă, în lucrarea de faţă influenţa este cercetată pentru unele valori numerice ale factorilor.

Uneori este util a se cunoaşte numai sensul ca şi ordinul de mărime a acestei influenţe.

Se presupune că tipul constructiv al cazanului este de radiaţie avînd ţevile coborîtoare neîncălzite. Se admite că volumul specific al amestecului apă-abur este egal cu suma volumelor specifice ocupate în amestec de apă şi de abur. Vaporizarea proprie în ţevile urcătoare şi antrenarea de abur în ţevile coborîtoare nu se iau în consideraţie.

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 2, p. 283—300, 1974

2. CIRCULAŢIA NATURALĂ A APEI ÎN CAZUL UNOR IPOTEZE SIMPLIFICATOARE

2.1. STABILIREA METODEI DE CALCUL PENTRU STUDIUL INFLUENŢEI DIFERIŢILOR FACTORI ASUPRA CIRCULAŢIEI NATURALE A APEI

2.1.1. În figura 1 se arată conturul simplificat al sistemului fierbător al cazanului de abur considerat, în care s-au indicat elementele constructive care intervin în calcul, ca şi coeficienţii de frecare λ şi rezistenţele locale ξ. Se fac următoarele ipoteze simplificatoare :

— densitatea fluxului de căldură raportat la suma suprafeţelor plane, care trec prin axa porţiunii încălzite a ţevilor urcătoare, este constantă,

— conturul ţevii urcătoare este acelaşi pentru toate ţevile urcătoare ale sistemului fierbător,

— temperatura apei de alimentare la intrare este egală cu temperatura de saturaţie a aburului.

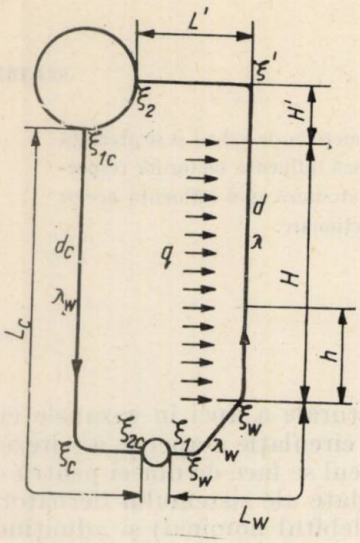


Fig. 1. — Conturul simplificat al sistemului fierbător

2.1.2. Se foloseşte principiul metodei de calcul a circulaţiei naturale a apei elaborat de Jaroschek, Brandt [1], redat mai jos.

Dacă în expresia presiunii de circulaţie a conturului sistemului fierbător

$$\Delta P = H(\gamma' - \gamma_M) + H'(\gamma' - \gamma), \qquad (1)$$

se consideră greutatea specifică a amestecului apă-abur în porţiunea încălzită a ţevii urcătoare, γ_M, ca fiind variabilă de-a lungul înălţimii H a acesteia, punînd

$$H(\gamma' - \gamma_M) = \gamma' \int_0^H \left(1 - \frac{\gamma_h}{\gamma'}\right) \mathrm{d}h, \qquad \frac{h}{H} = z,$$

considerînd relaţia

$$\frac{\gamma'}{\gamma_z} = 1 + \left(\frac{\gamma'}{\gamma} - 1\right) \frac{z}{x},$$

dedusă din expresiile volumului specific al amestecului la înălţimea h şi la ieşire din ţeava urcătoare, observînd că

$$x_z = zx,$$

punînd

$$\frac{\gamma'}{\gamma} = m, \tag{2}$$

și efectuînd integrarea, ecuația (1) devine

$$\Delta P = \gamma' \left[H\left(1 - \frac{\ln m}{m-1}\right) + H'\left(1 - \frac{1}{m}\right)\right]. \tag{3}$$

Suma căderilor de presiune produse de circulația fluidului în țevile conturului este

$$\Sigma\Delta p = \Delta p_{fr} + \Delta p_{frw} + \Delta p_{\xi} + \Delta p_{\xi c} + \Delta p_{acc}. \tag{4}$$

Introducînd expresiile căderilor de presiune componente, ținînd seama de ecuația continuității, considerînd că λ nu depinde de z, observînd că în termenul Δp_{fr} intervine mărimea

$$\int_0^1 w_z^2 \gamma_z \, dz = w_0^2 \gamma' \int_0^1 \frac{\gamma'}{\gamma_z} \, dz = w_0^2 \gamma' \left(1 + \frac{m-1}{2}\right),$$

și punînd :

$$H' = e_1 H,\ L' = e_2 H,\ L_W = e_3 H,\ L_c = e_4 H,\ \frac{uS}{u_c S_c} = e_S,$$

$$\xi_1 + 2\xi_W = \xi_{EW},\ \xi_{1c} + \xi_c + \xi_{2c} = \xi_{Ec},\ \xi' + \xi_2 = \xi_F,$$

ecuația (4) devine

$$\Sigma\Delta p = (E + Fm)\frac{w_0^2 \gamma'}{2g}, \tag{5}$$

în care s-a notat

$$\left(0{,}5\,\frac{\lambda}{d} + e_3\frac{\lambda_W}{d} + e_S^2 e_4 \frac{\lambda_W}{d_c}\right) H + \xi_{EW} + e_S^2\,\xi_{Ec} - 2 = E, \tag{6}$$

$$(0{,}5 + e_1 + e_2)\ H + \xi_F + 2 = F. \tag{7}$$

Egalînd presiunea de circulație cu suma căderilor de presiune se obține

$$1 - \frac{\ln m}{m-1} + e_1\left(1 - \frac{1}{m}\right) = \frac{E + Fm}{2g\,H} w_0^2. \tag{8}$$

Notînd

$$\frac{S_W}{S} = \alpha, \quad \frac{\gamma''}{\gamma'} = s,$$

exprimînd [1], [2] , viteza relativă a aburului la ieșire prin

$$w_r = w_D - w_W = a + bw + c\delta,$$

în care a, b, c, sînt constante determinate experimental în funcție de mărimea δ dependentă de α și s, folosind deasemenea ecuația continuității, se obține

$$\frac{w_0}{w_{D0}} = \frac{\frac{\alpha}{1-\alpha} + s - \alpha(a+c\delta)\frac{1}{w_{D0}}}{1+b\ \alpha\ m}. \tag{9}$$

Notînd :

$$\frac{w_0}{w_{D0}} = A, \quad \frac{E}{2g\,H} w_{D0}^2 = B, \quad 1 - \frac{\ln m}{m-1} + e_1\left(1-\frac{1}{m}\right) = C, \quad 1 + \frac{F}{E} m = J,$$

ecuația (8) devine :

$$\frac{C}{JA^2} = B. \tag{10}$$

Apa și aburul avînd la ieșire din țeava urcătoare încălzită viteza w a amestecului, ecuația continuității dă

$$m = \frac{1}{s + \alpha(1-s)}. \tag{11}$$

Înlocuind în A, C, J mărimea m în funcție de α și s ecuația (10) reprezintă, pentru elemente geometrice, presiune a aburului și w_{D0} date, o ecuație cu o singură necunoscută, α, prin rezolvarea căreia se află w_0 cu ajutorul ecuației (9).

2.1.3. În cele ce urmează rezolvarea ecuației (10) se va face pe cale grafico-analitică, construind, așa cum se arată în figura 2 curbele

$$A = f(\alpha), \quad B = f(\alpha), \quad \frac{C}{JA^2} = f(\alpha)$$

aflînd α la intersecția curbelor C/JA^2 și B, apoi citind pe curba A ordonata corespunzătoare abscisei aflate α. Cu ajutorul valorii A astfel calculată și a ecuației (9) se află w_0.

2.2. CALCULE PRELIMINARE NECESARE STUDIULUI INFLUENȚEI DIFERIȚILOR FACTORI ASUPRA CIRCULAȚIEI NATURALE A APEI

2.2.1. Notînd cu q_M densitatea medie a fluxului de căldură, care se transmite în mod util, raportat la suprafața UH formată din suma suprafețelor plane trecînd prin axele porțiunilor încălzite ale țevilor urcătoare, cu ε_1 pasul relativ al acestora, prin u numărul lor și prin ε_2 raportul dintre d_e și d, viteza w_{D0} se exprimă prin

$$w_{D0} = \frac{UHq_M}{urS\gamma''},$$

sau, înlocuind U și S în funcție de u, ε_1, d_e, d

$$w_{D0} = \frac{4\varepsilon_1\varepsilon_2}{\pi r\gamma''}\frac{q_M H}{d}.$$

Deci, pentru elemente geometrice ε_1, ε_2, date, viteza w_{D0} variază direct proporțional cu q_M, cu H și invers proporțional cu diametrul d și cu produsul $r\gamma''$ care depinde de presiunea aburului.

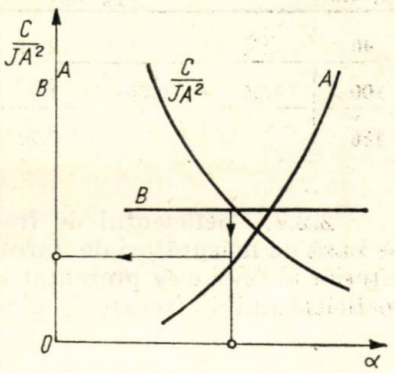


Fig. 2. — Construcția curbelor C/TA^2, B și A în funcție de α.

Debitul nominal de abur al sistemului fierbător, căruia i se transmite densitatea medie nominală a fluxului de căldură q_{MN}, fiind

$$D_N = \frac{U H q_{MN}}{r},$$

înlocuind U prin H/M, în care s-a notat prin M raportul dintre înălțimea H și perimetrul U, se obține

$$D_N = \frac{q_{MN}}{M r} H^2.$$

Pentru motive tehnice și economice, pentru camere de ardere cu intensitate normală de ardere, M are o variație limitată, fiind cuprins între 0,5 și 1,0.

În tabela 1 s-a calculat viteza w_{D0} și debitul nominal de abur D_N pentru unele valori ale presiunii aburului, ale densității medii a fluxului de căldură, ale diametrului țevii urcătoare și ale înălțimii.

Coeficienții ε_1, ε_2 s-au ales în funcție de diametrul d astfel

d, m	ε_1	ε_2
0,058	1,215	1,205
0,042	1,295	1,215

iar debitul nominal de abur s-a calculat cu raportul $M = 0{,}75$.

Tabela 1

	$H = 16$ m, $d = 0{,}058$ m					$p = 100$ ata, $q_{MN} = 120\,300$ kCal/m²h		
	q_M, kcal/m² h					d, m		
	120300/4	120300/2	120300	2.120300		0,058	0,042	
p, ata	w_{D0}, m/s				H, m	w_{D0}, m/s		D_N, kgf/h
40			2,14		8	0,50		32500
100	0,25	0,50	1,00	2,00	16	1,00	1,484	130000
180			0,70		32	2,00		520000

2.2.2. Coeficientul de frecare al amestecului apă-abur, determinat pe bază de măsurători de Jaroschek — Brandt [2] în funcţie de diametrul interior al ţevii este prezentat în tabelele 2 şi 3, în care se redă şi valoarea coeficientului de frecare λ_w al apei.

Tabela 2

d, m	0,042	0,058
λ	0,0360	0,055

Tabela 3

d_c, d, m	0,042	0,058	0,080	0,125	0,200
λ_w	0,0189	0,0181	0,0170	0,0155	0,0142

Coeficienţii e_1, e_2, e_3, e_4 ca şi suma rezistenţelor locale, ξ_{EW}, ξ_{Ec}, ξ_F diferă între feluritele contururi de sistem fierbător.

Pentru $e_1 = 0{,}06$; $e_2 = 0{,}085$; $e_3 = 0{,}10$; $e_4 = 1{,}17$, $\xi_{EW} = 1{,}745$, $\xi_{Ec} = 2{,}11$, $\xi_F = 1{,}074$, corespunzînd unui contur ca cel arătat în figura 1, s-au calculat în tabela 4 mărimile E, F, F/E, E/H cu ajutorul ecuaţiilor (6), (7), pentru diferite valori d, H, d_c, e_S.

Tabela 4

	$d_c = 0{,}125$ m, $e_S = 2{,}8$					$H = 16$ m, $d = 0{,}058$ m			
	d, m					e_S			
	0,058		0,042			2,8		3,5	
H, m	E	F	E	F	d_c, m	E	F	E	F
8	29,761	8,007			0,125	42,660	12,94	62,206	12,94
16	42,660	12,940	42,061	11,919	0,200	35,350	12,94		
32	70,185	22,805							

2.2.3. Din relațiile

$$G = w_0 \gamma' S,\ G_D = w_{D0} \gamma'' S,\ \gamma''/\gamma' = s,\ n = \frac{G}{G_D}$$

se deduce expresia multiplului de circulație n

$$n = \frac{w_0}{w_{D0}} \frac{1}{s}. \tag{12}$$

*

În cazul ipotezelor simplificatoare arătate la 2.1.1, care sînt luate în considerație în calculele ce urmează la 3, 4, 5, influența fiecărui factor asupra circulației apei se studiază cu ajutorul metodei arătate la 2.1 și a calculelor preliminarii efectuate la 2.2 ; în cazul condițiilor reale de funcționare, care se iau în considerație mai departe la 6, metoda și calculele preliminarii trebuie modificate pentru a ține seama de aceste condiții. Pentru toate cazurile, care se studiază, se aleg ca date comune de calcul valorile ε_1, ε_2 indicate la 2.2.1 și valorile e_1, e_2, e_3, e_4, ξ_{EW}, ξ_{Ec}, ξ_F indicate la 2.2.2 ; pentru fiecare caz se aleg ca date specifice de calcul anumite valori ale factorilor considerați. Influența fiecărui factor asupra mărimilor w_0, n, w_0/w_{D0} se prezintă ca raport între valorile acestora, calculate pentru două sau mai multe valori ale factorului considerat și valorile mărimilor calculate pentru o anumită valoare a acestui factor, care se alege ca bază de comparație ; simbolul mărimilor, exprimate raportat în acest fel, se scrie închis între paranteze.

3. INFLUENȚA PRESIUNII ABURULUI p

Se aleg ca date specifice de calcul $q_M = 120\,300$ kcal/m²h, $H = 16$ m, $d = 0{,}058$ m, $d_c = 0{,}125$ m, $e_S = 2{,}8$. Calculul se face pentru trei valori ale presiunii $p = 40$ ata, 100 ata, 180 ata. Rezultatul calculului, în care s-a ales ca valoare de comparație a presiunii $p = 100$ ata, este arătat în tabela 5 de la pagina 286.

În figura 3 se arată variația mărimilor (w_0), (n) iar în figura 4 a mărimilor (w_0/w_{D0}), α în funcție de presiunea aburului. La creșterea presiunii aburului, w_0 și n scad iar w_0/w_{D0} și α cresc.

4. INFLUENȚA DENSITĂȚII MEDII A FLUXULUI DE CĂLDURĂ q_M ȘI A ÎNĂLȚIMII H

Se aleg ca date comune de calcul $p = 100$ ata, $d = 0{,}058$ m, $d_c = 0{,}125$ m, $e_S = 2{,}8$.

Tabela 5

Pentru valoarea de comparaţie a factorului			w_0, m/s	n	w_0/w_{D0}	α
			1,111	14,20	1,111	0,546
Factor	Valoare de comparaţie	Alte valori	Pentru alte valori			
			(w_0)	(n)	(w_0/w_{D0})	α
p, ata	100	40	1,356	2,014	0,634	0,4215
		180	0,909	0,436	1,299	0,574
$q_M/q_{MN} = D/D_N$	1	0,25	0,737	2,943		0,783
		0,5	0,871	1,741		0,6735
		2	1,149	0,574		0,3785
H, m	16	8	0,765	1,529		0,6405
		32	1,282	0,640		0,397
d, m	0,058	0,042	1,184	0,789		0,442
d_c, m	0,125	0,200		1,06		0,5565
e_S	2,8	3,5		0,919		0,522
k_e	1	1,083	1,033	0,954		0,5175
k_z	1	1,154		1,05		0,5518
k_t	1	0,5	0,785	1,57		0,651
ξ_H	0	1,6		0,81		0,498

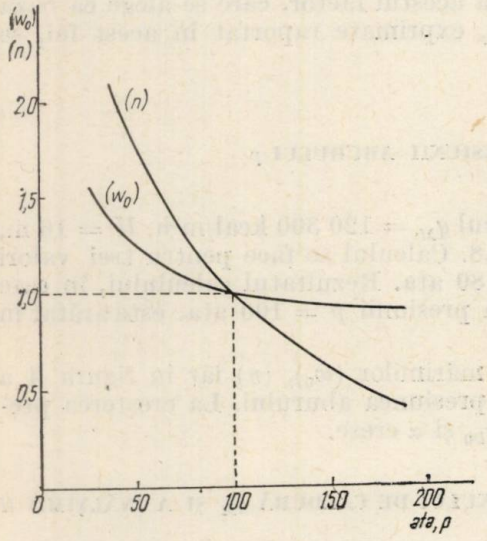


Fig. 3. — Variaţia mărimilor (w_0), (n) în funcţie de presiunea aburului.

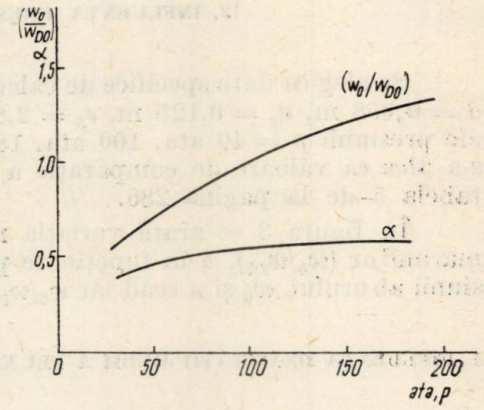


Fig. 4. — Variaţia mărimilor (w_0/w_{DO}), α în funcţie de presiunea aburului.

4.1. INFLUENȚA DENSITĂȚII MEDII A FLUXULUI DE CĂLDURĂ q_M (SARCINA CAZANULUI)

Date specifice de calcul $H = 16$ m. Calculul se face pentru patru valori ale densității medii a fluxului de căldură $q_M = 0{,}25\ q_{MN}$; $0{,}5\ q_{MN}$; q_{MN}; $2\ q_{MN}$ în care $q_{MN} = 120\,300$ kcal/m²h, corespunzînd la patru valori ale debitului de abur $D = 0{,}25\ D_N$; $0{,}5\ D_N$; D_N; $2D_N$ în care $D_N = 130\,000$ kgf/h. Rezultatul se arată în tabela 5, în care s-a ales ca valoare de comparație a densității medii a fluxului de căldură $q_M = q_{MN}$, corespunzînd la $D = D_N$.

În figura 5 se arată variația mărimilor (w_0), $(n) = (w_0/w_{D0})$ și α în funcție de $q_M/q_{MN} = D/D_N$. La scăderea acestuia din urmă, w_0 scade iar n, w_0/w_{D0} și α cresc.

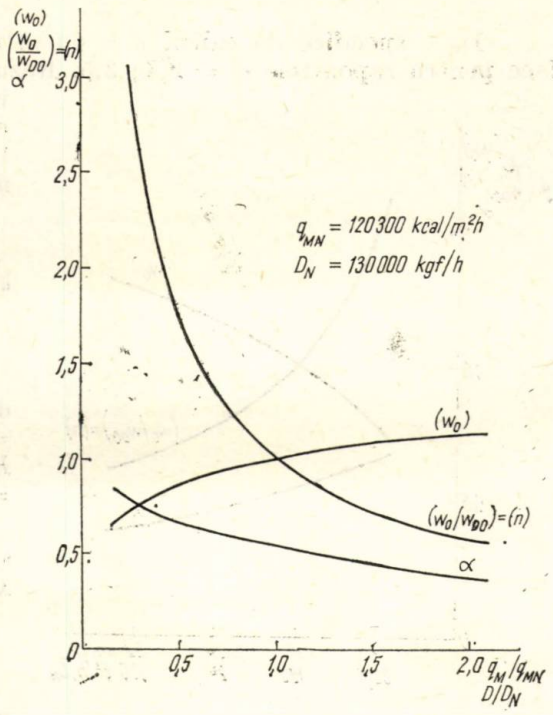


Fig. 5. — Variația mărimilor (w_0), (n), (w_0/w_{DO}), α în funcție de q_M/q_{MN}, respectiv de D/D_N.

4.2. INFLUENȚA ÎNĂLȚIMII H (DEBITUL NOMINAL DE ABUR)

Date specifice de calcul $q_{MN} = 120\,300$ kcal/m²h. Calculul se face pentru înălțimile $H = 8$ m; 16 m; 32 m, corespunzătoare la $D_N = 32500$ kgf/h; 130 000 kgf/h; 520 000 kgf/h. Rezultatul este dat în tabela 5 în care s-a ales ca valoare de comparație a înălțimii $H = 16$ m, corespunzînd la $D_N = 130\,000$ kgf/h.

În figura 6 se arată variația mărimilor (w_0), $(n) = (w_0/w_{D0})$ și α în funcție de H (respectiv de D_N). La creșterea înălțimii H, w_0 crește iar n, w_0/w_{D0} și α scad.

5. INFLUENȚA DIAMETRILOR d, d_c ȘI A RAPORTULUI $e_S = uS/u_c S_c$

Se aleg ca date comune de calcul $p = 100$ ata, $q_M = 120\,300$ kcal/m² h, $H = 16$m.

5.1. INFLUENȚA DIAMETRULUI d

Date specifice de calcul $d_c = 0{,}125$ m, $e_S = 2{,}8$. Calculul se face pentru diametrii $d = 0{,}042$ m; 0,057 m. Rezultatul este arătat în tabela 5, în care s-a ales ca valoare de comparație a diametrului $d = 0{,}058$ m.

La scăderea diametrului d, w_0 crește iar n, w_0/w_{D0} și α scad.

5.2. INFLUENȚA DIAMETRULUI d_c

Date specifice de calcul $d = 0{,}058$ m; $e_S = 2{,}8$. Calculul se face pentru diametrii $d_c = 0{,}125$ m; 0,200 m. Rezultatul este dat în tabela 5, în care s-a ales ca valoare de comparație a diametrului $d_c = 0{,}125$ m. La creșterea diametrului d_c, w_0, n, w_0/w_{D0} și α cresc.

5.3. INFLUENȚA RAPORTULUI $r_S = uS/u_c S_c$

Date specifice de calcul $d = 0{,}058$ m; $d_c = 0{,}125$ m. Calculul se face pentru rapoartele $e_S = 2{,}8$; 3,5. Rezultatul este arătat în tabela 5, în care s-a ales ca valoare de comparație a raportului $e_S = 2{,}8$. La creșterea raportului e_S, w_0, n, w_0/w_{D0} și α scad.

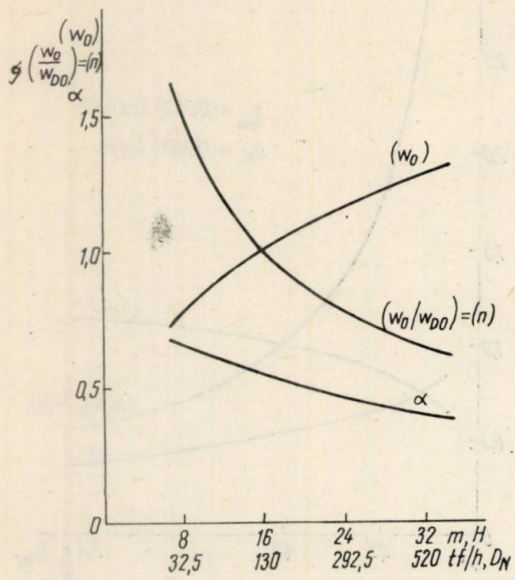


Fig. 6. — Variația mărimilor (w_0), (n), (w_0/w_{DO}), α în funcție de H, respectiv D_N.

6. CONSIDERAREA CONDIȚIILOR REALE DE FUNCȚIONARE

Se aleg ca date comune de calcul $p = 100$ ata; $q_M = 120\,300$ kcal/m² h; $d = 0{,}058$m; $H = 16$ m; $d_c = 0{,}125$ m; $e_S = 2{,}8$.

6.1. TEMPERATURA APEI DE ALIMENTARE LA INTRARE ÎN SISTEMUL FIERBĂTOR t_e

Deoarece $t_e < t_s$, la modul uzual de alimentare în spațiul de abur al tamburului, apa de alimentare se încălzește de la temperatura t_e până aproape de t_s, absorbind căldură de la aburul saturat din tambur. Cantitatea de abur saturat, care se consumă în acest scop, condensează. Debitul de abur suplimentar produs de sistemul fierbător, pentru încălzirea apei de alimentare, este

$$\frac{i' - i_e}{r} D,$$

iar debitul real produs de sistemul fierbător, devine

$$\left(1 + \frac{i' - i_e}{r}\right) D = k_e \, D,$$

în care s-a notat

$$1 + \frac{i' - i_e}{r} = k_e. \tag{13}$$

Viteza reală a aburului la ieșire din țeava încălzită, dacă aburul ar umple întreaga secțiune a țevii, devine $k_e w_{DO}$. În consecință, în expresiile mărimilor A și B, care intervin în ecuația (10), w_{D0} se înlocuiește cu $k_e w_{D0}$.

Calculul se face pentru $t_e = 290°C$ (față de $t_s = 304{,}5°C$ din cazul ipotezei simplificatoare). Cu $i' = 334$ kcal/kgf; $i_e = 307{,}5$ kcal/kgf; $r = 317{,}1$ kcal/kgf, rezultă $k_e = 1{,}083$. Rezultatul calculului este arătat în tabela 5, în care s-a ales ca valoare de comparație $k_e = 1$.

La scăderea temperaturii t_e, w_0 crește iar n, w_0/w_{D0} și α scad.

6.2. NEUNIFORMITATEA DENSITĂȚII FLUXULUI DE CĂLDURĂ LONGITUDINAL

În cazul unei densități neuniforme a fluxului de căldură q de-a lungul țevii urcătoare, dacă se notează

$$f = \frac{q}{q_M},$$

curba de variație a acesteia în funcție de z se poate înlocui cu 10 trepte rectangulare având una din dimensiuni $\Delta z = 0{,}1$ iar cea de a doua $f = f_1$, $f_2 \ldots f_{10}$, după cum se arată în figura 7, cu condiția

$$\frac{1}{q_M}\int_0^1 q\,dz = \int_0^1 f\,dz = \sum_1^{10} f\,\Delta z = \Delta z \sum_1^{10} f = 1.$$

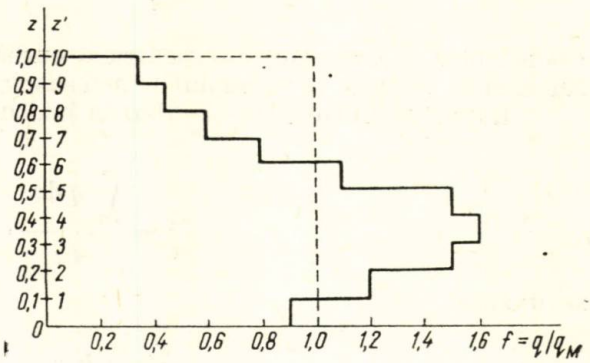


Fig. 7. — Variația densității fluxului de căldură longitudinal.

Dacă se calculează

$$\frac{1}{z'}\sum_1^{z'} f,$$

pentru diferite valori $z' = 1...10$, se constată că expresia de mai sus diferă de valoarea medie pentru intervalul 1...10

$$\frac{1}{10}\sum_{1}^{10}\left(\frac{1}{z'}\sum_{1}^{z'} f\right) = k_z, \tag{14}$$

numai în măsură relativ redusă. În tabela 6 s-a asimilat, ca exemplu numeric, în acest fel, o curbă de variaţie a densităţii fluxului de căldură

Tabela 6

z	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	
z'	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
f	0,90	1,20	1,50	1,60	1,50	1,10	0,80	0,60	0,45	0,35	$\Sigma = 10{,}00$
Σf	0,90	2,10	3,60	5,20	6,70	7,80	8,60	9,20	9,65	10,00	
$\frac{1}{z'}\sum_{1}^{z'} f$	0,9	1,05	1,20	1,30	1,34	1,30	1,23	1,15	1,07	1,00	$\Sigma = 11{,}54$

longitudinal. Se poate deci considera, în mod aproximativ

$$\frac{1}{z'}\sum_{1}^{z'} f = k_z,$$

$$\frac{\int_0^z q\,dz}{q_M} = k_z z.$$

Coeficientul k_z este constant pentru o curbă dată a variaţiei densităţii fluxului de căldură. În exemplul de mai sus, $k_z = 1{,}154$.

Raportul dintre titlul de abur la înălţimea h şi la înălţimea H fiind

$$\frac{x_z}{x} = \frac{\int_0^z q\,dz}{q_M},$$

se deduce

$$\frac{x_z}{x} = k_z z. \tag{15}$$

Din

$$\frac{\gamma'}{\gamma_z} = 1 + \left(\frac{\gamma'}{\gamma} - 1\right)\frac{x_z}{x},$$

și dacă se ține seama de ecuația (15) rezultă

$$\frac{\gamma'}{\gamma_z} = 1 + \left(\frac{\gamma'}{\gamma} - 1\right) k_z \, z.$$

Apariția coeficientului k_z modifică ecuațiile (3), (5), (8) din metoda de calcul. Astfel ecuația (3) devine

$$\Delta P = H\gamma' \left[1 - \frac{\ln\left[(m-1)\, k_z + 1\right]}{(m-1)\, k_z}\right] + H'(\gamma' - \gamma). \qquad (3')$$

Ecuația (5) devine, dacă se ține seama că

$$\int_0^1 \frac{\gamma'}{\gamma_z} \, dz = 1 + \frac{(m-1)\, k_z}{2},$$

$$\Sigma \Delta p = \left[E + \frac{\lambda}{d}\frac{H}{2}(1-k_z) + \left[F + \frac{\lambda}{d}\frac{H}{2}(k_z - 1)\right] m\right] \frac{w_0^2}{2g}, \qquad (5')$$

iar ecuația (8) devine

$$1 - \frac{\ln (m-1)\, k_z + 1}{(m-1)\, k_z} + e_1\left(1 - \frac{1}{m}\right) = \qquad (8')$$

$$= \frac{E + \frac{\lambda}{d}\frac{H}{2}(1-k_z) + \left[F + \frac{\lambda}{d}\frac{H}{2}(k_z - 1)\right] m}{2g\, H} \, w_0^2.$$

Expresiile mărimilor C, J, B devin

$$1 - \frac{\ln (m-1)\, k_z + 1}{(m-1)\, k_z} + e_1\left(1 - \frac{1}{m}\right) = C', \quad 1 + \frac{F + \frac{\lambda}{d}\frac{H}{2}(k_z - 1)}{E + \frac{\lambda}{d}\frac{H}{2}(1-k_z)} m = J',$$

$$\frac{E + \frac{\lambda}{d}\frac{H}{2}(1-k_z)}{2gH} w_0^2 = B'.$$

Calculul se face pentru $k_z = 1{,}154$. Rezultatul calculului se arată în tabela 5, în care s-a ales ca valoare de comparație $k_z = 1$. Cu cît densitatea fluxului de căldură este mai mare în partea inferioară a țevii urcătoare w_0, n, w_0/w_{D0} și α cresc.

6.3. NEUNIFORMITATEA DENSITĂŢII FLUXULUI TRANSVERSAL DE CĂLDURĂ

Se consideră sistemul fierbător alcătuit din două sisteme fierbătoare I, II legate în paralel, ale căror elemente geometrice sînt aceleaşi cu cele din figura 1 şi ale căror ţevi coborîtoare, tambur şi colector inferior sînt comune, aşa cum se arată, în mod schematic, în figura 8, dar care prezintă diferenţele $u_I \neq u_{II}$ şi $q_I \neq q_{II}$. Dacă se notează

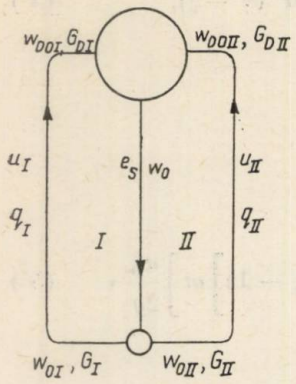


Fig. 8.— Schema simplificată a conturului sistemului fierbător avînd densitatea fluxului de căldură transversal neuniformă.

$$u_I = k_u u, \qquad q_I = k_t\, q,$$

u_{II} şi q_{II} se deduc în funcţie de u, q, k_u, k_t. În comparaţie cu sistemul fierbător din figura 1, se consideră

$$u_I + u_{II} = u,\ u_I\, G_{DI} + u_{II}\, G_{DII} = u\, G_D,$$

$$u_I\, q_I + u_{II}\, q_{II} = u\ q.$$

Din

$$u_I\, G_{DI} = k_u\ k_t\ G_D,$$

exprimînd G_{DI} şi G_D în funcţie de w_{DOI}, respectiv w_{DO}, se obţine

$$w_{DOI} = k_t\, w_{DO}.$$

În mod asemănător se află w_{DOII} în funcţie de k_u, k_t, w_{DO}.

Din

$$u_I\, G_I + u_{II}\, G_{II} = \eta\ u\ G \qquad (\eta \gtrless 1),$$

exprimînd G_I, G_{II}, G în funcţie de w_{0I}, respectiv w_{0II}, respectiv w_0, se obţine

$$k_u\, w_{0I} + (1-k_u)\, w_{0II} = \eta w_0. \tag{16}$$

Titlul mediu de abur al ansamblului celor două sisteme fierbătoare este

$$x_M = \frac{u_I\, G_{DI} + u_{II}\, G_{DII}}{u_I\, G_I + u_{II}\, G_{II}} = \frac{u\, G_D}{\eta\, u\, G} = \frac{1}{\eta}\, x. \tag{17}$$

Vitezele w_{0I} şi w_{0II} se pot calcula în funcţie de u_I, q_I, w_{DOI} respectiv de u_{II}, q_{II}, w_{DOII} cu ajutorul metodei şi a calculelor preliminarii de la 2.1, respectiv 2.2, modificate pentru a se ţine seama de abaterea de la ipotezele simplificate iar ecuaţia (15) permite a se afla coeficientul η. Pentru o valoare foarte mică a factorului k_u, se poate admite în mod aproximativ $x_M = x$; în acest caz $\eta = 1$ iar din ecuaţia (16) se deduce cu $k_u = 0$.

$$w_{0II} = w_0.$$

Se arată mai jos modificările ce trebuie introduse pentru calculul circulației în sistemul fierbător I. Expresia sumei căderilor de presiune devine

$$(\Sigma\Delta p)_{\mathrm{I}} = (E' + Fm)\frac{w_{0\mathrm{I}}^2\gamma'}{2g} + \frac{E''\,w_0^2\,\gamma'}{2g}, \qquad (5')$$

în care s-a notat

$$\left(0{,}5\frac{\lambda}{d} + e_3\frac{\lambda_W}{d}\right)H + \xi_{EW} - 2 = E'\,;\; e_s^2\left(e_4\frac{\lambda_W}{dc}H + \xi_{Ec}\right) = E'',$$

iar ecuația (8) devine

$$1 - \frac{1\mathrm{n}\,m}{m-1} + e_1\left(1 - \frac{1}{m}\right) = \frac{E' + Fm}{2g\,H}w_{0\mathrm{I}}^2 + \frac{E''}{2g\,H}\,w_0^2\,. \qquad (8')$$

Notînd

$$1 + \frac{F}{E'}m = J_{\mathrm{I}}, \qquad \frac{E'}{2gH}w_{D0\mathrm{I}}^2 = B_{\mathrm{I}},$$

ecuația (10) devine

$$\frac{C}{J_{\mathrm{I}}A^2} = B_{\mathrm{I}} + \frac{E''}{2gH\,J_{\mathrm{I}}\,A^2}\,w_0^2\,.$$

Intersecția curbelor reprezentînd cei doi membri ai acestei ecuații în funcție de m determină raportul α_{I}, cu ajutorul căruia se află $w_{0\mathrm{I}}$. Calculul se face pentru $k_u = 0{,}06$; $k_t = 0{,}5$. Rezultatul este arătat în tabela 5, în care s-a ales ca valoare de comparație $k_u = 0$, $k_t = 1$. Cînd q_{I} scade, $w_{0\mathrm{I}}$ scade iar n_{I}, $w_{0\mathrm{I}}/w_{D0\mathrm{I}}$ și α_{I} cresc.

6.4. NEUNIFORMITATEA CONTURULUI ȚEVILOR URCĂTOARE

Se consideră sistemul fierbător format din două sisteme fierbătoare I, II, legate în paralel, ale căror țevi coborîtoare, tambur și colector inferior sînt comune și ale căror elemente geometrice și densitate a fluxului de căldură sînt aceleași cu cele din figura 1, dar cu excepția conturului țevilor urcătoare ale sistemului I, care conține o rezistență locală ξ_H, așa cum se arată schematic în figura 9, și cu diferența $u_{\mathrm{I}} \neq u_{\mathrm{II}}$. Se notează

$$u_{\mathrm{I}} = k_u u,$$

și se consideră

$$u_{\mathrm{I}} + u_{\mathrm{II}} = u, \quad u_{\mathrm{I}}\,G_{D\mathrm{I}} + u_{\mathrm{II}}\,G_{D\mathrm{II}} = uG_D\,.$$

Din

$$w_{D0I} = \frac{U_I\, Hq}{u_I\, r\, S\, \gamma''}, \quad w_{D0II} = \frac{U_{II}\, Hq}{u_{II}\, r\, S\, \gamma''}, \quad w_{D0} = \frac{U\, Hq}{u\, r\, S\, \gamma''},$$

$$\frac{U_I}{u_I} = \frac{U_{II}}{u_{II}} = \frac{U}{u} = \varepsilon_1\, \varepsilon_2\, d,$$

rezultă

$$w_{D0I} = w_{D0II} = w_{D0}.$$

Ecuaţiile (16), (17) se aplică la fel. Procedînd ca în cazul precedent şi cu aceeaşi ipoteză că k_u este foarte mic, w_{0I} poate fi calculat în funcţie de u_I, q, w_{D0I} iar $w_{0II} = w_0$. Notînd

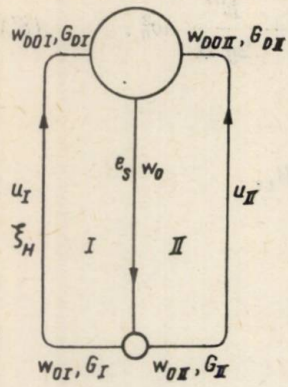


Fig. 9. — Schema simplificată a conturului sistemului fierbător avînd conturul ţevilor urcătoare neuniform.

$$\left(0{,}5\,\frac{\lambda}{d} + e_3\,\frac{\lambda_w}{d}\right)H + 0{,}5\;\xi_H\, H + \xi_{EW} - 2 = E',$$

$$e_s^2\left(e_4\,\frac{\lambda_W}{d_c}\,H + \xi_{Ec}\right) = E'',$$

$$(0{,}5 + e_1 + e_2)\,\frac{\lambda}{d}\;H + 0{,}5\;\xi_H\;H + \xi_F + 2 = F',$$

$$i + \frac{F'}{E'}\,m = J_I, \quad \frac{E'}{2gH}\,w_{D0I}^2 = B_I,$$

ecuaţia (10) devine

$$\frac{C}{J_I\, A^2} = B_I + \frac{E''}{2g\, H J_I\, A^2}\, w_0^2,$$

pentru a cărei rezolvare se procedează ca în cazul precedent. Calculul se face pentru $\xi_H = 1{,}6$. Rezultatul calculului este dat în tabela 5, în care s-a ales ca valoare de comparaţie $\xi_H = 0$. Cînd rezistenţa locală ξ_H (schimbări de direcţie) creşte, w_0, n, w_0/w_{D0} şi α_I scad.

7. CONCLUZII

Din studiul de mai sus se trag următoarele concluzii :

Circulaţia apei este influenţată într-o măsură largă de presiunea aburului, ca şi de sarcina cazanului ; în cazul unui raport constant între înălţimea

cazanului și perimetrul secțiunii camerei de ardere, debitul nominal de abur influențează de asemeni, în mare măsură, circulația apei.

Sensul, în care sarcina și debitul nominal influențează circulația apei, se explică prin variația mai accentuată a vitezei w_{D0} decît a vitezei w_0.

Diametrul țevii urcătoare, al țevii coborîtoare și raportul sumei secțiunii acestor țevi au o influență însemnată.

Dintre factorii, care caracterizează condițiile reale de funcționare, neuniformitatea fluxului transversal de căldură și neuniformitatea conturului țevilor urcătoare au o influență importantă asupra circulației apei.

Ceilalți factori au o influență mai redusă.

SIMBOLURI

p — presiunea aburului;
v' — volum specific al apei;
v'' — idem, al aburului;
v — idem, al amestecului, la ieșire;
v_h, v_z — idem, la înălțimea h, z;
γ' — greutate specifică a apei;
γ'' — idem, a aburului;
γ — idem, a amestecului, la ieșire;
γ_h, γ_z — idem, la înălțimea h, z;
x — titlu de abur, la ieșire;
x_h, x_z — idem, la înălțimea h, z;
r — căldură de vaporizare;
G_D — debit de abur la ieșire;
G — debit de apă la intrare în țeava urcătoare;
n — multiplu de circulație;
S — secțiunea țevii urcătoare;
S_c — idem, coborîtoare;
S_w — secțiune ocupată de apă, a țevii urcătoare la ieșire;
d — diametru interior al țevii urcătoare;
d_c — diametru interior al țevii coborîtoare;
d_e — diametru exterior al țevii urcătoare;
u — număr de țevi urcătoare;
u_c — idem, coborîtoare;
t_e — temperatura apei de alimentare la intrare;
i_e — entalpia specifică a apei de alimentare la intrare;
w_w — viteza apei la ieșire din țeava urcătoare;
w_0 — viteza apei la intrare în țeava urcătoare;
w_D — viteza aburului la ieșire;
w — viteza amestecului la ieșire;
w_z — idem, la înălțimea z;
w_{D0} — viteza aburului la ieșire, dacă ar umple întreaga secțiune;
w_r — viteza relativă a aburului la ieșire;
w_c — viteza apei în țeava coborîtoare;
λ_w — coeficient de frecare al apei;
λ — idem al amestecului;
ξ_w, ξ' — rezistență locală în țeava urcătoare;
ξ_c — idem, coborîtoare;
ξ_1, ξ_2 — rezistență locală la ieșire resp. intrare;
h — poziție pe țeava urcătoare;
H — lungimea țevii urcătoare, verticală, încălzită;
H' — idem, neîncălzită;
L' — idem, orizontală;
L_c, L_w — idem, coborîtoare;
e — raport între lungimi de țevi și H;
q — densitate a fluxului de căldură;
D — debit de abur al sistemului fierbător;

t_s — temperatura de saturaţie a aburului;
i' — entalpia specifică a apei la saturaţie;
U — perimetru rectiliniu al secţiunii camerei de ardere trecînd prin centrul ţevilor;

ALŢI INDICI

h, z — simbolul respectiv;
fr — frecare;
W — apă;
c — ţeavă coborîtoare;
ξ — rezist. locală;
M — valoare medie;
N — valoare nominală;
I — sistem fierbător I;
II — sistem fierbător II.
acc. — accelerație.

BIBLIOGRAFIE

1. Jaroschek K. u. F. Brandt, *Entwicklung eines Diagramms zur Berechnung des natürlichen Wasserumlaufs in Wasserrohrkesseln und Siedewasser — Reaktoren* BWK, 12, S. 189/96 (1960).
2. Jaroschek K. u. F. Brandt. *Untersuchungen über den Reibungsdruckverlust von Wasser/Dampf — Gemischen und die Voreilgeschwindigkeit des Dampfes in senkrechten Kesselrohren*, BWK 11, S. 407/13, (1959).

INTERDEPENDENȚA DINTRE PROCESELE PIROLITICE DESFĂȘURATE ÎN ABSENȚA ARDERII RESPECTIV ÎN TIMPUL ARDERII PARTICULELOR DE COMBUSTIBILI SOLIZI

DE

C. COROIU

662,611 ;620.9

Se prezintă cercetările experimentale efectuate pentru punerea în evidență a interedependenței dintre procesele pirolitice desfășurate în absența arderii respectiv în timpul arderii particulelor de combustibili solizi, problemă netratată pînă în prezent în literatura de specialitate.

Pe baza datelor experimentale și a unei interpretări teoretice adecvate au fost stabilite și exprimate matematic legitățile de desfășurare a proceselor pirolitice reale desfășurate în absența arderii respectiv în timpul arderii în condiții identice de încălzire a particulelor de combustibil.

I. INTRODUCERE

Alături de creșterea continuă și accelerată a necesarului de energie în prezent se observă un început de criză energetică manifestată la scară mondială, avînd ca efecte imediate raționalizarea consumurilor și creșterea prețurilor produselor petroliere și gazelor naturale cît și o revenire spectaculoasă spre cărbune. În aceste condiții este firească creșterea interesului pentru cercetarea științifică a proceselor de combustie în general și a combustibililor solizi în special, care prin adîncirea cunoștințelor în acest domeniu poate contribui la găsirea unor tehnologii mai avantajoase de ardere și gazeificare cît și la perfecționarea celor existente.

Pe această linie se înscrie și prezenta lucrare în care se prezintă cercetări experimentale și concluzii teoretice privind interdependența dintre procesele pirolitice desfășurate în absența arderii respectiv în timpul arderii particulelor de combustibili solizi.

După cum se știe [1] procesele pirolitice reprezintă procese de transformare termochimică a masei organice din cărbuni care conduc la dega-

jarea materiilor volatile şi formarea reziduului cărbunos solid. Procesele pirolitice ale combustibililor solizi sînt întîlnite atît în timpul arderii şi gazeificării cît şi în timpul prelucrărilor tehnologice din industria cocsochimică, între cele două categorii de procese existînd deosebiri esenţiale atît în ce priveşte clasa cărbunilor la care se referă cît şi din punct de vedere al condiţiilor de desfăşurare : temperatura, viteza de încălzire a particulelor, compoziţie mediu ambiant gazos.

În lucrarea [1] a fost prezentat un model cinetic şi matematic al proceselor pirolitice a cărbunilor cu destinaţie energetică considerînd condiţiile de desfăşurare a acestora izoterme. Ca o continuare în lucrarea prezentă se propune stabilirea şi studierea interdependenţei dintre procesele pirolitice desfăşurate în absenţa arderii respectiv în timpul arderii particulelor combustibile cît şi stabilirea şi exprimarea matematică a legităţilor proceselor pirolitice desfăşurate în condiţii reale de încălzire a particulelor combustibile.

II. EXPERIMENTĂRI

Ca metodă de investigaţie a fost utilizată metoda termogravimetrică utilizînd în acest scop o instalaţie prezentată în lucrarea [2] care permite urmărirea continuă a greutăţii probei de cercetat şi temperaturii superficiale a particulelor combustibile în timpul participării acestora la procesul de ardere, piroliza 1 şi piroliza 2. Materialul cercetat a fost cărbunele brun pămîntos xiloidic de Rovinari granulaţie 2—3 mm notat în cele ce urmează prin L.R. 2—3 mm, avînd următoarele caracteristici fizico-chimice : greutate probă 6,0 gr. ; număr de particule a probei 500 buc ; greutatea medie a particulei 0,012 gr ; greutatea specifică aparentă 1,42 gr./cm^3 ; greutate specifică reală 1,52 gr./cm^3 ; diametrul sferei echivalente 2,52 mm ; W^a = = 11,10 %; A^a = 18,12 %; V^a = 41,92 %; C^{mc} = 64,37 %; H^{mc} = 5,63 %; S^{mc} = 2,11 %; O^{mc} = 26,45 %; N^{mc} = 1,44 %.

În cazul arderii particulele de combustibil au fost repartizate uniform într-un conteiner format din cinci nacele de cuarţ transparent δ_{perete} = = 1,5 mm, avînd dimensiunile $Ø_{\text{int.}}$ = 22 mm, h = 14 mm, dispuse etajat şi distanţate între ele (iar prima de capac) la 5 mm. Termocupla Pt—Pt·Rh pentru măsurarea temperaturii superficiale a particulelor a fost implantată între particulele din nacela nr. 3. Odată cu introducerea în incinta de ardere menţinută automat la temperatura t_i = 500 ; 700 ; 900 şi 1 100°C şi condiţii aerodinamice cvasistaţionare începe înregistrarea automată a timpului de staţionare, greutăţii variabile în timp a probei de cercetat şi temperaturii superficiale a particulelor. Rezultatele experimentale sînt prezentate în figura 1. Se menţionează că în incinta de ardere se realizează un cîmp uniform de temperatură într-un spaţiu avînd dimensiunile Ø 40/300 mm.

În cadrul pirolizei 1, particulele de combustibil au fost aşezate într-un conteiner de cuarţ transparent cu pereţi dubli închis cu un capac de platină. Spaţiul cilindric inelar în care au fost introduse particulele avînd dimensiunile Ø 22/Ø17/h = 80 mm.

Termocupla Pt—Pt.Rh pentru măsurarea temperaturii superficiale a particulelor a fost implantată între particule la mijlocul înălțimii spațiului cilindric inelar ocupat de particule.

Incinta de piroliză 1, aceeași cu cea descrisă în cazul arderii este menținută automat la temperatura $t_i = 500$; 700; 900 și 1 100°C. Rezultatele experimentale sînt prezentate în figura 2.

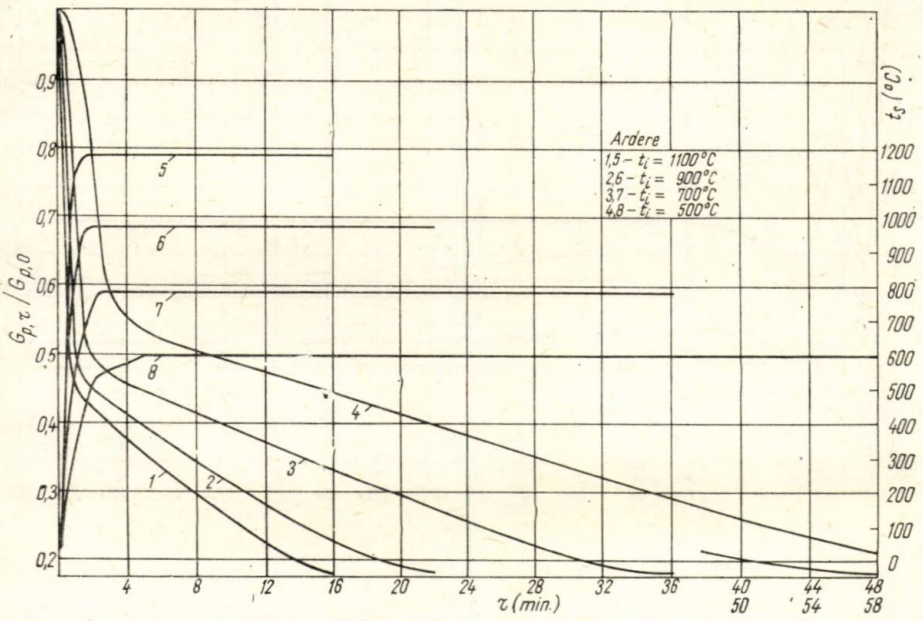


Fig. 1. — Dinamica greutății raportate a probei de cercetat ($G_{p,\tau}/G_{p,0}$, curbele 1÷4) și temperaturii superficiale (t_s, curbele 5—8), a particulelor combustibile (L. R. 2—3 mm) în timpul procesului de ardere în condiții aerodinamice cvasistaționare la temperaturi ale incintei de ardere: t_i = 500; 700; 900 și 1100°C.

În cazul pirolizei 2 sînt păstrate identice toate condițiile descrise în cazul pirolizei 1, în afară de temperatura incintei t_i care a fost reglată cu ajutorul termoregulatorului instalației termogravimetrice [2] în așa fel încît să se obțină aceeași dinamică a temperaturii superficiale a particulelor combustibile ca în cazul arderii. Faptul că nu a fost înlocuit aerul din conteinerul de piroliză a fost făcut în scopul menținerii unor condiții identice pentru desfășurarea proceselor fizico-chimice în perioada de timp corespunzătoare întîrzierii la aprindere atît în cazul arderii cît și al pirolizei 2. Odată cu începerea proceselor pirolitice aerul din conteinerul de piroliză este înlocuit cu gaz de piroliză.

În legătură cu procesul de încălzire a particulelor de combustibil în timpul arderii, pirolizei 1 și 2 se menționează faptul că calcularea temperaturii particulelor a făcut obiectul a numeroase studii și cercetări. În lucrarea de față nu s-a propus ca obiectiv abordarea acestei probleme menționîn-

du-se însă faptul că calcularea teoretică a temperaturii particulelor de formă oarecare, neomogene din punct de vedere fizico-chimic și care sînt supuse simultan unor procese fizice și chimice complexe avînd propriile lor efecte termice este extrem de dificilă. Urmărirea directă, pe cale experimentală a variației temperaturii particulelor a făcut de asemenea obiectul a numeroase

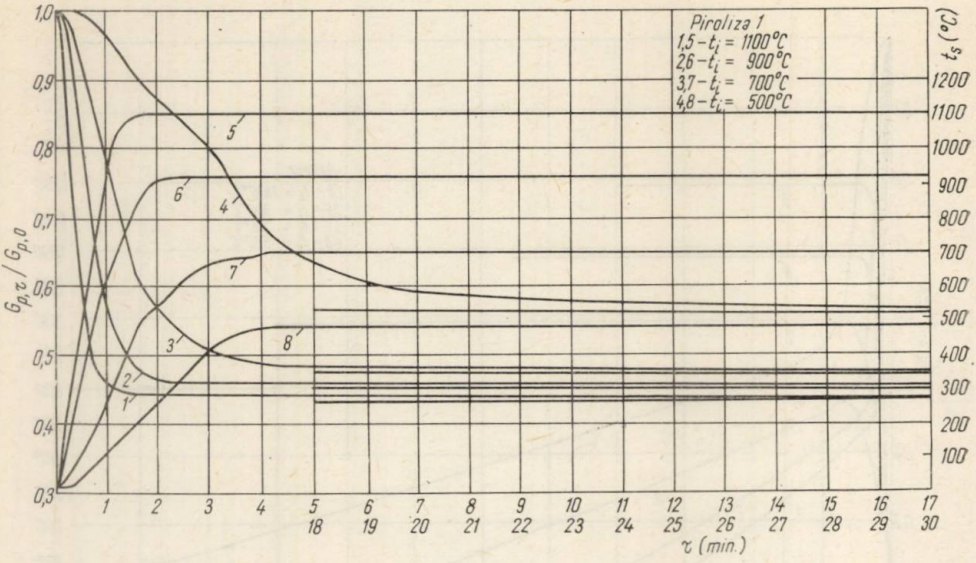


Fig. 2. — Dinamica greutății raportate a probei de cercetat

($G_{p,\tau}/G_{p,0}$, curbele 1–4) și temperaturii superficiale (t_s, curbele 5–8) a particulelor combustibile (LR 2–3 mm) în timpul procesului de piroliză 1 în condiții aerodinamice cvasistaționare și temperaturi ale incintei de piroliză: t_i = 500; 700; 900 și 1100°C.

cercetări. Se consemnează dificultățile provocate de degajarea materiilor volatile și radiația peretelui incintei în cazul utilizării metodelor optice de măsură, ca și erorile provocate de masa termocuplei și mediul gazos ambiant în cazul utilizării termocuplelor pentru măsurarea temperaturii unor particule de dimensiuni reduse. Condițiile experimentale specifice din cazul de față și cantitatea relativ mare a probei de cercetat recomandă utilizarea metodei de măsurare a temperaturii particulelor cu ajutorul termocuplei Pt—Pt.Rh. Desigur ținînd cont de faptul că punctul de sudură al termocuplei aflat între particulele combustibile este în contact direct atît cu particulele cît și cu mediul gazos ambiant se poate pune problema ce reprezintă de fapt temperatura măsurată. În general se acceptă următoarea relație între T — temperatura absolută a cîmpului care înconjoară particula; T_s — temperatura superficială a particulei și T_g — temperatura gazului.

$$T = (T_s - T_g)/\ln (T_s/T_g), \qquad (1)$$

respectiv

$$T = (T_s + T_g)/2, \tag{2}$$

în cazul cînd T_s și T_g au valori apropiate. Întrucît condițiile experimentale specifice din cazul de față, termostatare automată și aerodinamică cvasistaționară satisfac condiția de mai sus și datorită contactului direct între particule și punctul de sudură a termocuplei analog cu relațiile (1) și (2) se poate scrie

$$T_m = \{T_s - [(T_s - T_g)\ln(T_s/T_g)]\}\ \ln \frac{T_s}{(T_s - T_g)\ln(T_s/T_g)}. \tag{3}$$

respectiv

$$T_m = (3T_s + T_g)/4, \tag{4}$$

în care T_m este temperatura măsurată, de unde rezultă concluzia $T_m \simeq T_s$ luată în considerație în această lucrare.

Cercetarea sistematică a datelor experimentale conduce la următoarele concluzii, verificate pentru un număr de 5 combustibili solizi avînd diferite grade de carbonificare și neprezentate în această lucrare din lipsă de spațiu.

1. În condiții aerodinamice cvasistaționare și în cazul menținerii constante a temperaturii incintei de ardere și piroliză, a greutății probei de cercetat și caracteristicilor geometrice și fizico-chimice a particulelor combustibile se obține o evoluție diferită a dinamicii temperaturii superficiale a particulelor pentru ardere (curbele *1—4* din fig. 1) și piroliză (curbele *1—4* din fig. 2). Se remarcă astfel:

— o creștere mai rapidă a temperaturii superficiale a particulelor de combustibil în timpul arderii față de piroliza 1;

— stabilizarea mai rapidă și la o valoare mai ridicată cu cca. 70—100°C a temperaturii superficiale a particulelor față de temperatura incintei în cazul arderii;

— stabilizarea mai lentă și la o valoare egală cu cea a temperaturii incintei a temperaturii superficiale a particulelor în cazul pirolizei 1;

2. În condiții aerodinamice cvasistaționare și în cazul reglajului încălzirii astfel ca să se obțină aceeași dinamică a temperaturii superficiale a particulelor în timpul pirolizei 2 ca și în cazul arderii s-a obținut aceeași dinamică a greutății probei de cercetat pînă aproximativ în momentul stingerii materiilor volatile, ceea ce denotă identitatea proceselor pirolitice desfășurate pînă în acel moment în cazul pirolizei 2 și arderii, corespunzător perioadei de întîrziere la aprindere și perioadei de ardere a materiilor volatile;

3. Continuînd menținerea aceleiași dinamici a temperaturii superficiale a particulelor în cazul pirolizei 2 ca și în cazul arderii se constată continuarea proceselor pirolitice cu viteză din ce în ce mai scăzută atît în cazul pirolizei 2 cît și în cazul pirolizei 1, pentru o perioadă de timp de circa 30 min. din momentul introducerii probelor în incinta încălzită. Cantitatea de materii volatile degajate în cursul pirolizei 2 după momentul

stingerii materiilor volatile reprezintă doar 16,49 ; 11,61 ; 5,93 și 5,42 % din cantitatea totală de materii volatile degajate corespunzător temperaturii incintei de ardere t_i = 500 ; 700 ; 900 și 1 100°C. Prin extrapolarea asupra întregului proces de piroliză desfășurat în timpul arderii a concluziei 2, bazată pe date experimentale și valabile pentru procesul degajării materiilor volatile reprezentînd 83,51 ; 88,39 ; 94,07 și 94,58 % din totalul materiilor volatile degajate în cazurile 1, 2, 3 și 4 bazați și pe concluzia lucrării [4] conform căreia evoluția compoziției chimice a reziduului cărbunos este identică în timpul arderii și pirolizei pot fi trase următoarele concluzii generale :

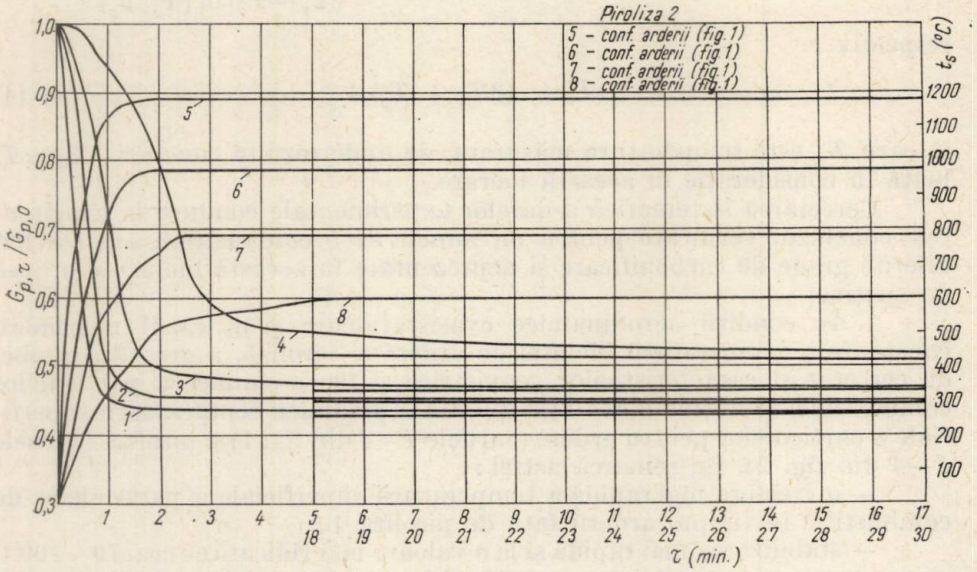


Fig. 3. — Dinamica greutății raportate a probei de cercetat

($G_{p,\tau}/G_{p,0}$, curbele 1–4) și temperaturii superficiale (t_s, curbele 5–8) a particulelor combustibile (LR 2–3 mm) în timpul procesului de piroliză 2 în condițiile realizării unei aerodinamici cvasistaționare și a unei dinamici a temperaturii superficiale a particulelor combustibile identică cu cea obținută în timpul arderii particulelor combustibile în condiții aerodinamice cvasistaționare și la temperaturi ale incintei de ardere; t_i = 500; 700; 900 și 1100° C.

— procesele pirolitice desfășurate în timpul arderii particulelor combustibile au o evoluție identică cu procesele pirolitice desfășurate în timpul încălzirii particulelor de combustibil în absența arderii indiferent de compoziția mediului gazos ambiant, cu condiția realizării unei încălziri identice a particulelor combustibile ;

— deosebirile dintre procesele pirolitice desfășurate în timpul pirolizei 1 și 2 respectiv arderii particulelor de combustibil în condiții aerodinamice cvasistaționare la temperaturi ale incintei identice sînt o consecință a modificării regimului de încălzire a particulelor de combustibil în timpul arderii ca urmare a proceselor simultane de ardere a materiilor volatile și a reziduului cărbunos.

II. CINETICA PROCESELOR PIROLITICE REALE DESFĂȘURATE ÎN ABSENȚA ARDERII RESPECTIV ÎN TIMPUL ARDERII ÎN CONDIȚII IDENTICE DE ÎNCĂLZIRE A PARTICULELOR DE COMBUSTIBIL

Așa după cum s-a notat anterior la elaborarea modelului matematic prezentat în lucrarea [1] condițiile de desfășurare a proceselor pirolitice au fost considerate izoterme, fapt ce nu concordă cu realitatea.

Studiind dinamica greutății probei de cercetat și temperaturii superficiale a particulelor de combustibil, t_s în timpul arderii și pirolizei 2 în toate cazurile cercetate se constată existența a două domenii distincte :

— domeniul proceselor pirolitice desfășurate la temperatura t_s variabilă reprezentînd o pondere redusă din timpul total de piroliză, în care se degajă cea mai mare parte din totalul materiilor volatile degajate în condițiile respective ;

— domeniul proceselor pirolitice desfășurate la temperatura t_s constantă reprezentînd cea mai mare parte din timpul total de piroliză în care se degajă o cantitate redusă din totalul materiilor volatile în condițiile respective.

În continuare se prezintă modul de desfășurare și legitățile matematice ale proceselor pirolitice reale în timpul pirolizei 2 și arderii particulelor combustibile stabilite pe baza datelor experimentale și concluziilor notate la capitolul II, cît și a relațiilor matematice obținute în lucrarea [1] prin dezvoltarea modelului cinetic conform căruia procesele pirolitice ale cărbunilor cu grad redus de carbonificare pot fi reprezentate printr-un proces consecutiv format din trei etape în care : etapa 1 — reprezintă procesul de reticulare desfășurat pînă la temperatura de circa 500°C ; etapa 2 — reprezintă procesul de semi-carbonizare desfășurat pînă la temperatura de circa 600°C ; etapa 3 — reprezintă procesul de carbonizare desfășurat la temperaturi de peste 600°C la diferite grade de dezvoltare.

Cazul nr. 1. Procesele pirolitice desfășurate în timpul pirolizei 2 și corespunzător arderii particulelor combustibile în condiții aerodinamice cvasistaționare la temperatura incintei de ardere $t_i = 1\,100$°C pentru care au fost obținute curbele experimentale *5* și *1* din figurile 1 și 3, reprezentînd dinamica greutății probei de cercetat și a temperaturii superficiale a particulelor combustibile.

Urmărind curbele notate mai sus cît și graficele *1* din figurile 4 și 5 reprezentînd dependența constantei globale de viteză de reacție funcție de $\frac{1}{T_s} \cdot 10^5$ pentru domeniul proceselor pirolitice desfășurate la temperatura t_s, variabilă conform curbei *1* din figurile 1 și 3, respectiv dependența dintre logaritmul vitezei globale a proceselor pirolitice și logaritmul valorii masei combustibile din reziduul cărbunos la un moment dat pentru domeniul proceselor pirolitice desfășurate la temperatura $t_s = 1\,180$°C se constată existența următoarelor domenii și perioade de desfășurare a proceselor pirolitice caracteristice cazului 1.

Domeniul proceselor pirolitice desfășurată la temperatură, t_s, variabilă încadrat între limitele $\tau = 4-117{,}5''$; $\tau_r = 0{,}0022-0{,}653$; $t_s = 300-$ $-1180°C$; $MC = 70{,}78-25{,}68\%$; $MC_r = 1{,}000-0{,}3629$ în care $\tau_r = \frac{\tau}{1800}$; $MC_r = \frac{MC}{70{,}78}$; unde τ este timpul de staționare a probei în

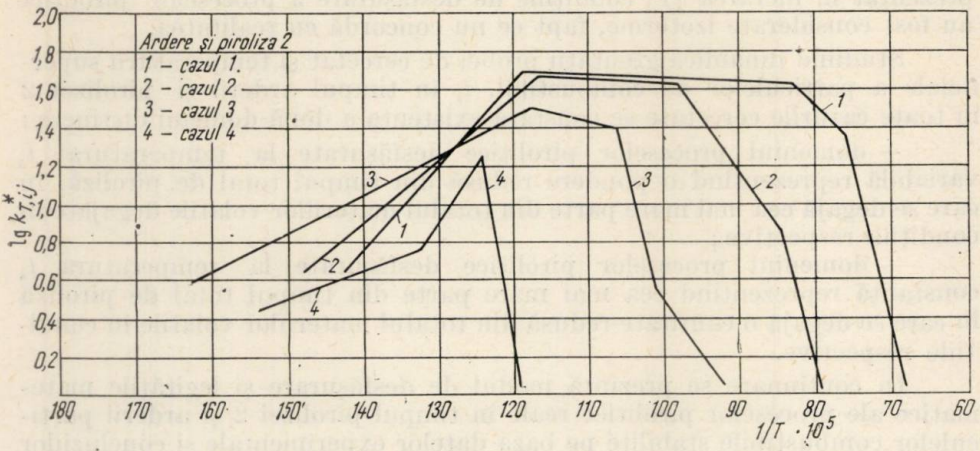


Fig. 4. — Dependența constantei globale de viteză de reacție a proceselor pirolitice $k^*_{T,ij}$ de $\frac{1}{T_s}\cdot 10^5$ (ij – indici corespunzători cazului și perioadei cercetate; $T_s = t_s + 273°K$).

incinta încălzită; $MC = MC^a$ masa combustibilă la proba de analiză; cuprinzînd următoarele perioade caracteristice.

Perioada 1.1 cuprinsă între limitele $\tau = 4-12''$; $\tau_r = 0{,}0022 -$ $-0{,}0067$; $t_s = 300-570°C$; $MC = 70{,}78-66{,}28\%$; $MC_r = 1{,}0000-$ $-0{,}9364$ pentru care mărimile cinetice aparente A^*_{11} și E^*_{11} corespunzătoare relației lui Arrhenius $k_T = A\cdot e^{-E/RT}$ au valorile $A^*_{11} = 1{,}0021\cdot 10^7$ și $E^*_{11}/R = 4466{,}7205$.

Întrucît intervalul de temperatură în care se situează această perioadă corespunde etapelor de reticulare și semicarbonizare se poate scrie

$$\left(\frac{dG}{d\tau}\right)_{11,\tau} = \left(\frac{dG_1 + dG_2}{d\tau}\right)_{11,\tau} = k^*_{T,11}\cdot MC_\tau = k_1 C_\tau + k_2 R_{1,\tau}, \qquad (5)$$

de unde rezultă

$$k^*_{T,11} = A^*_{11}\cdot e^{-E^*_{11}/RT} = \frac{k_1\cdot C_\tau + k_2 R_{1,\tau}}{MC_\tau} = \frac{k_1 C_\tau + k_2 R_{1,\tau}}{C_\tau + R_{1,\tau} + R_{2,\tau}}, \qquad (6)$$

în care

C_τ, $R_{1,\tau}$, $R_{2,\tau}$, $R_{3,\tau}$, $G_{1,\tau}$, $G_{2,\tau}$, $G_{3,\tau}$, masă organică rămasă netransformată, reziduu cărbunos rezultat ca urmare a proceselor de reticulare semicarbo-

nizare respectiv carbonizare și materii volatile rezultate ca urmare a proceselor de reticulare, semicarbonizare considerate la momentul τ;

k_1, k_2, k_3 — constante de viteză de reacție efective ale proceselor de reticulare, semicarbonizare și carbonizare;

11 — indice perioadă.

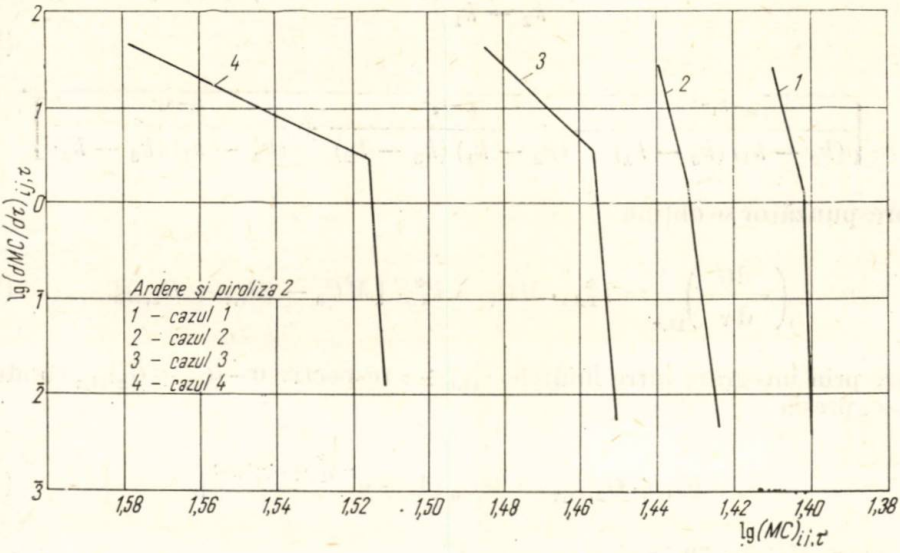


Fig.5. — Dependența logaritmului vitezei globale a proceselor pirolitice lg $(dMC/d\tau)_{ij,\tau}$, de logaritmul masei combustibile lg $(MC)_{ij,\tau}$.

Utilizînd relațiile obținute în lucrarea [1]

$$C_\tau = C_0 \cdot e^{-k_1 \cdot \tau}, \tag{7}$$

respectiv

$$R_{1,\tau} = C_0 \frac{k_1}{k_2 - k_1} (e^{-k_1 \tau} - e^{-k_2 \cdot \tau}), \tag{8}$$

și

$$R_{2,\tau} = C_0 k_1 \cdot k_2 \left[\frac{e^{-k_1 \tau}}{(k_2 - k_1)(k_3 - k_1)} - \frac{e^{-k_2 \cdot \tau}}{(k_2 - k_1)(k_3 - k_2)} + \frac{e^{-k_3 \cdot \tau}}{(k_3 - k_1)(k_3 - k_2)} \right], \tag{9}$$

respectiv

$$R_{3,\tau} = C_0 \left[\frac{k_2 k_3 (1 - e^{-k_1 \tau})}{(k_2 - k_1)(k_3 - k_1)} - \frac{k_1 k_3 (1 - e^{-k_2 \tau})}{(k_2 - k_1)(k_3 - k_2)} + \frac{k_1 k_2 (1 - e^{-k_3 \tau})}{(k_3 - k_2)(k_3 - k_1)} \right], \tag{10}$$

în care C_0 reprezintă valoarea lui C_τ la momentul $\tau = 0$. Se obține expresia constantei globale $k^*_{T,11}$

$$k^*_{T,11} = \frac{k_1 \cdot e^{-k_1\tau} + \frac{k_1 k_2}{k_2 - k_1}(e^{-k_1\cdot\tau} - e^{-k_2\cdot\tau})}{e^{-k_1\cdot\tau} + \frac{k_1}{k_2 - k_1}(e^{-k_1\cdot\tau} - e^{-k_2\tau}) + k_1 k_2} \tag{11}$$

$$\left[\frac{e^{-k_1\tau}}{(k_2 - k_1)(k_3 - k_1)} - \frac{e^{-k_2\tau}}{(k_2 - k_1)(k_3 - k_2)} + \frac{e^{-k_3\tau}}{(k_3 - k_1)(k_3 - k_2)}\right],$$

corespunzător se obține

$$\left(\frac{dG}{d\tau}\right)_{11,\tau} = k^*_{T,11} \cdot MC_\tau = k^*_{T,11}\,[MC_0 - (G_{1,\tau} + G_{2,\tau})], \tag{12}$$

care prin integrare între limitele $\tau_{11,0} \div \tau$ respectiv $0 - (G_1 + G_2)_{11,\tau}$ conduce la expresia

$$(G_1 + G_2)_{11,\tau} = MC_0\,[1 - e^{-k^*_{T,11}(\tau - \tau_{11,0})}], \tag{13}$$

în care $MC_0 = 70{,}78\,\%$ și $\tau_{11,0} = 4''$.

Perioada 1.2 cuprinsă între limitele $\tau = 12 - 37{,}5''$; $\tau_r = 0{,}0067 - -0{,}0208$; $t_s = 570 - 930°C$; $MC = 66{,}28 - 34{,}51\,\%$; $MC_r = 0{,}9364 - 0{,}4876$ pentru care rezultă $A^*_{12} = 2{,}6411$ și $E^*_{12}/R = -1345{,}7139$.

Întrucît intervalul de temperatură în care se situează această perioadă corespunde proceselor de semi-carbonizare și carbonizare se poate scrie

$$\left(\frac{dG}{d\tau}\right)_{12,\tau} = \left(\frac{dG_1}{d\tau} + \frac{dG_2}{d\tau}\right)_{12,\tau} = k^*_{T,12}\,MC_\tau = k_2 \cdot R_{1,\tau} + k_3\,R_{2,\tau} \tag{14}$$

de unde rezultă

$$k^*_{T,12} = \frac{k_2 \cdot R_{1,\tau} + k_3 \cdot R_{2,\tau}}{MC_\tau} = \frac{k_2\,R_{1,\tau} + k_3\,R_{2,\tau}}{R_{1,\tau} + R_{2,\tau} + R_{3,\tau}}, \tag{15}$$

respectiv ținînd cont de relațiile (7)÷(10) se obține expresia constantei globale $k^*_{T,12}$

$$k^*_{T,12} = \frac{\frac{k_1 \cdot k_2}{k_2 - k_1}(e^{-k_1\tau} - e^{-k_2\tau}) + k_1 k_2 k_3}{\frac{k_1}{k_2 - k_1}(e^{-k_1\tau} - e^{-k_2\tau}) + k_1 k_2\left[\frac{e^{-k_1\tau}}{(k_2 - k_1)(k_3 - k_1)} -\right.}$$

$$\left[\frac{e^{-k_1\cdot\tau}}{(k_2-k_1)(k_3-k_1)}-\frac{e^{-k_2\tau}}{(k_2-k_1)(k_3-k_2)}+\frac{e^{-k_3\tau}}{(k_3-k_1)(k_3-k_2)}\right]$$
$$-\frac{e^{-k_2\tau}}{(k_2-k_1)(k_3-k_2)}+\frac{e^{-k_3\tau}}{(k_3-k_1)(k_3-k_2)}\Bigg]+\left[\frac{k_2k_3(1-e^{-k_1\tau})}{(k_2-k_1)(k_3-k_1)}\right. \quad (16)$$
$$\left.-\frac{k_1k_3(1-e^{-k_2\tau})}{(k_2-k_1)(k_3-k_1)}+\frac{k_1k_2(1-e^{-k_3\tau})}{(k_3-k_1)(k_3-k_2)}\right],$$

corespunzător se poate scrie

$$\left(\frac{dG}{d\tau}\right)_{12,\tau}=\left(\frac{dG_2+dG_3}{d\tau}\right)_{12,\tau}=k^*_{T,12}\,[(MC_0-G_1^t)-(G_{2,\tau}+G_{3,\tau})], \quad (17)$$

care prin integrare între limitele $\tau_{12,0}\div\tau$ și $(G_2+G_3)_{12,0}\div(G_2+G_3)_{12,\tau}$ conduce la

$$(G_2+G_3)_{12,\tau}=(MC_0-G_1^t)-[(MC_0-G_1^t)-(G_2+G_3)_{12,0}]\,e^{-k^*_{T,12}(\tau-\tau_{12,0})}, \quad (18)$$

în care $MC_0=70{,}78$; $\tau_{12,0}=12''$; $G_1^t=0{,}14\,\%$; $(G_2+G_3)_{12,0}=MC_0-(MC)_{12,0}-G_1^t=4{,}36\,\%$; $(MC)_{12,0}=66{,}28\,\%$.

Perioada 1.3 cuprinsă între limitele $\tau=37{,}5-47{,}5''$; $\tau_r=0{,}0208-0{,}0264$; $t_s=930-1046°C$; $MC=34{,}51-29{,}07\,\%$; $MC_r=0{,}4876-0{,}4107$ pentru care rezultă $A^*_{13}=9{,}29\cdot10^{-3}$; $E^*_{13}/R=-4472{,}8057$.

Întrucît intervalul de temperatură în care se situează această perioadă corespunde procesului de carbonizare se poate scrie

$$\left(\frac{dG}{d\tau}\right)_{13,\tau}=k^*_{T,13}\cdot MC_\tau=\left(\frac{dG_3}{d\tau}\right)_{13,\tau}=k_3\,R_{2,\tau} \quad (19)$$

de unde rezultă expresia

$$k^*_{T,13}=\frac{k_3\cdot R_{2,\tau}}{MC_\tau}=\frac{k_3\cdot R_{2,\tau}}{R_{2,\tau}+R_{3,\tau}}, \quad (20)$$

respectiv ținînd cont de relațiile (7) ÷ (10)

$$k^*_{T,13}=$$
$$=\frac{k_1k_2k_3\left[\frac{e^{-k_1\tau}}{(k_2-k_1)(k_3-k_1)}-\frac{e^{-k_2\cdot\tau}}{(k_2-k_1)(k_3-k_2)}+\frac{e^{-k_3\cdot\tau}}{(k_3-k_1)(k_3-k_2)}\right]}{k_1k_2\left[\frac{e^{-k_1\cdot\tau}}{(k_2-k_1)(k_3-k_1)}-\frac{e^{-k_2\cdot\tau}}{(k_2-k_1)(k_3-k_2)}+\frac{e^{-k_3\cdot\tau}}{(k_3-k_1)(k_3-k_2)}\right]+}$$
$$+\left[\frac{k_2k_3(1-e^{-k_1\tau})}{(k_2-k_1)(k_3-k_1)}-\frac{k_1k_3(1-e^{-k_2\cdot\tau})}{(k_2-k_1)(k_3-k_2)}+\frac{k_1k_2(1-e^{-k_3\cdot\tau})}{(k_3-k_1)(k_3-k_2)}\right], \quad (21)$$

corespunzător se poate scrie

$$\left(\frac{dG}{d\tau}\right)_{13,\tau}=\left(\frac{dG}{d\tau_3}\right)_{13,\tau}=k_3\,R_{2,\tau}=k^*_{T,13}\,[(MC_0-G_1^t-G_2^t)-G_{3,\tau}], \qquad (22)$$

care prin integrare între limitele $\tau_{13,0}\div\tau$ respectiv $(G_3)_{13,0}\div(G_3)_{13,\tau}$ conduce la relația

$$(G_3)_{13,\tau}=[(MC_0-(G_1^t+G_2^t)]-[(MC_0-(G_1^t+G_2^t)-(G_3)_{13,0}]\,e^{-k^*_{T,13}(\tau-\tau_{13,0})}, \qquad (23)$$

în care $\tau_{13,0}=37{,}5\,\%$; $G_2^{t_1}=5{,}63\,\%$; $(G_3)_{13,0}=MC_0-(MC)_{13,0}-(G_1^{t_1}+G_2^{t_1})=30{,}50\,\%$; $(MC)_{13,0}=34{,}51\,\%$.

Perioada 1.4 cuprinsă între limitele $\tau=47{,}5-97{,}5''$; $\tau_r=0{,}0264-0{,}0542$; $t_s=1046-1174°C$; $MC=29{,}07-25{,}95\,\%$; $MC_r=0{,}4107-0{,}3666$ pentru care rezultă $A^*_{14}=5{,}43025\cdot10^{-2}$ și $E^*_{14}/R=-2622{,}293$.

Întrucît intervalul de temperatură în care se situează această perioadă corespunde procesului de carbonizare pentru $k^*_{T,11}$ și $E^*_{14}\cdot/R$ rezultă expresii analoage cu cele date pentru perioada 1.3 în care $\tau_{14,0}=47{,}5''$; $(G_3)_{14}=35{,}92\,\%$; $MC_{14,0}=29{,}07\,\%$.

Perioada 1.5 cuprinsă între limitele $\tau=97{,}5-117{,}5''$; $\tau_r=0{,}0542-0{,}0653$; $t_s=1\,174-1\,180°C$; $MC=25{,}95-25{,}68\,\%$; $MC_r=0{,}3666-0{,}3629$ pentru care rezultă $A^*_{15}=2{,}3678\cdot10^{-59}$ și $E^*_{15}/R=-87514{,}71$.

Întrucît intervalul de temperatură în care se situează această temperatură corespunde procesului de carbonizare pentru $k^*_{T,15}$ și $(G_3)_\tau$ rezultă expresii analoage cu cele de la perioada 1.3 în care $\tau_{15,0}=97{,}5''$; $(G_3)_{15,0}=39{,}06\,\%$; $(MC)_{15,0}=25{,}68\,\%$.

Domeniul proceselor pirolitice desfășurate la temperatură constantă, $t_s=1\,180°C$, încadrat în limitele $\tau=117{,}5-1.800''$; $\tau_r=0{,}0653-1{,}0000$; $MC=25{,}68-25{,}03\,\%$; $MC_r=0{,}3629-0{,}3536$ are două perioade caracteristice.

Perioada 1.6 cuprinsă între limitele $\tau=117{,}5-360''$; $\tau_r=0{,}0653-0{,}2000$; $MC=25{,}68-25{,}23\,\%$; $MC_r=0{,}3629-0{,}3565$ pentru care rezultă $k^*_{16}=6{,}619\cdot10^{-204}$ și $\alpha^*_{16}=146{,}46$.

Întrucît temperatura la care au loc procesele pirolitice din această perioadă corespunde procesului de carbonizare se poate scrie

$$\left(\frac{dG}{d\tau}\right)_{16,\tau}=k^*_{16}\cdot MC^{\alpha^*_{16}}=-\left(\frac{dMC}{d\tau}\right)_{16,\tau}=\left(\frac{dG_3}{d\tau}\right)_{16,\tau}=k_3\,R_2^{\beta_{16}}, \qquad (24)$$

de unde rezultă expresia

$$k^*_{16}=\frac{k_3\cdot R^{\beta_{16}}_{2,\tau}}{MC^{\alpha^*_{16}}_\tau}=\frac{k_3\,R^{\beta_{16}}_{2,\tau}}{[MC_0-(G_1^{t_1}+G_2^{t_1})-G_{3,\tau}]^{\alpha^*_{16}}}, \qquad (25)$$

sau ținînd cont de relațiile (7) ÷ (10)

$$k_{16}^{*} = \frac{C_0^{\beta_{16}} k_1^{\beta_{16}} \cdot k_2^{\beta_{16}} \cdot k_3 \left[\frac{e^{-k_1\tau}}{(k_2 - k_1)(k_3 - k_1)} - \right.}{\left\{ [MC_0 - (G_1^t + G_2^t)] - C_0 \left[\frac{k_2 k_3 (1 - e^{-k_1\tau})}{(k_2 - k_1)(k_3 - k_1)} - \right.\right.}$$

$$\left. - \frac{e^{-k_2\tau}}{(k_2 - k_1)(k_3 - k_2)} + \frac{e^{-k_3\tau}}{(k_3 - k_1)(k_3 - k_2)} \right]^{\beta_{16}}, \quad (26)$$

$$\left. \left. - \frac{k_1 k_3 (1 - e^{-k_2\tau})}{(k_2 - k_1)(k_3 - k_2)} + \frac{k_1 k_2 (1 - e^{-k_3\tau})}{(k_3 - k_1 (k_3 - k_2} \right] \right\}^{\alpha_{16}^{*}}$$

corespunzător se obține expresia

$$\alpha_{16}^{*} = (\lg k_3 - \lg k_{16}^{*} + \beta_{16} \lg R_{2,\tau}) / \lg MC_{\tau}. \quad (27)$$

Integrînd expresia (24) între limitele $\tau_{16.0} \div \tau$ și $MC_{16.0} - MC_{16.\tau}$ se obține

$$(MC)_{16.\tau} = [(MC)_{16.0}^{(1-\alpha_{16}^{*})} - k_{16}(1 - \alpha_{16}^{*})(\tau - \tau_{16.0})]^{\frac{1}{1-\alpha_{16}}}, \quad (28)$$

în care $\tau_{16.0} = 177{,}5''$; $(MC)_{16.0} = 25{,}68\,\%$.

Perioada 1.7 cuprinsă între limitele $\tau = 360 - 1800''$; $\tau_r = 0{,}2000 - -1{,}0000$; $MC = 25{,}23 - 25{,}03\,\%$; $MC_r = 0{,}3565 - 0{,}3536$ pentru care rezultă $k_{17}^{*} = 3{,}596 \cdot 10^{-363}$ și $\alpha_{17}^{*} = 259{,}87619$.

Întrucît temperatura la care au loc procesele pirolitice din această perioadă corespunde procesului de carbonizare pentru k_{17}^{*}, $(MC)_{17.\tau}$ și α_{17}^{*} rezultă expresii analoage cu cele de la perioada 1.6 în care $\tau_{17.0} = 360''$; $MC = 25{,}23\,\%$.

Cazul nr. 2. Corespunzător proceselor pirolitice desfășurate în timpul pirolizei 2 și arderii particulelor combustibile în condiții aerodinamice cvasistaționare la o temperatură a incintei de ardere $t_i = 900°C$ pentru care au fost obținute curbele experimentale *5* și *2* din figura 1 și 3 reprezentînd dinamica greutății probei de cercetat și a temperaturii superficiale a particulelor combustibile.

Urmărind curbele notate mai sus cît și graficele *2* din figurile 4 și 5 reprezentînd dependența constantei globale de viteză de reacție funcție de $\frac{1}{T_s} \cdot 10^5$ pentru domeniul proceselor pirolitice desfășurate la temperatura, t_s variabilă conform curbei 2 din figura 1 și 3 respectiv dependența dintre logaritmul vitezei globale a proceselor pirolitice și logaritmul conținutului procentual de masă combustibilă al probei de cercetat la un moment dat al pirolizei 2 se constată existența următoarelor domenii și perioade de desfășurare a proceselor pirolitice.

Domeniul proceselor pirolitice desfășurate la temperatura t_s variabilă încadrat între limitele $\tau = 12 - 125''$; $\tau_r = 0{,}0067 - 0{,}0084$; $t_s = 320 - 970°C$; $MC = 70{,}78 - 27{,}47\,\%$; $MC_r = 1{,}0000 - 0{,}3882$ care cuprinde patru perioade caracteristice.

Perioada 2.1 cuprinsă între limitele $\tau = 12 - 27{,}5''$; $\tau_r = 0{,}0067 - -0{,}0153$; $t_s = 320 - 556°C$; $MC = 70{,}78 - 64{,}24\%$; $MC_r = 1{,}0000 - 0{,}9077$ pentru care rezultă $A_{21}^* = 1{,}911 \cdot 10^7$ şi $E_{21}^*/R = 4\,699{,}021$

Întrucît intervalul de temperatură t_s în care se situează această perioadă corespunde etapelor de reticulare şi semicarbonizare făcînd un raţionament analog cu cel din cazul perioadei 1.1 pentru $k_{T,21}^*$ se obţine o expresie analoagă cu ecuaţia (11) respectiv (13) în care $\tau_{21.0} = 12''$; $MC_0 = 70{,}78\%$.

Perioada 2.2 cuprinsă între limitele $\tau = 27{,}5 - 47{,}5''$; $\tau_r = 0{,}0153 - -0{,}0264$ $t_s = 556 - 740°C$; $MC = 64{,}24 - 39{,}08\%$; $MC_r = 0{,}9077 - 0{,}5522$ pentru care rezultă $A_{22}^* = 9{,}531$ şi $E_{22}^*/R = -637{,}5072$.

Întrucît intervalul de temperatură în care se situează această perioadă corespunde etapelor de semicarbonizare şi carbonizare, făcînd un raţionament analog cu cel din cazul perioadei 1.2 pentru $k_{T,22}^*$ se obţine o expresie analoagă cu ecuaţia (16) respectiv (18) în care $\tau_{22.0} = 27{,}5''$; $G_2^{t_2} = 1{,}83\%$; $(MC)_{22.0} = 64{,}24\%$; $(G_2 + G_3)_{22.0} = MC_0 - (MC)_{22.0} - G_1^{t_2} = 4{,}71\%$.

Perioada 2.3 cuprinsă între limitele $\tau = 47{,}5 - 72{,}5''$; $\tau_r = 0{,}0264 - -0{,}0403$; $t_s = 740 - 909°C$; $MC = 39{,}08 - 29{,}56\%$; $MC_r = 0{,}5522 - 0{,}4176$ pentru care rezultă $A_{23}^* = 4{,}507 \cdot 10^{-5}$ şi $E_{23}^*/R = -6147{,}277$.

Întrucît intervalul de temperatură în care se situează această perioadă corespunde procesului de carbonizare făcînd un raţionament analog cu cel din cazul perioadei 1.3 pentru $k_{T,23}^* =$ se obţine o expresie identică cu ecuaţia (21) respectiv (23) în care $\tau_{23.0} = 47{,}5$; $G_1^{t_2} = 1{,}83\%$; $G_2^{t_2} = 12{,}87\%$; $(MC)_{23.0} = 39{,}08\%$; $(G_3)_{23.0} = MC_0 - (MC)_{23.0} - G_1^{t_2} - G_2^{t_2} = 17{,}00\%$.

Perioada 2.4 cuprinsă între limitele $\tau = 72{,}5 - 125''$; $\tau_r = 0{,}0403 - -0{,}0694$; $t_s = 909 - 970°C$; $MC = 29{,}56 - 27{,}47\%$; $MC_r = 0{,}4176 - 0{,}3882$ pentru care rezultă $A_{24}^* = 1{,}4195 \cdot 10^{-3}$ şi $E_{24}^*/R = -16181{,}63$.

Întrucît intervalul de temperatură în care se situează această perioadă corespunde procesului de carbonizare pentru $k_{T,24}^*$ şi $(G_3)_{24,\tau}$ se obţin expresii analoage cu cele de la perioada 2.3 în care $\tau_{24.0} = 72{,}5''$; $(MC)_{24.0} = 29{,}56\%$; $(G_3)_{24.0} = MC_0 - (MC)_{24.0} - (G_1^{t_2} + G_2^{t_2}) = 26{,}52\%$.

Domeniul proceselor pirolitice desfăşurate la temperatură constantă $t_s = 970°C$ încadrat între limitele $\tau = 125 - 1800''$; $\tau_r = 0{,}0694 - 1{,}0000$; $MC = 27{,}42 - 26{,}63\%$; $MC_r = 0{,}3882 - 0{,}3762$ care cuprinde două perioade caracteristice.

Perioada 2.5 cuprinsă între limitele $\tau = 125 - 300''$; $\tau_r = 0{,}0694 - -0{,}1667$; $MC = 27{,}47 - 27{,}04\%$; $MC_r = 0{,}3882 - 0{,}3820$ pentru care rezultă $k_{25}^* = 3{,}29 \cdot 10$ şi $\alpha_{25}^* = 192{,}4812$.

Întrucît intervalul de temperatură în care se situează această perioadă corespunde perioadei de carbonizare făcînd un raţionament analog cu cel de la perioada 1.6 se obţin ecuaţii analoage cu (26) şi (27) (28) în care $\tau_{25.0} = 125''$; $(MC)_{25.0} = 27{,}47\%$.

Perioada 2.6 cuprinsă între limitele $\tau = 300 - 1800''$; $\tau_r = 0{,}1667 - -1{,}0000$; $MC = 28{,}04 - 26{,}63\%$; $MC_r = 0{,}3820 - 0{,}3762$ pentru care rezultă $k_{26}^* = 7{,}4045 \cdot 10^{-177}$; $\alpha_{26}^* = 124{,}4561$.

Întrucît intervalul de temperatură în care se situează această perioadă corespunde etapei de carbonizare pentru k_{26}^*, α_{26}^* şi $(MC)_{26,\tau}$ rezultă expresii analoage cu cele de la perioada 2.5 în care $\tau_{26.0} = 300''$; $(MC)_{24.0} = 27{,}04\%$.

Cazul nr. 3. Corespunzător proceselor pirolitice desfășurate în timpul pirolizei 2 și arderii particulelor combustibile în condiții aerodinamice cvasistaționare la temperatura incintei de ardere $t_i = 700°C = \text{const.}$ pentru care au fost obținute curbele experimentale 7 și 3 din figurile 1 și 3 reprezentînd dinamica greutății probei de cercetat și temperaturii superficiale a particulelor combustibile.

Urmărind curbele notate mai sus cît și graficele 3 din figurile 4 și 5 se constată existența următoarelor domenii și perioade de desfășurare a proceselor pirolitice.

Domeniul proceselor pirolitice desfășurate la temperatura t_s variabilă încadrat între limitele $\tau = 24-155''$; $\tau_r = 0{,}0133-0{,}0861$; $t_s = 295-780°C$; $MC = 70{,}78 - 30{,}39\,\%$; $MC_r = 1{,}0000 - 0{,}4294$ cuprinzînd perioadele caracteristice.

Perioada 3.1 cuprinsă între limitele $\tau = 24-52{,}5''$; $\tau_r = 0{,}0133 - 0{,}0292$; $t_s = 295-545°C$; $MC = 70{,}78-59{,}61\,\%$; $MC_r = 1{,}0000 - 0{,}8423$ pentru care rezultă $A_{31}^* = 95{,}160$ și $E_{31}^*/R = 2146{,}879$.

Întrucît intervalul de temperatură în care se situează această perioadă corespunde procesului de reticulare și semicarbonizare făcînd un raționament analog cu cel de la perioada 1.1 pentru $k_{T,31}^*$ se obține o expresie analoagă cu ecuația (11) respectiv (13) în cre $\tau_{31.0} = 24''$; $MC_0 = 70{,}78\,\%$.

Perioada 3.2 cuprinsă între limitele $\tau = 52{,}5-92{,}5''$; $\tau_r = 0{,}0133 - 0{,}0514$; $t_s = 545-684°C$; $MC = 59{,}61-34{,}45\,\%$; $MC_r = 0{,}8425-0{,}4867$ pentru care rezultă $A_{32}^* = 10{,}535$ și $E_{32}^*/R = -2119{,}4169$.

Întrucît intervalul de temperatură în care se situează această perioadă corespunde procesului de semicarbonizare și carbonizare, făcînd un raționament analog cu cel de la perioada 1.2 pentru $k_{T,32}^*$ se obține o expresie analoagă cu ecuația (16) respectiv (18)

$$(G_2 + G_3)_{32,\tau} = (MC_0 - G_1^{t_3}) - [(MC_0 - G_1^{t_3}) - (G_2 + G_3)_{32.0}]\, e^{-k_{T,32}^{*}(\tau - \tau_{32.0})} \tag{29}$$

în care $\tau_{32.0} = 52{,}5''$; $G_1^{t_3} = 5{,}68\,\%$; $(MC)_{32.0} = 59{,}61\,\%$; $(G_2 + G_3)_{32.0} = MC_0 - (MC)_{32.0} - G_1^{t_3} = 5{,}49\,\%$.

Perioada 3.3 cuprinsă între limitele $\tau = 92{,}5-107{,}5''$; $\tau_r = 0{,}0514 - 0{,}0597$; $t_s = 684-716°C$; $MC = 3445-32{,}21\,\%$; $MC_r = 0{,}4867 - 0{,}4551$ pentru care rezultă $A_{33}^* = 2{,}6944 \cdot 10^{-35}$ și $E_{33}^*/R = -34186{,}46$.

Întrucît intervalul de temperatură în care se situează această perioadă corespunde etapei de carbonizare, făcînd un raționament analog cu cel de la perioada 1.6 pentru $k_{T,33}^*$ se obține o expresie identică cu ecuația (21) respectiv (23)

$$(G_3)_{33,\tau} = (MC_0 - G_1^{t_3} - G_2^{t_3}) - [(MC_0 - G_1^{t_3} - G_2^{t_3}) - (G_3)_{33.0}]\, e^{-k_{T,33}^{*}(\tau - \tau_{33.0})} \tag{30}$$

în care $\tau_{33.0} = 52{,}5''$; $G_2^{t_3} = 25{,}22\,\%$; $(MC)_{33.0} = 34{,}45\,\%$; $(G_3)_{33.0} = MC_0 - (MC)_{33.0} - G_1^{t_3} - G_2^{t_3} = 5{,}43\,\%$.

Perioada 3.4 cuprinsă între limitele $\tau = 107{,}5 - 155''$; $\tau_r = 0{,}0597 - 0{,}0861$; $t_s = 716 - 780°C$; $MC = 32{,}21 - 30{,}39\,\%$; $MC_r = 0{,}4551 - 0{,}4294$ pentru care rezultă $A^*_{34} = 6{,}795 \cdot 10^{-6}$ și $E^*_{34}/R = -5\,665{,}502$.

Întrucît intervalul de temperatură între care se situează această temperatură corespunde etapei de carbonizare pentru $k^*_{T,34}$ și $(G_3)_{34,\tau}$ rezultă expresii analoage cu cele de la perioada 3.3 în care $\tau_{34,0} = 107{,}5''$; $(MC)_{34,0} = 32{,}21\,\%$; $(G_3)_{34,0} = MC_0 - (MC)_{34,0} - G_1^{t_3} - G_2^{t_3} = 7{,}67\,\%$.

Domeniul proceselor pirolitice desfășurate la temperatură constantă $t_s = 780°C$ încadrat între limitele $\tau = 155 - 1800$; $\tau_r = 0{,}0861 - 1{,}0000$; $MC = 30{,}39 - 28{,}13\,\%$; $MC_r = 0{,}4294 - 0{,}3974$ cuprinzînd două perioade caracteristice.

Perioada 3.5 cuprinsă între limitele $\tau = 155 - 510''$; $\tau_r = 0{,}0861 - 0{,}2833$; $MC = 30{,}39 - 28{,}65\,\%$; $MC_r = 0{,}4294 - 0{,}4048$ pentru care rezultă $k^*_{35} = 3{,}1591 \cdot 10^{-5}$ și $\alpha^*_{35} = 24{,}0452$.

Întrucît temperatura la care au loc procesele pirolitice din această perioadă corespunde etapei de carbonizare, făcînd un raționament analog cu cel de la perioada 1.6. se obțin expresii analoage cu (26) (27) și (28) în care $\tau_{35,0} = 155''$; $(MC)_{35,0} = 30{,}39\,\%$.

Perioada 3.6 cuprinsă între limitele $\tau = 510 - 1800''$; $\tau_r = 02833 - 1{,}0000$; $MC = 28{,}65 - 28{,}13\,\%$; $MC_r = 0{,}4048 - 0{,}3974$ pentru care rezultă $k^*_{36} = 7{,}728 \cdot 10^{-24}$ și $\alpha^*_{36} = 24{,}0452$.

Întrucît temperatura la care se desfășoară procesele pirolitice din această perioadă corespunde procesului de carbonizare pentru k^*_{36}, α^*_{36} și $(MC)_{36,\tau}$ se obțin expresii analoage cu cele de la perioada 3.5 în care $\tau_{36,0} = 510''$; $(MC)_{36,0} = 28{,}65\,\%$.

Cazul nr. 4 corespunzător proceselor pirolitice din timpul pirolizei 2 și arderii particulelor combustibile în condiții aerodinamice cvasistaționare la temperatura incintei de ardere $t_i = 500°\ C = \text{const.}$ pentru care au fost obținute curbele experimentale 8 și 4 din figurile 1 și 3 reprezentînd dinamica greutății probei de cercetat și temperaturii superficiale a particulelor de combustibili.

Urmărind curbele notate mai sus, cît și graficele 4 din figurile 4 și 5 se constată existența următoarelor domenii și perioade de desfășurare a proceselor pirolitice.

Domeniul proceselor pirolitice desfășurate la temperatură t_s *variabilă* încadrat între limitele $\tau = 60 - 335''$; $\tau_r = 0{,}0333 - 0{,}1861$; $t_s = 322 - 600°C$; $MC = 70{,}78 - 36{,}19\,\%$; $MC_r = 1{,}0000 - 0{,}5113$ cuprinzînd următoarele perioade caracteristice.

Perioada 4.1 cuprinsă între limitele $\tau = 60 - 105''$; $\tau_r = 0{,}0333 - 0{,}0583$; $t_s = 322 - 482°C$; $MC = 70{,}78 - 64{,}03\,\%$; $MC_r = 1{,}0000 - 0{,}9046$ pentru care rezultă $A^*_{T,41} = 2{,}9875 \cdot 10^6$ și $E^*_{41}/R = 4185{,}400$.

Întrucît intervalul de temperatură în care se situează această perioadă corespunde procesului de reticulare se poate scrie

$$\left(\frac{dG}{d\tau}\right)_{41,\tau} = k^*_{T,41}\, MC_\tau = \left(\frac{dG_1}{d\tau}\right)_{41,\tau} = k_1 \cdot C_\tau, \tag{31}$$

de unde rezultă

$$k^*_{T,41} = \frac{k_1 \cdot C_\tau}{MC_\tau} = \frac{k_1 \cdot C_\tau}{C_\tau + R_{1,\tau}}, \tag{32}$$

respectiv ținînd cont de relațiile (7) — (10) se obține expresia constantei globale

$$k^*_{T,41} = \frac{k_1 \, e^{-k_1\tau}}{e^{-k_1\tau} + \frac{k_1}{k_2 - k_1}(e^{-k_1\tau} - e^{-k_2\tau})}, \tag{33}$$

corespunzător se poate scrie

$$\left(\frac{dG}{d\tau}\right)_{41,\tau} = \left(\frac{dG_1}{d\tau}\right)_{41,\tau} = k^*_{T,41} \cdot MC_\tau = k^*_{T,41}\,[(MC_0 - G_1^{(4)}) - (G_{2,\tau} + G_{3,\tau})], \tag{34}$$

care prin integrare între limitele $0 \div (G_{1,\tau})_{41}$ și $\tau_{41,0} - \tau$ conduce la relația

$$(G_1)_{41,\tau} = MC_0\,[1 - e^{-k^*_{T,41}\,(\tau - \tau_{41,0})}] \tag{35}$$

în care $\tau_{41,0} = 60''$.

Perioada 4.2 cuprinsă între limitele $\tau = 105 - 155''$; $\tau_s = 0{,}0583 - 0{,}0861$; $t_s = 482 - 538°C$; $MC = 64{,}03 - 43{,}98\,\%$; $MC_r = 0{,}9046 - 0{,}6214$ pentru care rezultă $A^*_{42} = 1{,}688 \cdot 10^{70}$ și $E^*_{42}/R = 55\,187{,}481$.

Întrucît intervalul de temperatură în care se situează această perioadă corespunde etapelor de reticulare și semicarbonizare făcînd un raționament analog cu cel de la perioada 1.1 pentru $k^*_{T,42}$ se obține o expresie identică cu ecuația (11) respectiv

$$(G_1 + G_2)_{42,\tau} = MC_0\,[1 - e^{-k^*_{T,42}\,(\tau - \tau_{42,0})}] \tag{36}$$

în care $\tau_{42,0} = 92{,}5''$.

Perioada 4.3 cuprinsă între limitele $\tau = 155 - 245''$; $\tau_r = 0{,}0861 - 0{,}1361$; $t_s = 538 - 570°C$; $MC = 43{,}98 - 37{,}39\,\%$; $MC_r = 0{,}6214 - 0{,}5283$ pentru care rezultă $A^*_{43} = 1{,}593 \cdot 10^{-18}$ și $E^*_{43}/R = -15116{,}901$.

Întrucît intervalul de temperatură în care se situează această temperatură corespunde procesului de semicarbonizare se poate scrie

$$\left(\frac{dG}{d\tau}\right)_{43,\tau} = k^*_{T,43} \cdot MC_\tau = \left(\frac{dG_{2,\tau}}{d\tau}\right)_{43} = k_2\, R_{1,\tau}, \tag{37}$$

de unde rezultă

$$k^*_{T,43} = \frac{k_2 R_{1,\tau}}{MC_\tau} = \frac{k_2 \cdot R_{1,\tau}}{R_{1,\tau} + R_{2,\tau}}, \tag{38}$$

respectiv ținînd cont de relațiile (7)—(10) se obține

$$k^*_{T,43} = \frac{\dfrac{k_1 k_2}{k_2 - k_1}(e^{-k_1\tau} - e^{-k_2\tau})}{\dfrac{k_1}{k_2 - k_1}(e^{-k_1\tau} - e^{-k_2\tau}) + k_1 k_2} \tag{39}$$

$$\cdot \left[\frac{e^{-k_1\tau}}{(k_2 - k_1)(k_3 - k_1)} - \frac{e^{-k_2\tau}}{(k_2 - k_1)(k_3 - k_2)} + \frac{e^{-k_3\tau}}{(k_3 - k_1)(k_3 - k_2)}\right].$$

Corespunzător se poate scrie

$$\left(\frac{dG_2}{d\tau}\right)_{43,\tau} = k^*_{T,43}\,[(MC_0 - G_1^{t_4}) - G_{2,\tau}], \tag{40}$$

care prin integrare între limitele $\tau_{43,0} - \tau$ și $(G_2)_{43,0} - (G_{2,\tau})_{43}$ conduce la expresia

$$(G_2)_{43,\tau} = (MC_0 - G_1^{t_4}) - [MC_0 - G_1^{t_4} - (G_2)_{43,0}]\, e^{-k^*_{T,43}(\tau - \tau_{43,0})} \tag{41}$$

în care $\tau_{43,0} = 105''$; $G_1^{t_4} = 7{,}70\,\%$; $(MC)_{43,0} = 43{,}98\,\%$; $(G_2)_{43,0} = MC_0 - (MC)_{43,0} - G_1^{t_4} = 19{,}10\,\%$.

Domeniul proceselor pirolitice desfășurate la temperatură constantă $t_s = 600°C$ încadrat între limitele $\tau = 245 - 1800''$; $\tau_r = 0{,}1361 - 1{,}0000$; $MC = 37{,}39 - 32{,}63\,\%$; $MC_r = 0{,}5283 - 0{,}4610$ cuprinzînd două perioade caracteristice.

Perioada 4.4 cuprinsă între limitele $\tau = 245 - 1380''$; $\tau_r = 0{,}1361 - 0{,}7667$; $MC = 37{,}39 - 32{,}79\,\%$; $MC_r = 0{,}5283 - 0{,}4633$ pentru care rezultă $k^*_{44} = 2{,}993 \cdot 10^{-28}$ și $\alpha^*_{44} = 19{,}7579$.

Întrucît temperatura la care au loc procesele pirolitice din această perioadă corespunde etapei de semicarbonizare se poate scrie

$$\left(\frac{dG}{d\tau}\right)_{44,\tau} = k^*_{44} \cdot MC_\tau^{\alpha^*_{44}} = -\left(\frac{dMC}{d\tau}\right)_{44,\tau} = \left(\frac{dG_2}{d\tau}\right)_{44,\tau} = k_2\, R_{1,\tau}^{\beta_{44}} \tag{42}$$

de unde rezultă

$$k_{44} = \frac{k_2\, R_{1,\tau}^{\beta_{44}}}{MC_\tau^{\alpha^*_{44}}} = \frac{k_2 R_{1,\tau}^{\beta_{44}}}{[(MC_0 - G_1^{t_4}) - G_{2,\tau}]^{\alpha^*_{44}}}, \tag{43}$$

respectiv ținînd cont de relațiile (7) — (10)

$$k_{44}^{*} = \frac{C_0^{\beta_{44}} \cdot \frac{k_1^{\beta_{44}} k_2}{(k_2 - k_1)^{\beta_{44}}} (e^{-k_1\tau} - e^{-k_2\tau})^{\beta_{44}}}{\left\{(MC_0 - G_1^{t_4}) - C_0\left[1 - \frac{k_2}{k_2 - k_3} e^{-k_1\tau} + \frac{k_1}{k_2 - k_1} e^{-k_2\tau}\right]\right\}^{\alpha_{44}^{*}}}, \quad (44)$$

corespunzător se obține relația

$$\alpha_{44}^{*} = (\lg k_2 - \beta_{44} R_{1,\tau} - \lg k_{44}^{*})/\lg MC_{\tau}. \quad (45)$$

Integrînd expresia (52) între limitele $\tau_{44,0} - \tau$ și $(MC)_{44,0} - (MC)_{44,\tau}$ se obține

$$(MC)_{44,\tau} = [(MC)_{44,0}^{(1-\alpha_{44}^{*})} - k_{44}^{*}(1 - \alpha_{44}^{*})(\tau - \tau_{44,0})]^{\frac{1}{1-\alpha_{44}^{*}}} \quad (46)$$

în care $\tau_{44,0} = 245''$; $(MC)_{44,0} = 37{,}39\,\%$.

Perioada 4.5 cuprinsă între limitele $\tau = 1380 - 1800''$; $\tau_r = 0{,}7667 - 1{,}0000$; $MC = 32{,}79 - 32{,}63\,\%$; $MC_r = 0{,}43633 - 0{,}4610$ pentru care rezultă $k_{45}^{*} = 6{,}043 \cdot 10^{-142}$ și $\alpha_{45}^{*} = 94{,}6344$.

Întrucît temperatura la care se desfășoară procesele pirolitice din această perioadă corespunde etapei de semicarbonizare pentru k_{45}^{*}, α_{45}^{*} și $(MC)_{45,\tau}$ se obțin expresii analoage cu cele de la perioada 4.4 în care $\tau_{45,0} = 1380''$; $(MC)_{45,0} = 32{,}79\,\%$.

IV. CONCLUZII

Se prezintă cercetările experimentale efectuate pentru punerea în evidență a interdependenței dintre procesele pirolitice desfășurate în absența arderii, respectiv în timpul arderii particulelor de combustibili solizi care conduc la următoarele concluzii generale:

1. procesele pirolitice desfășurate în timpul arderii particulelor combustibile au o evoluție identică cu procesele pirolitice desfășurate în timpul încălzirii particulelor combustibile în absența arderii indiferent de compoziția mediului gazos ambiant cu condiția realizării unei încălziri identice a particulelor combustibile;

2. deosebirile între procesele pirolitice desfășurate în timpul încălzirii particulelor în absența arderii, respectiv în timpul arderii particulelor combustibile în incinte menținute la aceeași temperatură constantă sînt consecințe ale evoluției diferite a temperaturii particulelor combustibile ca urmare a influenței proceselor simultane de ardere a materiilor volatile și a reziduului cărbunos asupra încălzirii particulelor în timpul arderii.

Pe baza datelor experimentale și a unei interpretări teoretice adecvate au fost stabilite și exprimate matematic legitățile proceselor pirolitice reale desfășurate în absența arderii, respectiv în timpul arderii în condiții identice de încălzire a particolelor combustibile.

BIBLIOGRAFIE

1. C. Coroiu, *Procese pirolitice la arderea particulelor de combustibili solizi*, St. cerc. energ. electr., **21**, *4* (1971).
2. C. Coroiu, *Cercetări termogravimetrice privind arderea sterilului de mină de la exploatările carbonifere din Valea Jiului*, St. cerc. energ. electr., **20**, *3* (1970).
3. C. Coroiu, *Procese de oxidare lentă la arderea particulelor de combustibili solizi*, St. cerc. energ. electr., **23**, *4* (1973).
4. C. Coroiu, *Evoluția structurii chimice a combustibililor solizi în timpul procesului de ardere și piroliză*, St. cerc. energ. electr., **19**, *4* (1969).

MODELUL ANALOGIC AL TURBINEI CU ABUR

P. FRUNTEŞ

621.311.2 : 621.52

În lucrare se face o prezentare a problemelor ce se pun în legătură cu reglarea automată a turbinei cu abur, apoi se scrie funcţia de transfer a acesteia în două situaţii : fără şi cu supraîncălzitor intermediar.

În continuare, s-a trecut la întocmirea schemei modelului analogic al turbinei cu supraîncălzire intermediară, care a fost realizat pe un calculator analogic şi pe care au fost trasate unele diagrame pentru variaţia turaţiei n şi variaţia cuplului rezultant ΔM în anumite situaţii de funcţionare ale maşinii.

1. INTRODUCERE

În ultimii ani se construiesc centrale termoelectrice ce cuprind grupuri energetice cazan — turbină — generator cu puteri din ce în ce mai mari, care sînt interconectate cu alte surse de energie la un sistem energetic.

În astfel de instalaţii, concordanţa dintre puterea debitată de fiecare grup energetic şi puterea cerută în sistem la anumiţi parametri poate fi realizată numai prin schemele de reglare automată folosite.

Acestor scheme de reglare automată li se impun pretenţii deosebite din următoarele motive :

— Turbinele de mare putere ce lucrează la parametri ridicaţi ai aburului şi supraîncălzire intermediară au o comportare dinamică înrăutăţită faţă de cele de mică putere determinată de :

a) — timpul mort generat de supraîncălzitor ;

b) — volumul mare de abur din supraîncălzitorul intermediar poate genera suprareglări mari pentru turaţia maşinii. În plus operaţiunile efectuate pentru pornirea, funcţionarea în regim nominal şi în special descărcarea acestora implică precauţiuni mult mai severe.

Puterea electrică a agregatului este dată de momentul şi viteza unghiulară a turbinei, respectiv debitul de abur şi variaţia de entalpie din turbină

$$P_{el} = M_T \omega = \eta_e \eta_{el} D H, \tag{1}$$

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 2, p. 321—337, 1974

în care

P_{el} este puterea electrică a agregatului,
M_T — momentul turbinei,
ω — viteza unghiulară a rotorului turbinei,
D — debitul de abur ce intră în turbină,
H — variația de entalpie din turbină,
η_e — randamentul efectiv al turbinei,
η_{el} — randamentul electric.

Variațiile din starea energetică a agregatului pot fi cauzate de următoarele mărimi perturbatoare:

— variații de sarcină (puterea activă și tensiunea la borne),
— variații ale debitului de abur viu (debitul de abur al cazanului),
— variații ale presiunii aburului viu (de ex. din cauza schimbării puterii calorifice),
— variații ale contrapresiunii în turbină (presiunea în condensator, contrapresiune),
— variații ale debitului de abur la prize.

Aceste mărimi perturbatoare vor fi compensate prin acțiunea elementelor din schema de reglare. Scopul principal al sistemului automat format din obiectul supus automatizării și schema de reglare este reglarea turației agregatului. Acest lucru domină gospodărirea energetică a grupului și contribuie la reglarea frecvenței în sistemul energetic.

Sistemul automat de reglare a turației turbinelor cu abur trebuie să rezolve următoarele sarcini principale:

— reglarea energiei intrată în turbină în funcție de energia cerută în sistemul energetic într-un mod optim (timp de răspuns minim suprareglare minimă etc.);
— menținerea constantă a turației agregatului la apariția mărimilor perturbatoare;
— sprijinirea operației de punere în paralele a agregatului de la mersul în gol la cuplarea la sistemul energetic;
— frînarea agregatului în cazul scăderii puterii de consum astfel încît turația de descărcare să nu fie atinsă.

2. FUNCȚIA DE TRANSFER A TURBINEI CU ABUR

2.1. FUNCȚIA DE TRANSFER A TURBINEI FĂRĂ SUPRAÎNCĂLZIRE INTERMEDIARĂ

În funcționarea staționară a agregatului turbină-generator, puterea nominală este dată de relația (1). Diferența dintre valorile instantanee ale cuplului activ M_T al turbinei și cuplul rezistent al generatorului M_G, accelerează masele în rotație ale agregatului după legea lui Newton

$$\Delta M = M_T - M_G = J \frac{d\omega}{dt}, \tag{2}$$

în care J este momentul de inerţie total al agregatului turbină-generator.

La variaţii de sarcină, apar variaţiile de viteză $\Delta\omega = \omega - \omega_0$ faţă de viteza de rotaţie impusă ω_0. Aceste variaţii de viteză sînt egale cu acceleraţia vitezei unghiulare

$$\frac{d\Delta\omega}{dt} = \frac{d\omega}{dt}. \tag{3}$$

Pentru a putea compara comportarea în timp a diferitelor turbine folosim scrierea adimensională, alegînd ca mărimi de referinţă cuplul nominal M_0 şi viteza nominală ω_0.

Ecuaţia (2) capătă forma

$$\frac{\Delta M}{M_0} = \frac{Jw_0}{M_0} = \frac{d\frac{\Delta\omega}{\omega_0}}{dt}, \tag{4}$$

în care factorul $J\frac{\omega_0}{M_0}$ este constant şi are dimensiunea unui timp. Acest factor corespunde unei constante de timp T_ω, numită constantă de timp de demarare şi reprezintă timpul scurs din starea de repaus pînă la viteza nominală ω_0 cînd agregatul este accelerat cu cuplul nominal M_0.

$$T_\omega = \frac{J\omega_0}{M_0} = \frac{J\omega_0^2}{P_{el}} = \Pi^2 \frac{GD^2 n_0^2}{P_{el_0}}. \tag{5}$$

Constanta de timp T_ω nu se schimbă proporţional cu puterea maşinii, deoarece momentul de inerţie J, din motive constructive, nu creşte proporţional cu creşterea puterii.

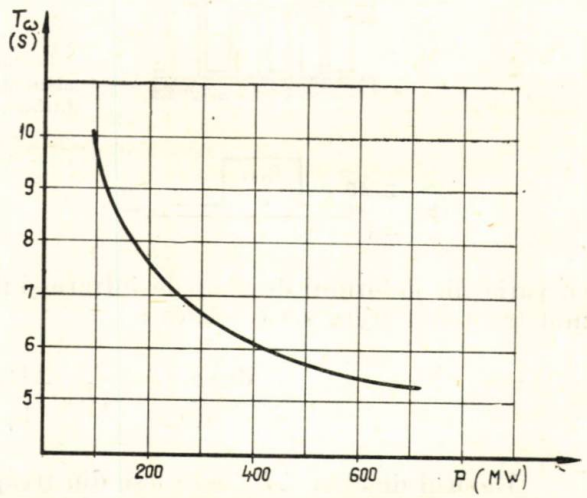


Fig. 1. — Variaţia constantei de timp T_ω în funcţie de putere.

În figura 1 se dă modul de variaţie al constantei de timp T_ω în funcţie de puterea agregatului turbină-generator.

Ecuația (2) poate fi scrisă și ca o funcție de transfer,

$$F_1(s) = \frac{\frac{\Delta\omega}{\omega_0}(s)}{\frac{\Delta M}{M_0}(s)} = \frac{1}{T_\omega s}. \tag{6}$$

În ipotezele menționate, agregatul se comportă din punct de vedere al turației ca un element integral. La aceste elemente mărimea de ieșire are o variație liniar variabilă în timp, la o variație treaptă a mărimii de intrare sau perturbație.

În cazul nostru, la o perturbație treaptă a echilibrului cuplurilor, variația de turație nu urmează modul de variație al unui element integral ci răspunde cu o întîrziere, datorată inerției în variația mărimilor de stare ale aburului.

Între debitul de abur ce trece printr-o treaptă a turbinei și presiunea acestuia există o dependență funcțională biunivocă. În regim staționar, debitul de abur din turbină fiind constant și raportul presiunilor aburului din trepte va fi constant. În regim variabil debitul de abur variind, va varia și presiunea aburului în trepte după aceeași lege. Deci, putem considera fiecare treaptă a turbinei ca un spațiu acumulator de presiune și turbina fiind o conexiune în serie a unor astfel de acumulatoare (fig. 2).

Variațiile de sarcină ale mașinii dau variații de presiune nesimultane în trepte și au ca efect transmiterea cu întîrziere a cuplurilor de rotație la ax. Aceste variații de presiune din treptele turbinei sînt proporționale

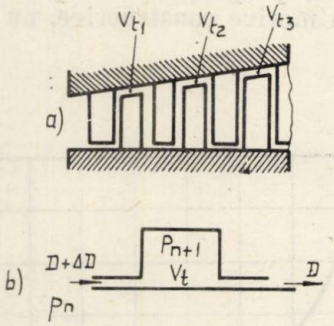


Fig. 2. — Reprezentarea schematică a spațiilor de acumulare de presiune din turbină (*a*) și a unui singur spațiu (*b*).

cu variațiile debitului de abur de intrare și invers proporționale cu volumul treptei. Putem scrie relația :

$$\frac{d(\Delta p_{n+1})}{dt} = K_1 \frac{\Delta D_n}{V_t}. \tag{7}$$

Debitul de abur ΔD_n care iese din treapta (n) depinde de diferența de presiune dintre treptele $(n+1)$ și (n)

$$\Delta D_n = K_2 (\Delta p_n - \Delta p_{n+1}). \tag{8}$$

Înlocuind ecuația (9) în (8) obținem

$$\frac{V_t}{K_1 K_2} \cdot \frac{\mathrm{d}(\Delta p_{n+1})}{\mathrm{d}t} + \Delta p_{n+1} = \Delta p_n. \tag{9}$$

Coeficientul $\frac{V_t}{K_1 K_2}$ este denumit constanta de abur a unei trepte T_{at}

$$T_{at} = \frac{V_t}{K_1 K_2} = \frac{V_t}{\varkappa_v D_{\max}}, \tag{10}$$

în care

V_t este volumul treptei respective,
$D_{\max}$ — debitul maxim ce trece prin treapta respectivă,
$\varkappa$ — indicile adiabatic al aburului,
v — viteza de curgere a aburului.

Luînd în considerare generalizările admisibile ecuația (9) se poate scrie astfel

$$T_a \cdot \frac{\mathrm{d}\frac{\Delta p}{p_0}}{\mathrm{d}t} + \frac{\Delta p}{p_0} = \frac{\Delta p_0}{p_0}. \tag{11}$$

Ecuația (11) este scrisă adimensional pentru a putea face anumite comparații și descrie variația presiunii într-un punct al turbinei.

Putem considera ca relația dintre variația momentului M_T la axul turbinei și variația de debit abur de intrare este de aceeași formă cu (11)

$$T_a \frac{\mathrm{d}\frac{\Delta M_T}{M_0}}{\mathrm{d}t} + \frac{\Delta M_T}{M_0} = \frac{\Delta D}{D_0}. \tag{12}$$

De aici rezultă funcția de transfer

$$F_2(s) = \frac{\frac{\Delta M_T}{M_0}(s)}{\frac{\Delta D}{D}(s)} = \frac{1}{1 + T_a s}. \tag{13}$$

Cu funcțiile de transfer (6) și (13) constituim funcția de transfer totală pentru variații de turație a turbinei fără supraîncălzitor intermediară

$$F(s) = F_1(s) \cdot F_2(s) = \frac{1}{T_\omega s} \cdot \frac{1}{1 + T_a s}. \tag{14}$$

Înmulțirea funcțiilor de transfer parțiale din (14) indică că schemele bloc respective sînt conectate în serie (fig. 3).

Funcția de transfer (14) și schema bloc din figura 3 indică că elementul supus reglării automate este fără compensare și cu întîrziere, adică de tipul I—T. La astfel de elemente automatizate, locul de transfer va

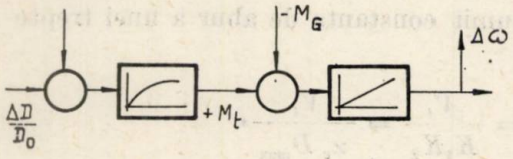


Fig. 3. — Schema bloc a unei turbine.

avea la frecvențe mici, o comportare integrală și la frecvențe mari o comportare determinată de termenul ce produce efectul integral în combinație cu termenul ce produce efectul de întîrziere.

2.2. FUNCȚIA DE TRANSFER A TURBINEI CU SUPRAÎNCĂLZIRE INTERMEDIAR

Prin utilizarea supraîncălzirii intermediare s-a ajuns la agregate turbină-generator de puteri mari cu randamente termodinamice îmbunătățit însă cu o comportare dinamică înrăutățită în comparație cu agregatele de puteri mici.

În figura 4 *a* se dă reprezentarea simplificată a grupului energetic cazan-turbină cu supraîncălzire intermediară-generator sincron în care avem:

V_1, V_3 — ventile de închidere rapidă,
V_2 — ventile pentru reglarea turației,
V_4 — ventile pentru reglarea presiunii din supraîncălzitor,
S_{RIP} — stație reducere de înaltă presiune,
S_{RMP} — stație reducere de medie presiune,
C — condensator,
V_5 — ventil de evacuarea aburului din supraîncălzitor,
K — cazan,
S supraîncălzitorul intermediar,

IP, MP, JP — corpurile de înaltă, medie și joasă presiune ale turbinei.

În exploatarea normală, peste sarcina minimă a cazanului K, turbina funcționează astfel:

Aburul viu de la cazanul K trece prin ventilele V_1 și V_2 în corpul de IP al turbinei, apoi prin supraîncălzitorul S, după care prin ventilele V_3, V_4, complet deschise, în corpurile de MP și JP ale turbinei și după care în condensatorul C. În această situație stațiile S_{RIP} și S_{RMP} sînt închise.

Prin ventilul V_2 se poate varia debitul de abur Q_{IP} ce intră în corpul IP, adică puterea turbinei, ceea ce implică și varierea debitului de abur Q_{MP} ce intră în MP + JP și a presiunii p_s a aburului din supraîncălzitorul S.

Contribuția în putere a corpului de IP este de 20 — 30 % și a corpurilor de MP + JP de 70—80 % din valoarea nominală a puterii cît și

din preluarea de variații ale puterii agregatului turbină cu supraîncălzire intermediară generator sincron.

Comportarea dinamică înrăutățită a acestui agregat este determinată de supraîncălzitorul intermediar după cum urmează :

— urmărește variațiile de putere date de ventilul de reglare V_2 cu întîrziere, deci prezintă un timp mort în transmiterea variațiilor debitului de abur de la intrare,

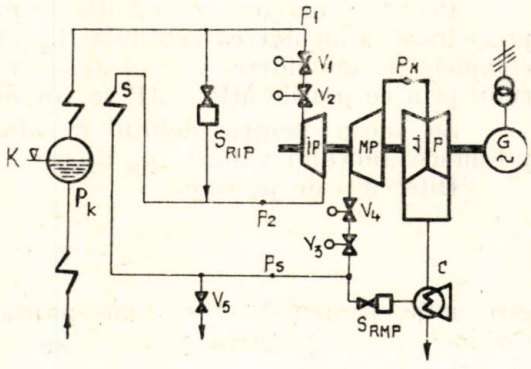


Fig. 4*a*. — Schema simplificată a grupului cazan-turbină cu supraîncălzire intermediară — generator sincron.

— volumul mare de abur cuprins, la variații rapide de putere duce în mod inevitabil prin destindere în corpurile MP + JP care dezvoltă 70—80 % din puterea agregatului, la suprareglări mari pentru turație.

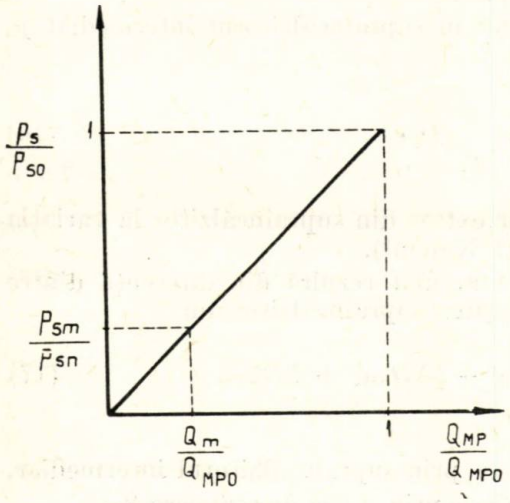


Fig. 4*b*. — Presiunea relativă în supraîncălzitorul intermediar în funcție de debitul relativ din corpul de MP.

Între mărimile p_s și Q_{MP} există o dependentă funcțională care este reprezentată în figura 4 *b* în valori relative. Presiunea aburului p_m la intrarea în MP + JP este totdeauna egală cu p_s.

La o scădere a puterii turbinei, adică la o micșorare a debitului de abur Q_{IP} prin ventilul V_2, ceea ce implică și micșorarea mărimilor Q_{MP} și p_s

se ajunge la debitul minim de abur Q_m condiționat de debitul de abur minim al cazanului.

Din figura 4 *b* rezultă valoarea p_{sm} a presiunii aburului în supraîncălzitorul intermediar corespunzătoare valorii Q_m a debitului de abur prin corpul MP + JP.

La o micșorare în continuare a debitului de abur Q_{IP} se deschide stația S_{RIP} astfel încît prin supraîncălzitor și corpul de MP + JP și avem același debit de abur Q_m.

Pentru a micșora contribuția în putere și a corpului MP + JP se procedează la închiderea ventilului V_4 (aflat pînă în această stare deschis complet) și deschiderea stației S_{RMP} și deci debitul și presiunea aburului prin corpul de MP + JP se vor micșora corespunzător.

Se obțin pentru debitul de abur valorile $Q_{MP} < Q_m$ și pentru presiunea aburului valorile $p_M < p_{sm}$.

Diferența de presiune

$$\Delta p = p_s - p_M, \tag{15}$$

este nulă pentru $Q_{MP} > Q_m$ corespunzătoare funcționării în sarcină a turbinei și este pozitivă pentru $Q_{MP} < Q_m$ corespunzătoare funcționării în gol a turbinei.

Ventilul V_4 are rolul de a nu permite ca presiunea aburului în supraîncălzitor p_s să ajungă la valori mai mici decît p_{sm} corespunzătoare debitului minim Q_m și de a varia debitul de abur Q_{MP} de la valoarea Q_m la zero. Peste valoarea Q_m, debitul de abur se variază prin ventilul V_2 și ventilul V_4 se menține deschis complet.

Comportarea presiunii aburului în supraîncălzitorul intermediar p_s este descrisă de ecuația

$$\frac{dp_s}{dt} = \frac{1}{c_s} D_s, \tag{16}$$

în care c_s reprezintă debitul de abur extras din supraîncălzitor la variația presiunii aburului p_s cu o unitate (1 Kg/cm²).

Variația volumului de abur acumulat rezultă din diferența dintre debitele de abur de la intrarea și ieșirea supraîncălzitorului

$$D_s = (\Delta D_{RIP} + \Delta D_{IP}) - (\Delta D_{RMP} + \Delta D_{MP}), \tag{17}$$

în care :

D_s este debitul de abur ce trece prin supraîncălzitorul intermediar,

ΔD_{RIP} — debitul de abur ce trece prin stația de reducere S_{RIP} de înaltă presiune,

ΔD_{IP} — debitul de abur ce trece prin corpul IP,

ΔD_{RMP} — debitul de abur ce trece prin stația de reducere S_{RMP} de medie presiune,

ΔD_{MP} — debitul de abur ce trece prin corpul de MP.

Aceste variații parțiale de debite de abur sînt date de variațiile pozițiilor ventilelor de reglare V_2 și V_4 și a ventilelor de intrare în stațiile de reducere S_{RIP} și S_{RMP} (fig. 4 *a*).

Dacă ventilul de reglare V_2 are o caracteristică de deschidere liniară, atunci putem calcula variația de volum cu suficientă aproximație după relația

$$\Delta D = K\Delta p. \tag{18}$$

În ecuația (17) se fac următoarele înlocuiri

$$\Delta D_{RIP} + \Delta D_{IP} = \Delta D_0, \tag{19}$$

$$\Delta D_{RMP} + \Delta D_{MP} = K_1\Delta P_1 + K_2\Delta p_2 = K\Delta p_s. \tag{20}$$

Înlocuind expresiile (19) și (20) în (16) obținem ecuația

$$\frac{c_s}{K}\cdot\frac{d\Delta p_s}{dt} + \Delta p_s = \frac{1}{K}\Delta D_0, \tag{21}$$

în care

$\frac{c_s}{K} = T_s$ (constantă de timp a supraîncălzitorului),

$\frac{1}{K} = K_s$ (factorul de transfer pentru variațiile de presiune în supraîncălzitorul intermediar).

Bucla de reglare a supraîncălzitorului este o buclă de reglare cu compensație. Constanta de timp de acumulare T_s este de ordinul de mărime de 5—15 s și pentru factorul de transfer K_s se poate indica valoarea 0,1 at/th^{-1}.

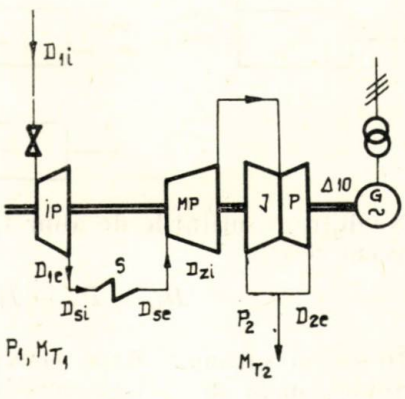


Fig. 5. — Reprezentarea schematică a turbinei cu supraîncălzire intermediară.

Agregatul turbină-generator în această situație are următoarea reprezentare schematică (fig. 5).

Aburul generat de cazan străbate corpul de IP unde cedează o parte din energia sa termică și determină un anumit moment M_1 la axul

turbinei. Apoi, parcurge conducta de legătură cu supraîncălzitorul intermediar, unde primește un surplus de energie termică. De aici aburul parcurge conducta de legătură cu corpul de MP + JP unde determină un moment M_2 la axul turbinei. Conductele de legătură ale supraîncălzitorului intermediar cu corpurile de IP și MP + JP sînt incluse în supraîncălzitor pentru considerațiile noastre.

Rotoarele corpurilor de IP, MP și JP, sînt cuplate rigid ceea ce înseamnă că momentul total va fi suma momentelor dezvoltate de fiecare corp în parte.

Schema bloc din figura 5 este formată din obiectele distincte reprezentate în figura 6.

Conexiunea corectă a acestor șapte obiecte distincte va da schema bloc a turbinei cu supraîncălzire intermediară a aburului, din care va rezulta funcția de transfer a turbinei.

Variația turației agregatului cu supraîncălzire intermediară este influențată de puterile parțiale ale corpurilor de IP, MP și JP.

Pentru puterea nominală P_{e10} a agregatului avem relația

$$P_{elo} = P_{10} + P_{20}, \tag{22}$$

în care:

P_{10} este puterea corpului de IP,

P_{20} — puterea corpului de MP + JP.

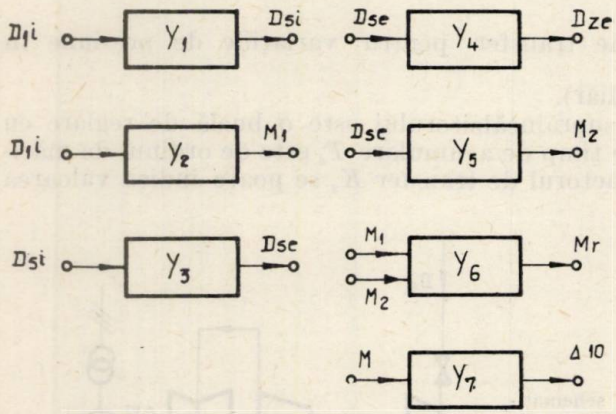


Fig. 6.— Reprezentarea obiectelor distincte simple ce alcătuiesc schema bloc a turbinei cu supraîncălzire intermediară.

Neglijînd cantitățile de abur necesare încălzirii apei de alimentare etc., avem relația

$$D_{1i} = D_{si} - D_{se} = D_{2e} = D. \tag{23}$$

În regim staționar, după ecuația (13) variația relativă a cuplului este proporțională cu variația relativă a cantității de abur ce trece prin turbină. Pentru corpul de IP avem

$$\frac{\Delta M_1}{M_0} = \frac{P_{10}}{P_{elo}} \cdot \frac{\Delta D}{D_0}. \tag{24}$$

De aici rezultă funcţia de transfer Y_2

$$Y_2(s) = \frac{\frac{\Delta M_1}{M_0}(s)}{\frac{\Delta D}{D_0}(s)} = \frac{P_{10}}{P_{e10}} = K_1. \tag{25}$$

Variaţia cuplului pentru corpul de MP + JP se poate stabili folosind relaţia (22)

$$\frac{\Delta M_2}{M_0} = \left(1 - \frac{P_{10}}{P_{elo}}\right)\frac{\Delta D}{D_0}. \tag{26}$$

De aici rezultă funcţia de transfer Y_5

$$Y_5(s) = \frac{\frac{\Delta M_2}{M_0}}{\frac{\Delta D}{D_0}} = 1 - \frac{P_{10}}{P_{elo}} = K_2. \tag{27}$$

Însumarea ecuaţiilor (24) şi (26) ne dă variaţia cuplului total în cazul cînd cotele de putere ale corpurilor de IP şi MP + JP sînt date separat

$$\frac{\Delta M_T}{M_0} = \left[\frac{P_{10}}{P_{elo}} + \left(1 - \frac{P_{10}}{P_{elo}}\right)\right]\frac{\Delta D}{D_0}. \tag{28}$$

Din această ecuaţie rezultă funcţia de transfer $Y_6(s)$.

$$Y_6(s) = Y_2(s) + Y_5(s). \tag{29}$$

Relaţia dintre variaţia debitului de abur de la ieşirea din corpul IP şi variaţia debitului de abur de la intrarea acestuia este de forma (12) şi funcţia de transfer Y_1 corespunzătoare este de forma (14).

Putem scrie pentru corpul de IP relaţia

$$Y_1(s) = \frac{1}{1 + T_{a1}s}, \tag{30}$$

unde T_{a1} este constantă de timp a variaţiei debitului de abur în corpul de IP, şi pentru corpul de MP + JP relaţia

$$Y_4(s) = \frac{1}{1 + T_{a2}s} \tag{31}$$

unde T_{a2} este constantă de timp a variaţiei debitului în corpul de MP + JP.

Prin construcție, supraîncălzitorul poate fi echivalent cu conexiunea în serie dintre o conductă și o capacitate pură așa cum se indică în figura 7.

Funcția de transfer a capacității poate fi dedusă din ecuația diferențială (21) și are forma

$$Y_3(s) = \frac{1}{1 + T_s s}. \tag{32}$$

Conducta de abur de la corpul de IP la supraîncălzitor și conducta de abur proprie a supraîncălzitorului și conducta de abur de la supraîncăl-

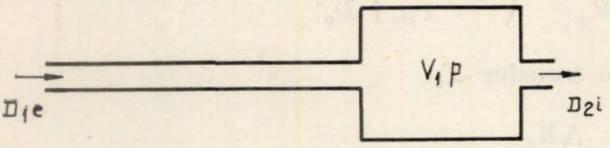


Fig. 7. — Reprezentarea schematică a supraîncălzitorului.

zitor la corpul de MP + JP formează conducta echivalentă a supraîncălzitorului. În această conductă, variațiile debitului de intrare D_{1e} nu vor fi simțite instantaneu la ieșire în variații ale debitului de ieșire D_{2i}, ci numai după un timp τ necesar propagării fenomenelor în mediul gazos pe toată lungimea conductei. Acest timp τ este dat de raportul dintre lungimea conductei și viteza de propagare a sunetului în aburul din conductă la presiune și temperatură cunoscute.

Viteza de variație a debitului ΔD_{2i} este proporțională cu diferența dintre debitul de intrare ΔD_{1e} considerat în momentul $(t - \tau)$ și debitul de abur ΔD_{2i} din conductă și invers proporțională cu rezistența hidraulică a conductei

$$\frac{\mathrm{d}(\Delta D_{2i})}{\mathrm{d}t} = K \frac{\Delta D_{1e}(t - \tau) - \Delta D_{2i}}{R_h}, \tag{33}$$

sau

$$\frac{R_h}{K} \cdot \frac{\mathrm{d}(\Delta D_{2i}(t)}{\mathrm{d}t} + \Delta D_{2i}(t) = \Delta D_{1e}(t - \tau), \tag{34}$$

de unde rezultă funcția de transfer

$$Y_3''(s) = \frac{\mathrm{e}^{-\tau s}}{1 + T_c s}, \tag{35}$$

în care:

τ este timpul mort al transmiterii variațiilor de debit pe conductă echivalentă considerată,

$T_c = \frac{R_h}{K}$ — constantă de timp a variației debitului de abur pe conductă echivalentă a supraîncălzitorului.

Constantă de timp a conductei fiind foarte mică devine neglijabilă în raport cu T_s și funcția de transfer a supraîncălzitorului va avea forma

$$Y_3(s) = Y_3'(s) \cdot Y_3''(s) = \frac{K_s\, e^{-\tau s}}{1 + T_s s}. \tag{36}$$

Timpul mort τ depinde de constantă de timp T_s a supraîncălzitorului și de contribuția în putere a corpului de MP + JP după relația

$$\tau = T_s \left(1 - \frac{P_{10}}{P_{elo}}\right). \tag{37}$$

Funcția de transfer $Y_7(s)$ este de forma (7) deci

$$Y_7(s) = \frac{1}{T_\omega s}. \tag{38}$$

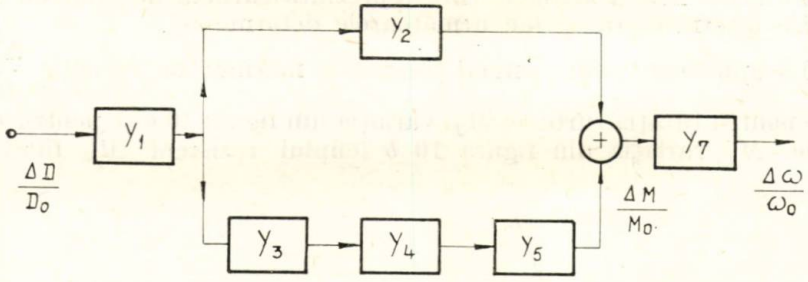


Fig. 8. — Schema bloc a turbinei cu supraîncălzire intermediară.

Din cele de mai jos rezultă schema bloc a turbinei (fig. 8) și funcția de transfer echivalentă a turbinei cu abur este

$$Y_T(s) = \frac{1}{1 + T_{a1} s}\left[K_1 + \frac{K_2 K_s\, e^{-\tau s}}{(1 + T_s s)(1 + T_{a2} s)}\right]\frac{1}{T_\omega s}. \tag{39}$$

3. MODELUL ANALOGIC AL TURBINEI CU ABUR CU SUPRAÎNCĂLZIRE INTERMEDIARĂ

Comportarea dinamică a unei turbine cu condesație cu supraîncălzire intermediară ca element automatizat este determinată de constanta de timp de pornire T_ω, constantele de timp ale volumelor de abur de dinaintea și de după supraîncălzitorul intermediar T_{a1} respectiv T_{a2} și constanta de timp de umplere a supraîncălzitorului intermediar T_s.

Tratarea analitică a ecuației (39) este greu de urmărit și rezolvarea acestuia cu calculatoare electronice necesită un timp îndelungat. În locul tratării analitic se utilizează următorul procedeu :

Se formează modelul analogic al fiecărui obiect distinct din figura 6, se conectează acestea ca în figura 8 și se obține schema bloc a modelului analogic (fig. 9).

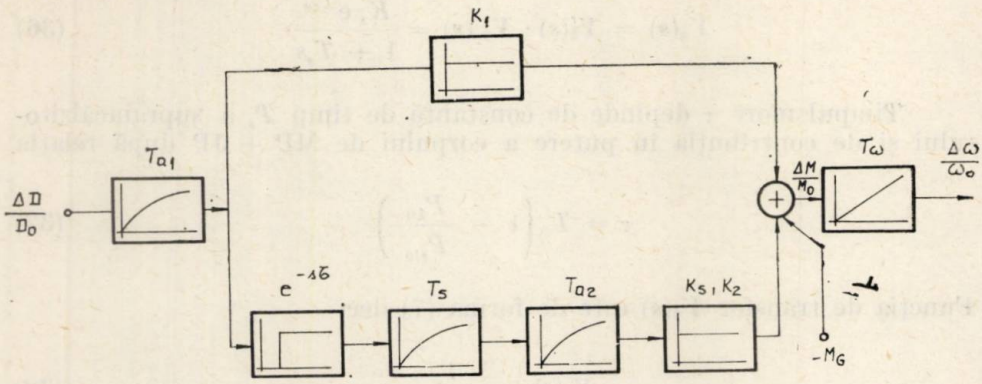


Fig. 9. — Schema bloc a modelului analogic.

Pe acest model analogic care reprezintă turbina de abur cu supraîncălzire intermediară se fac următoarele determinări :

La aplicarea unui semnal treaptă a mărimii de execuție $\frac{\Delta D}{D_0}$, se obține pentru turația turbinei M_T, variația din figura 10 *a* și pentru cuplul turbinei M_T variația din figura 10 *b* (cuplul rezistent M_G fiind nul).

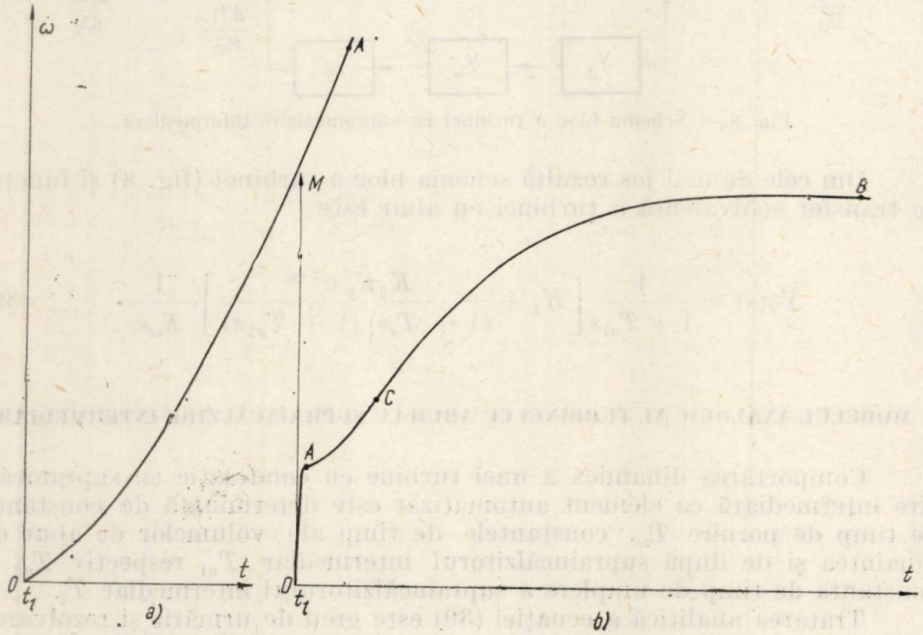


Fig. 10. — Variația turației (*a*) și a cuplului (*b*) unei turbine la o variație în treaptă a mărimii de execuție.

Din figura 10 *a* rezultă că turbina cu abur este un element automatizat integrator de ordin superior.

Variația cuplului M_T al turbinei (fig. 10 *b*) este determinată de variația cuplului corpului de IP reprezentată prin porțiunea OA a curbei, la care se adaugă variația cuplului corpurilor de MP + JP, care este influențată puternic de supraîncălzitorul intermediar și este reprezentată prin porțiunea AB a curbei.

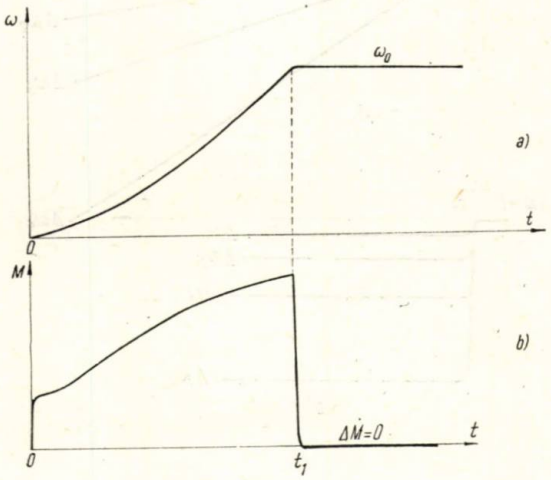


Fig. 11. — Variația turației (*a*) și a cuplului rezultant (*b*) a unei turbine cu abur.

În figurile 11 *a* și *b* avem aceleași variații ca și în figurile 10 *a* și *b* cu deosebirea că în momentul t_1, turbina se cuplează la rețea și satisfăcîndu-se relația

$$\Delta M = M_T - M_G = 0, \tag{40}$$

se obține o valoare constantă pentru turație ω_0.

În figurile 12 *a* și *b* avem pînă în momentul t_1, $\Delta M = 0$ și $\omega = \omega_0$. În momentul t_1 apar variațiile treaptă pentru cuplul ΔM, $\Delta M_1 < \Delta M_2 < \Delta M_3 < \Delta M_4$ (fig. 12 *b*), cărora le corespund variații liniare de diferite pante pentru turația ω.

Se vede de aici că variația turației mașinii este integrala în timp a variației cuplului rezultant ΔM cu constanta de timp de integrare T_ω a mașinii.

În figurile 13 *a* și *b* avem pînă în momentul t_1, $\Delta M = 0$ și în momentul t_1 apare o variație treaptă pentru cuplul rezistent ΔM_G și o variație treaptă a cuplului activ ΔM_T egală cu aceea a cuplului rezistent ΔM_G, dată prin varierea corespunzătoare a mărimii de execuție ΔD.

În această situație se obține pentru cuplul rezultant ΔM al agregatului variația din figura 13 *a*, a cărei valoare instantanee ΔM_i descrește de la valoarea ΔM_G din momentul t_1 la valoarea zero din momentul t_2

și pentru turația mașinii o variație parabolică cu indice variabil de la valoarea ω_0 la ω_1.

Această variație a turației mașinii rezultă din integrarea în timp a cuplului rezultant cu valori instantanee ΔM_i cuprinse între ΔM_G și zero.

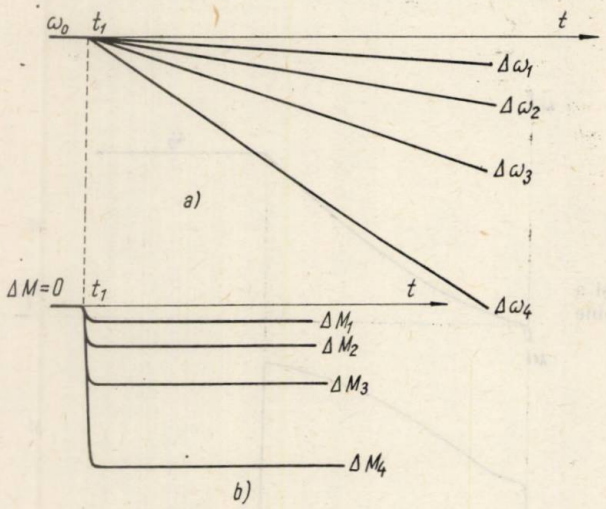


Fig. 12. — Variația turației (a) la variația în treaptă a cuplului rezultant $\Delta M(b)$.

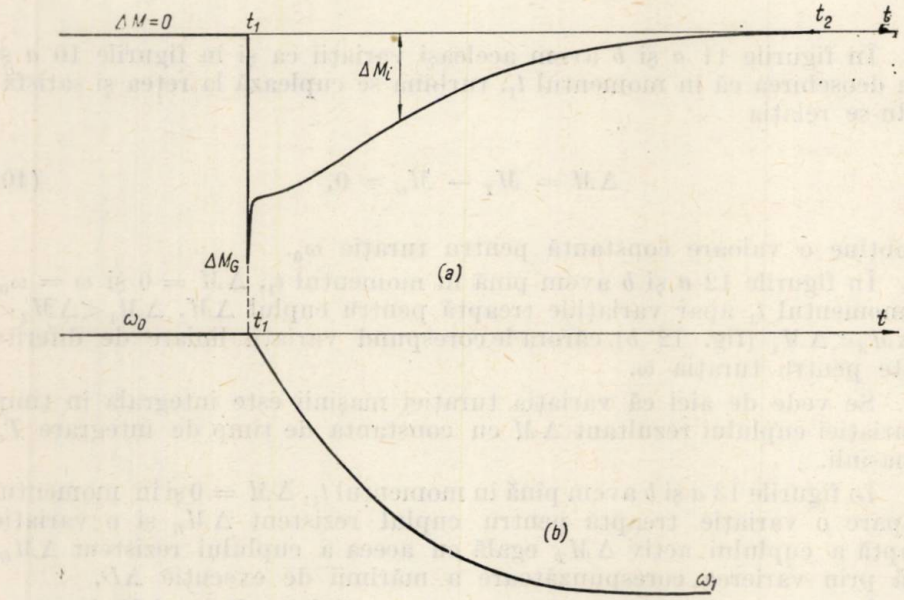


Fig. 13. — Variația turației (diagrama b) la un salt treaptă a cuplului rezultant ΔM, aplicat simultan cu un salt treaptă a mărimii de execuție ΔD, care să conducă la $\Delta M = 0$ (diagrama a).

În modelul analogic considerat, s-au luat valorile $T_\omega = 7$ s, $T_{a1} = 0{,}05$ s, $T_{a2} = 0{,}5$ s, $T_s = 15$ s, $\tau = 10$ s, care corespund valorilor medii ale constantelor de timp ale unei turbine de 330 MW.

4. CONCLUZII

Turbina cu abur cu supraîncălzire intermediară — este un obiect care are patru acumulatoare de energie caracterizate prin constantele de timp T_ω, T_{a1}, T_{a2} și T_s la care se mai adaugă timpul mort τ datorat supraîncălzitorului.

În consecință, la orice variație a mărimii de intrare ΔD sau perturbație ΔM_G ale acestui obiect, variația mărimii de ieșire va fi determinată numai de modul de variație al energiilor cuprinse în acumulatoarele de energie menționate.

Din valorile numerice găsite acestor constante de timp pentru o turbină de 330 MW, rezultă viteze diferite de variație a energiilor interne din acumulatoarele de energie respective.

După cum se vede, la o variație treaptă a mărimii de intrare, CIP răspunde rapid, CMP + CJP răspunde de aproximativ de 10 ori mai lent decît CIP, supraîncălzitorul, în afară de faptul că introduce și un timp mort, răspunde aproximativ de 300 ori mai lent decît CIP și cuplul motor răspunde aproximativ de 120 ori mai lent decît CIP. De aici rezultă că turbina cu abur este un obiect complex cu comportare integrală și timp mort.

BIBLIOGRAFIE

1. Grecu Tirus, *Mașini și turbine cu abur*, București, Tipografia și litografia învățămîntului, 1956, 657 p.
2. Hans Thiel, *Kraftweks regelungstechnik Leipzig*, Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, 1969, 284 p.
3. Z. Nenadól, B. Mirtes, *Analogue and Hybrid computers*, London, ILIFFE Books LTD in co. edition With SNTL Publishers of Technical Literature, Progue, 1968, 614 p.
4. Stanley Fifer, *Analogue Computation*, Vol. I—II—III—IV, New York—Toronto—London—McGraw—Hill Book Company—Ink 1961, 1330 p.
5. A. Korn, M. Korn, *Electronic analog and hybrid computers*, New York. San Francisco, Toronto, London—McGraw—Hill Book Company, 1964, 584 p.

UTILIZAREA ECHIVALENȚILOR ȘI SCHEMELOR REI PENTRU CALCULUL SIGURANȚEI FUNCȚIONĂRII SISTEMELOR ELECTROENERGETICE (SE)

D. S. NECȘULESCU

518.4.12 : 621.316.1.004

Se analizează algoritmul și schema bloc a calculului siguranței funcționării SE în regim staționar, regim de scurtcircuit și din punctul de vedere al stabilității statice, în cazul utilizării echivalenților și a schemelor REI pentru modelarea SE.

1. CONSIDERAȚII GENERALE

Siguranța funcționării SE reprezintă calitatea acestuia, relativă la funcționarea normală în timp, evaluată ținînd cont de consecințele la consumatori și în SE care apar în regimurile în care funcționarea normală nu se realizează. Prin funcționare normală se înțelege acea funcționare în care se verifică simultan toate restricțiile impuse variației aleatorii a parametrilor de regim ai SE. Aceste restricții sînt reprezentate de respectarea următoarelor limite admise : tensiuni maxime și minime în noduri, puteri maxime și minime în nodurile generatoare și consumatoare [1] și prin linii electrice aeriene (LEA), puterea plafon de scurtcircuit a căilor de curent, rezerva de stabilitate statică minimă etc.

Pentru calculul siguranței funcționării SE este necesar să se introducă o serie de concepte :

— siguranța momentană și medie ;
— siguranța specifică și globală ;
— siguranța nodală și a ansamblului nodurilor.

Conceptul cu care se va începe analiza calculului siguranței funcționării SE este siguranța momentană specifică nodală care se poate defini ca fiind : probabilitatea de îndeplinire a tuturor restricțiilor de funcționare normală la un moment oarecare t într-un nod oarecare pentru un anumit regim de funcționare a SE. Se observă că siguranța momentană specifică nodală poate fi caracterizată prin probabilitatea îndeplinirii restricțiilor menționate, adică printr-un indice probabilistic.

Siguranța medie reprezintă siguranța considerată pentru un interval dat de timp.

Siguranța specifică reprezintă siguranța considerată pentru un singur regim de funcționare a SE.

Siguranța globală reprezintă siguranța considerată pentru toate regimurile de funcționare ale SE (regim staționar, regim de scurtcircuit, regim cu perturbații infinit mici, regim cu perturbații finite, regimul SE în prezența supratensiunilor etc.).

Siguranța nodală reprezintă siguranța considerată pentru un singur nod al SE. Siguranța pentru ansamblul nodurilor este echivalentă cu siguranța alimentării consumatorilor.

Indicii corespunzători acestor laturi ale siguranței pot fi indici probabilistici numai dacă este valabilă ipoteza echivalenței evenimentelor de îndeplinire sau violare a restricțiilor care caracterizează funcționarea normală. Este evident că violări cu amplitudini diferite nu sînt echivalente, iar violarea restricțiilor tensiunii într-un nod nu e echivalentă cu violarea restricțiilor puterii. La fel, pentru siguranța ansamblului nodurilor, echivalența evenimentelor de violare a restricțiilor nu e acceptabilă. Așadar, în general, măsura consecințelor violării restricțiilor de funcționare normală nu e un indice probabilistic. Singurul indice cu valabilitate generală este indicele economic, exprimat prin daunele produse la consumator și în SE de violarea restricțiilor, iar uneori se pot folosi indici naturali (de ex. energia electrică nelivrată). De fapt, în ultima instanță măsura siguranței sînt indicii economici; în caz că se urmărește optimizarea siguranței însă, în măsura în care ipoteza echivalenței e acceptabilă, este util să se calculeze și indici probabilistici, deoarece aceasta implică un efort de calcul mai redus. Indicii naturali sînt utili în același sens al economiei de timp de calcul și se utilizează cînd este valabilă ipoteza prețului constant al unităților naturale considerate (de ex. pentru 1 kWh nelivrat). Astfel, pentru siguranța momentană e util indicele probabilistic (în special cînd calculul siguranței momentane servește conducerii prin dispecer a SE), iar pentru siguranța medie se poate folosi fie un indice natural (de ex. energia electrică nelivrată), fie un indice economic (daune la consumatori și în SE).

Dintre aspectele siguranței enumerate cel mai greu de determinat cantitativ este siguranța globală, deoarece azi este practic imposibil, datorită complexității calculelor, să se determine siguranța specifică unor regimuri (de ex. pentru regimul SE în prezența perturbațiilor finite). Pînă în momentul de față în literatura de specialitate s-au publicat metode de calcul a siguranței numai pentru determinarea siguranței medii în regim staționar [2], de scurtcircuit [3] și pentru calculul siguranței momentane în regim staționar [4].

Lucrarea de față propune un procedeu de calcul integrat al siguranței momentane și medii a SE în regim staționar, de scurtcircuit și în prezența perturbațiilor infinit mici (stabilitatea statică) folosind echivalenții și schemele REI. Pentru desemnarea regimurilor se folosește variabila de stare $x^{(SE)}$ cu valorile: 1 pentru regim staționar, 2 pentru regim de scurtcircuit și 3 pentru regim cu perturbații infinit mici.

2. ETAPELE CALCULULUI SIGURANȚEI FUNCȚIONĂRII *SE*

Etapele calculului siguranței funcționării SE considerate în lucrarea de față sînt :

a) calculul probabilităților stărilor sarcinilor nodurilor SE ;
b) calculul probabilităților stărilor comutației SE ;
c) verificarea restricțiilor de funcționare normală a SE ;
d) calculul indicilor de siguranță.

a) Prima etapă nu implică dificultăți de calcul în măsura în care se dispune de date suficiente. În cadrul acestei etape se reprezintă prin paliere funcțiile aleatoare $\dot{S}_h^{(SE)}(t) = P_h^{(SE)}(t) + jQ_h^{(SE)}(t)$, care reprezintă sarcinile nodurilor h ale SE. În practică însă, în mod obișnuit (mai ales în cazul deciziilor de planificare a dezvoltării SE), nu se dispune de date suficiente și se fac diferite ipoteze. Pentru lucrarea de față se face ipoteza dependenței liniare a sarcinilor nodurilor față de sarcina SE

$$\dot{S}_h^{(SE)}(t) = K_h \dot{S}^{(SE)}(t) \qquad (h=1, 2, \ldots, N, N+1, \ldots, N+M), \quad (1)$$

unde

K_h este coeficient constant dat ;
$\dot{S}^{(SE)}(t)$ — sarcina totală a SE în funcție de timp (curba de sarcină a SE) ;
h — un nod generator ($n = 1, 2, \ldots, N$) sau consumator ($m = 1, 2, \ldots, M$).

În cadrul lucrării, prin nod generator se înțelege un nod în care sînt conectate generatoare debitînd direct în rețeaua considerată și în care pot să fie sau pot să nu fie conectați și consumatori, iar prin nod consumator se înțelege un nod la care sînt conectați numai consumatori.

b) A doua etapă reprezintă un calcul de siguranță pentru sistemul de elemente considerat. O metodă eficace pentru acest caz este metoda Nitu—Albert—Brădescu [5].

c) Pentru verificarea restricțiilor de funcționare normală a SE, pentru diferite regimuri de funcționare, este necesar un model al funcționării SE care să reprezinte SE în cît mai multe regimuri și să necesite un timp de calcul cît mai scurt.

În urma analizei diferitelor modele utilizate în România pentru calculul regimurilor de funcționare ale SE [6] s-a optat, în cadrul lucrării de față, pentru utilizarea echivalenților și a schemelor REI, introduși de analiza nodală Dimo [1], [7]. Avantajele utilizării echivalenților și a schemelor REI în calculele de siguranță se vor prezenta după stabilirea conținutului procedeului de calcul a siguranței bazat pe echivalenți și schemele REI.

d) Calculul următorilor indici de siguranță :

— probabilitatea de respectare în fiecare moment a restricțiilor funcționării normale în regim staționar precum și puterea și energia suplimentară minimă necesară pentru realizarea respectării acestor restricții ;

— numărul mediu de echipamente din fiecare nod, în fiecare moment, avariate ca urmare a depășirii puterii plafon de scurtcircuit a căilor de curent ale rețelelor și energia medie nelivrată datorită violării acestor restricții;

— probabilitatea de respectare în fiecare moment a condițiilor de stabilitate statică pentru fiecare nod generator.

3. PROCEDURA DE CALCUL

3.1. VERIFICAREA FUNCȚIONĂRII NORMALE ÎN REGIM STAȚIONAR ȘI CALCULUL PUTERII NELIVRATE

Fie un SE cu M noduri consumatoare m și N noduri generatoare n. Pentru necesitățile calculelor de siguranță, dacă un nod cuprinde atît generatoare cu $S^{(1)}_{n,\max}$, $S^{(1)}_{n,\min}$ care debitează direct în rețeaua considerată, cît și sarcină cu $S^{(2)}_{n,\max}$, $S^{(2)}_{n,\min}$, acest nod se consideră nod generator cu :

$$S_{n,\max} = S^{(1)}_{n,\max} - S^{(2(}_{n,\min}, \tag{2}$$

$$S_{n,\min} = S^{(1)}_{n,\min} - S^{(2)}_{n,\max}. \tag{3}$$

Dacă acest nod în unele stări ale SE va absorbi putere din SE atunci limitele restricțiilor de putere vor avea valori negative.

Liniile l de transport ale SE, în număr de L, se consideră reprezentate printr-un cvadripol π, iar aportul capacitiv al liniilor se include în balanțele de puteri ale nodurilor adiacente.

Sarcinile nodurilor care se elimină pentru fiecare echivalent REI, se reprezintă, în ipoteza liniarizării, prin admitanțe constante. Menționăm că, în afară de această ipoteză, pentru calculul echivalenților REI se pot folosi și alte ipoteze asupra sarcinilor [7] însă, pentru simplificarea expunerii, în cadrul lucrării de față, se va considera numai ipoteza liniarizării.

Stările SE sînt date de toate combinațiile posibile ale stărilor comutației SE (în total sînt 2^{R+L} stări, iar pentru cel mult două ieșiri din funcțiune a celor L linii și R generatoare diferite sînt $\left(1 + L + \frac{L(L-1)}{2}\right) \cdot \left(1 + R + \frac{R(R-1)}{2}\right)$ stări) și ale stărilor sarcinii SE (pentru n paliere de putere sînt $\nu_1 < 2.\nu$ stări ale sarcinii SE).

Echivalenții REI se vor calcula pentru

$$\varepsilon_{\max} = M \cdot \nu_1 \cdot \left(1 + L + \frac{L(L-1)}{2}\right), \tag{4}$$

cazuri cu ajutorul unei metode de reducere a matricilor de admitanță nodală față de fiecare nod consumator (pentru calculator numeric metode

puternice sînt metoda eliminărilor multiple [8] și metoda eliminărilor ordonate [10]).

În urma acestor calcule se obțin echivalenții REI pentru fiecare nod consumator și echivalentul REI final (vezi fig. 1).

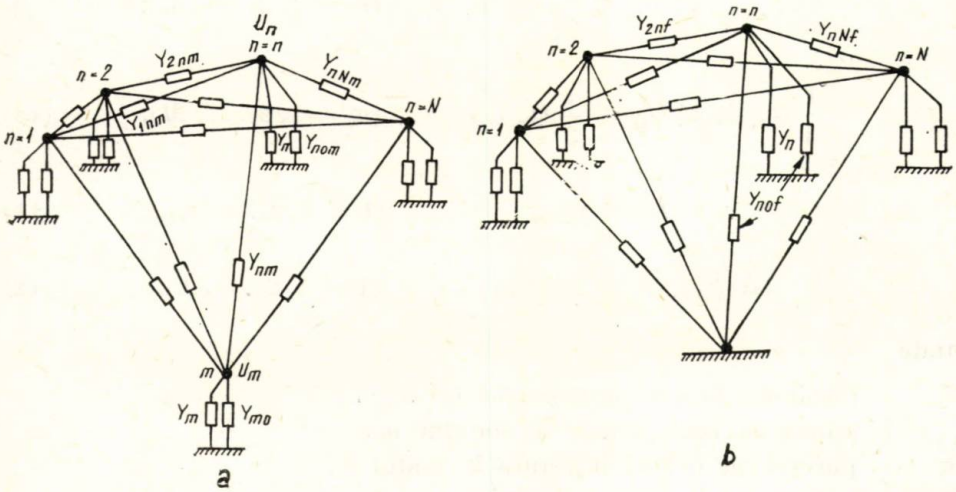


Fig. 1. — Echivalenții REI față de nodurile consumatoare (*a*) și echivalentul REI final (*b*).

Notațiile din figura 1 reprezintă :

$\dot{Y}_m$, $\dot{Y}_n$ — admitanța echivalentă sarcinii nodului m respectiv n;

$\dot{Y}_{m0}$, $\dot{Y}_{n0}$ — admitanța rezultantă în nodul m, respectiv n, din reducerea matricii de admitanțe nodale față de nodul m, respectiv n;

$\dot{Y}_{nm}$ — admitanța legăturii nm;

$\dot{Y}_{nn_1m}$ — admitanța legăturii nn_1 în echivalentul REI raportat la nodul m;

$\dot{Y}_{nn_1f}$ — admitanța legăturii nn_1 în echivalentul REI final;

$\dot{Y}_{n0f}$ — admitanța rezultantă în nodul n, din reducerea matricii de admitanțe nodale în cazul echivalentului REI final;

$n_1 = 1, 2, \ldots, n-1, n+1, \ldots, N$.

Restricțiile care definesc în general funcționarea normală a SE în regim staționar sînt :

$$\frac{1}{\sqrt{3}} U_{\min} \leqslant |\dot{U}_n| \leqslant \frac{1}{\sqrt{3}} U_{\max} \qquad (n = 1, 2, \ldots, N), \tag{5}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} U_{\min} \leqslant |\dot{U}_m| \leqslant \frac{1}{\sqrt{3}} U_{\max} \qquad (m = 1, 2, \ldots, M), \tag{6}$$

$$\frac{1}{3} P_{n.\min} \leqslant P_n \leqslant \frac{1}{3} P_{n,\max} \qquad (n = 1, 2, \ldots, N), \tag{7}$$

$$\frac{1}{3} Q_{n,\min} \leqslant Q_n \leqslant \frac{1}{3} Q_{n,\max} \qquad (n = 1, 2, \ldots, N), \tag{8}$$

$$\frac{1}{3} P_{m,\min} \leqslant P_m \leqslant \frac{1}{3} P_{m,\max} \qquad (m = 1, 2, \ldots, M), \tag{9}$$

$$\frac{1}{3} Q_{m,\min} \leqslant Q_m \leqslant \frac{1}{3} Q_{m,\max} \qquad (m = 1, 2, \ldots, M), \tag{10}$$

$$|\dot{I}_l| \leqslant I_{l,\lim} \qquad (1 = 1, 2, \ldots, L), \tag{11}$$

$$|\Delta\delta^{(U)}_{h_1(1)h_2(1)}| \leqslant \Delta\delta_{l,\max} \qquad (1 = 1, 2, \ldots, L), \tag{12}$$

unde

$\dot{U}_n$ = tensiunea fază-pămînt a nodului n;
$\dot{U}_m$ = tensiunea fază-pămînt a nodului m;
$\dot{S}_n$ = puterea pe o fază injectată în nodul n;
$\dot{S}_m$ = puterea pe o fază a nodului m;
$\dot{I}_l$ = curentul pe linia l;
$\Delta\delta^{(U)}_{h_1(1)h_2(1)}$ = diferența de unghi de fază a tensiunilor nodurilor $h_1(1)$ și $h_2(1)$ adiacente liniei 1.

Semnificațiile limitelor restricțiilor (5)—(12) sînt evidente.

Parametrii de regim din restricțiile (5)—(12) ($\dot{U}_n$, $\dot{U}_m$, $\dot{S}_n$, $\dot{S}_m$, $\dot{I}_1$, $\Delta\delta^{(U)}_{h_1(1),h_2(1)}$) se pot exprima, cu ajutorul admitanțelor echivalenților REI, în funcție de necunoscutele considerate care, pentru cazul de față, se aleg tensiunile nodurilor generatoare $\dot{U}_n = U^{(r)}_n + \mathrm{j}U^{(i)}_n$. Se folosesc notațiile:

$$\sum_{n=0}^{N} \dot{Y}_{nm} = \dot{Y}_{mm}; \quad \sum_{m=0}^{M} \dot{Y}_{nm} = \dot{Y}_n; \quad \frac{\dot{Y}_{nm}}{\dot{Y}_m + \dot{Y}_{mm}} = \dot{y}_{nm}; \tag{13}$$

$$\sum_{n=1}^{N} \dot{y}_{nm} = \dot{y}_m; \quad \sum_{\substack{n_1=0 \\ n_1 \neq n}}^{N} \dot{Y}_{nn_1f} = \dot{Y}_{nnf}; \quad \dot{Y}_n + \dot{Y}_{n0f} \to \dot{Y}_{n0f}.$$

Pentru fiecare număr complex se consideră cîte un indice r și i pentru partea reală și, respectiv, partea imaginară (de exemplu $\dot{Y}_m = Y^{(r)}_m + \mathrm{j}Y^{(i)}_m$) și, se folosește un indice f pentru admitanțele echivalentului REI final.

Se prezintă relațiile dintre parametrii de regim staționar și necunoscutele $U^{(r)}_n$ și $U^{(i)}_n$. S-a considerat pentru $n_1 = 0$; $U_{n_1} = 0$ (și deci pentru $n = 0$; $U_n = 0$). Înlocuind relațiile (14) — (22) în inegalitățile

(5)—(12) se obține un sistem de $6(N+M)+3L$ inecuații neliniare cu $2N-1$ necunoscute (pentru un nod K oarecare, considerat de referință, se ia $U_k^{(i)}=0$):

$$\dot{U}_m = U_m^{(r)} + \mathrm{j}U_m^{(i)} = \frac{\sum_{n=1}^{N} \dot{U}_n \cdot \dot{Y}_{nm}}{\dot{Y}_m + \sum_{n=0}^{N} \dot{Y}_{nm}} = \sum_{n=1}^{N} \dot{U}_n \cdot \dot{y}_{nm} =$$

$$= \sum_{n=1}^{N} (U_n^{(r)} \cdot y_{nm}^{(r)} - U_n^{(i)} \cdot y_{nm}^{(i)}) + \mathrm{j} \sum_{n=1}^{N} (U_n^{(r)} \cdot y_{nm}^{(i)} + U_n^{(i)} \cdot y_{nm}^{(r)}), \tag{14}$$

$$\dot{S}_n = P_n + \mathrm{j}Q_n = \dot{U}_n \cdot \dot{I}_n^* = \dot{U} \cdot \left[\sum_{\substack{n_1=0 \\ n_1 \neq n}}^{N} (\dot{U}_n - \dot{U}_{n_1}) \cdot \dot{Y}_{nn_1 f} \right]^* = \dot{U}_n \left[\dot{U}_n \cdot \dot{Y}_{nnf} - \right.$$

$$\left. - \sum_{\substack{n_1=0 \\ n_1 \neq n}}^{N} \dot{U}_{n_1} \cdot \dot{Y}_{nn_1 f} \right]^* = (U_n^{(r)} + \mathrm{j}U_n^{(i)}) \cdot \left[(U_n^{(r)} + \mathrm{j}U_n^{(i)}) \cdot \right.$$

$$\left. \cdot (Y_{nnf}^{(r)} + \mathrm{j}Y_{nnf}^{(i)}) - \sum_{\substack{n_1=0 \\ n_1 \neq n}}^{N} (\dot{U}_{n_1}^{(r)} + \mathrm{j}U_{n_1}^{(i)}) \cdot (\dot{Y}_{nn_1 f}^{(r)} + \mathrm{j}Y_{nn_1 f}^{(i)}) \right]^* = \tag{15}$$

$$= (U_n^{(r)} + \mathrm{j}U_n^{(i)}) \cdot \left[U_n^{(r)} \cdot Y_{nnf}^{(r)} - U_n^{(i)} \cdot Y_{nnf}^{(i)} + \mathrm{j}(U_n^{(r)} \cdot Y_{nnf}^{(i)} + U_n^{(i)} \cdot Y_{nnf}^{(r)}) - \right.$$

$$\left. - \sum_{\substack{n_1=0 \\ n_1 \neq n}}^{N} (U_{n_1}^{(r)} \cdot Y_{nn_1 f}^{(r)} - U_{n_1}^{(i)} \cdot Y_{nn_1 f}^{(i)}) - \mathrm{j} \sum_{\substack{n_1=0 \\ n_1 \neq n}}^{N} (U_{n_1}^{(r)} \cdot Y_{nn_1 f}^{(i)} + U_{n_1}^{(i)} \cdot Y_{nn_1 f}^{(r)}) \right]^*$$

$$P_n = U_n^{(r)} \cdot \left[U_n^{(r)} \cdot Y_{nnf}^{(r)} - U_n^{(i)} \cdot Y_{nnf}^{(i)} - \sum_{\substack{n_1=0 \\ n_1 \neq n}}^{N} (U_{n_1}^{(r)} \cdot Y_{nn_1 f}^{(r)} - U_{n_1}^{(i)} \cdot Y_{nn_1 f}^{(i)}) \right] + \tag{16}$$

$$+ U_n^{(i)} \cdot \left[U_n^{(r)} \cdot Y_{nnf}^{(i)} + U_n^{(i)} \cdot Y_{nnf}^{(r)} - \sum_{\substack{n_1=0 \\ n_1 \neq n}}^{N} (U_{n_1}^{(r)} \cdot Y_{nn_1 f}^{(i)} + U_{n_1}^{(i)} \cdot Y_{nn_1 f}^{(r)}) \right],$$

$$Q_n = U_n^{(r)} \cdot \left[-U_n^{(r)} \cdot Y_{nnf}^{(i)} - U_n^{(i)} \cdot Y_{nnf}^{(r)} + \sum_{\substack{n_1=0 \\ n_1 \neq n}}^{N} (U_{n_1}^{(r)} \cdot Y_{nn_1 f}^{(i)} + U_{n_1}^{(i)} \cdot Y_{nn_1 f}^{(r)}) \right] + \tag{17}$$

$$+ U_n^{(i)} \cdot \left[U_n^{(r)} \cdot Y_{nnf}^{(r)} - U_n^{(i)} \cdot Y_{nnf}^{(i)} - \sum_{n_1=0}^{N} (U_{n_1}^{(r)} \cdot Y_{nn_1 f}^{(r)} - U_{n_1}^{(i)} \cdot Y_{nn_1 f}^{(i)}) \right],$$

$$\dot{S}_m = P_m + \mathrm{j}Q_m = \dot{U}_m \cdot \dot{I}_m^* = \dot{U}_m \cdot \left[\sum_{n=0}^{N} (\dot{U}_n - \dot{U}_m) \cdot \dot{Y}_{nm} \right]^* =$$

$$= \dot{U}_m \cdot \left[\sum_{n=0}^{N} \dot{U}_n \cdot \dot{Y}_{nm} - \dot{U}_m \cdot \dot{Y}_m \right]^* = \left(\sum_{n=1}^{N} \dot{U}_n \cdot \dot{y}_{nm} \right) \cdot$$

$$\cdot \left[\sum_{n=0}^{N} \dot{U}_n \cdot \dot{Y}_{nm} - \dot{Y}_m \sum_{n=1}^{N} \dot{U}_n \cdot \dot{y}_{nm} \right]^* = \left(\sum_{n=1}^{N} (U_n^{(r)} \cdot y_{nm}^{(r)} - U_n^{(i)} \cdot y_{nm}^{(i)}) \right) +$$

$$+ \mathrm{j} \sum_{n=1}^{N} (U_n^{(r)} \cdot y_{nm}^{(i)} + U_n^{(i)} \cdot y_{nm}^{(r)}) \cdot \left[\sum_{n=0}^{N} (U_n^{(r)} \cdot Y_{nm}^{(r)} - U_n^{(i)} \cdot Y_{nm}^{(i)}) + \right. \tag{18}$$

$$+ \mathrm{j} \sum_{n=0}^{N} (U_n^{(r)} \cdot Y_{nm}^{(i)} + U_n^{(i)} \cdot Y_{nm}^{(r)}) - Y_m^{(r)} \sum_{n=1}^{N} (U_n^{(r)} \cdot y_{nm}^{(r)} - U_n^{(i)} \cdot y_{nm}^{(i)}) +$$

$$+ Y_m^{(i)} \sum_{n=1}^{N} (U_n^{(r)} \cdot y_{nm}^{(i)} + U_n^{(i)} \cdot y_m^{(r)}) - \mathrm{j} \left(Y_m^{(r)} \sum_{n=1}^{N} (U_n^{(r)} \cdot y_{nm}^{(i)} + U_n^{(i)} \cdot y_{nm}^{(r)}) + \right.$$

$$\left. \left. + Y_m^{(i)} \sum_{n=1}^{N} (U_n^{(r)} \cdot y_{nm}^{(r)} - U_n^{(i)} \cdot y_{nm}^{(i)}) \right]^* \right.,$$

$$P_m = \sum_{n=1}^{N} (U_n^{(r)} \cdot y_{nm}^{(r)} - U_n^{(i)} \cdot y_{nm}^{(i)}) \cdot \left[\sum_{n=0}^{N} (U_n^{(r)} \cdot Y_{nm}^{(r)} - U_n^{(i)} \cdot Y_{nm}^{(i)}) - \right.$$

$$- Y_m^{(r)} \sum_{n=1}^{N} (U_n^{(r)} \cdot y_{nm}^{(r)} - U_n^{(i)} \cdot y_{nm}^{(i)}) + Y_m^{(i)} \sum_{n=1}^{N} (U_n^{(r)} \cdot y_{nm}^{(i)} + U_n^{(i)} \cdot y_{nm}^{(r)}) \Big] + \tag{19}$$

$$+ \sum_{n=1}^{N} (U_n^{(r)} \cdot y_{nm}^{(i)} + U_n^{(i)} \cdot y_{nm}^{(r)}) \cdot \left[\sum_{n=0}^{N} (U_n^{(r)} \cdot Y_{nm}^{(i)} + U_n^{(i)} \cdot Y_{nm}^{(r)}) - \right.$$

$$\left. - Y_m^{(r)} \sum_{n=1}^{N} (U_n^{(r)} \cdot y_{nm}^{(i)} + U_n^{(i)} \cdot y_{nm}^{(r)}) - Y_m^{(i)} \sum_{n=1}^{N} (U_n^{(r)} \cdot y_{nm}^{(r)} - U_n^{(i)} \cdot y_{nm}^{(i)}) \right],$$

$$Q_m = \sum_{n=1}^{N} (U_n^{(r)} \cdot y_{nm}^{(r)} - U_n^{(i)} \cdot y_{nm}^{(i)}) \cdot \left[- \sum_{n=0}^{N} (U_n^{(r)} \cdot Y_{nm}^{(i)} + U_n^{(i)} \cdot Y_{nm}^{(r)}) + \right.$$

$$+ Y_m^{(r)} \sum_{n=1}^{N} (U_n^{(r)} \cdot y_{nm}^{(i)} + U_n^{(i)} \cdot y_{nm}^{(r)}) + Y_m^{(i)} \sum_{n=1}^{N} (U_n^{(r)} \cdot y_{nm}^{(r)} - U_n^{(i)} \cdot y_{nm}^{(i)}) \Big] + \tag{20}$$

$$+ \sum_{n=1}^{N} (U_n^{(r)} \cdot y_{nm}^{(i)} + U_n^{(i)} \cdot y_{nm}^{(i)}) \cdot \left[\sum_{n=0}^{N} (U_n^{(r)} \cdot Y_{nm}^{(r)} - U_n^{(i)} \cdot Y_{nm}^{(i)}) - \right.$$

$$\left. - Y_m^{(r)} \sum_{n=1}^{N} (U_n^{(r)} \cdot y_{nm}^{(r)} - U_n^{(i)} \cdot y_{nm}^{(i)}) + Y_m^{(i)} \sum_{n=1}^{N} (U_n^{(r)} \cdot y_{nm}^{(i)} + U_n^{(i)} \cdot y_{nm}^{(r)}) \right],$$

$$I_l = (\dot{U}_{h_1(l)} - \dot{U}_{h_2(l)}) \cdot \dot{Y}_{h_1(l),\, h_2(l)}, \tag{21}$$

$$\delta^{(U)}_{h_1(l),h_2(l)} = \operatorname{arctg}\left(\frac{\dot{U}^{(i)}_{h_1(l)}}{\dot{U}^{(r)}_{h_1(l)}}\right) - \operatorname{arctg}\left(\frac{\dot{U}^{(i)}_{h_2(l)}}{\dot{U}^{(r)}_{h_2(l)}}\right). \tag{22}$$

Verificarea funcționării normale în regim staționar constă în verificarea compatibilității inecuațiilor (5) — (12) față de necunoscutele $U^{(r)}_n$ și $U^{(i)}_n$. Așadar problema se reduce la căutarea unei soluții posibile de bază pentru un program neliniar și se poate rezolva printr-o metodă de gradient [9].

În caz că inecuațiile (5) — (12) nu sînt compatibile (caz care corespunde unei stări a SE care nu permite respectarea tuturor restricțiilor de funcționare normală în regim staționar), pe baza acelorași echivalenți REI se poate calcula cu ușurință puterea necesară minimă în nodurile n pentru verificarea restricțiilor de funcționare normală în regim staționar. În acest scop se poate folosi un program de optimizare cu funcția criteriu

$$\min \sum_{n=1}^{N} (P_n^2 + Q_n^2), \tag{23}$$

și restricțiile:

$$\frac{1}{\sqrt{3}} U_{\min} \leqslant |\dot{U}_n| \leqslant \frac{1}{\sqrt{3}} U_{\max} \qquad (n = 1, 2, \ldots, N), \tag{24}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} U_{\min} \leqslant |\dot{U}_m| \leqslant \frac{1}{\sqrt{3}} U_{\max} \qquad (m = 1, 2, \ldots, M), \tag{25}$$

$$\frac{1}{3} P_{m,\min} \leqslant P_m \leqslant \frac{1}{3} P_{m,\max} \qquad (m = 1, 2, \ldots, M), \tag{26}$$

$$\frac{1}{3} Q_{m,\min} \leqslant Q_m \leqslant \frac{1}{3} Q_{m,\max} \qquad (m = 1, 2, \ldots, M), \tag{27}$$

$$|\dot{I}_1| \leqslant I_{1,\mathrm{lim}} \qquad (l = 1, 2, \ldots, L), \tag{28}$$

$$|\Delta\delta^{(U)}_{h_1(1)h_2(1)}| \leqslant \Delta\delta_{1,\max} \qquad (l = 1, 2, \ldots, L). \tag{29}$$

Valorile optime $S^*_n = P^*_n + jQ^*_n$ se folosesc pentru calculul puterii suplimentare necesare minime

$$N_n = S^*_n - S_{n,\max} \qquad (n = 1, 2, \ldots, N). \tag{30}$$

Există posibilitatea estimării puterii nelivrate din puterea suplimentară necesară minimă în condițiile în care sînt valabile următoarele ipoteze :

— sacrificiul aceleiași puteri la orice nod consumator are practic același efect economic ;

— nodurile consumatoare și nodurile generatoare sînt uniform repartizate în SE și au puteri apropiate ca valori.

Prima presupoziție este adesea inevitabilă în cadrul deciziilor de planificare a dezvoltării SE, din lipsă de date. A doua presupoziție este acceptabilă în cazul SE suficient de dezvoltate în care sînt numeroase noduri generatoare și noduri consumatoare cu puteri mari și nu apar consumatori industriali preponderenți.

3.2. VERIFICAREA FUNCȚIONĂRII NORMALE ÎN REGIM DE SCURTCIRCUIT ÎN SE

Pentru deciziile de planificare a dezvoltării SE :

— este dificilă modelarea solicitărilor dinamice ale echipamentului SE în regim de scurtcircuit deoarece nu se dispune de date suficient de exacte ;

— solicitările termice în regim de scurtcircuit ale prizelor de legare la pămînt din SE, avînd în vedere efectele economice mai reduse ale violării capacității lor termice, se neglijează.

În concluzie, pentru deciziile de planificare a dezvoltării SE, siguranța în regim de scurtcircuit se referă la consecințele violării restricțiilor funcționării normale a căilor de curent în regim de scurtcircuit în SE ; se consideră drept consecințe avariile de echipamente și nelivrarea de energie electrică în condițiile lichidării avariei în cazul depășirii puterii plafon de scurtcircuit.

Calculul siguranței SE în regim de scurtcircuit se efectuează, în cadrul acestei lucrări, considerînd numai scurtcircuitul trifazat.

Există situații în care curentul de scurtcircuit monofazat depășește curentul de scurtcircuit trifazat care solicită căile de curent, însă nu s-au considerat în cadrul acestor calcule deoarece :

— sînt nedorite și prin proiectare și instrucțiuni de exploatare se încearcă să evite ca astfel de situații să apară ;

— pentru planificarea pe termen lung a dezvoltării SE este dificil să se țină cont de aceste situații datorită incertitudinii mari a cunoașterii lor.

Verificarea funcționării normale în regim de scurtcircuit în raport cu puterea plafon de scurtcircuit se efectuează în etape succesive de selecție a nodurilor (etapa *a*) și echipamentelor (etapa *b*) care pun probleme din punctul de vedere al solicitărilor în regim de scurtcircuit ; etapele sînt :

a) verificarea la curenții $I_h^{s.c.}$ de scurtcircuit în nodul h

$$I_h^{(s.c.)} \leqslant I_h^{(s.c.,\,\text{plafon})} = \frac{P_h^{(s.c.\ \text{plafon})}}{\sqrt{3}\, U_{\text{nom}}}, \tag{31}$$

$$(h = 1, 2, \ldots, N, N+1, \ldots, N+M),$$

unde U_{nom} este tensiunea nominală.

Pentru simplificarea expunerii se va presupune în continuare dintre echipamente numai întrerupătoarele, avînd aceeași $P^{(s.c.\ plafon)}$ în fiecare nod.

În caz că restricția (31) nu se verifică se continuă calculul pentru nodul respectiv.

b) verificarea la curenții de scurtcircuit trifazat $I^{(s.c.)}_{\rho(h)}$ care circulă prin întrerupătorul $\rho(h) = 1, 2, \ldots, \rho_{max}(h)$ al nodului h al SE la scurtcircuite la bornele întrerupătoarelor spre bare și spre linie. Pentru simplificarea expunerii se consideră în continuare un singur sistem de bare pentru fiecare nod h. În acest caz restricția este

$$I^{(s.c.,\,h)}_{\rho(h)} \leqslant I^{(s.c.\,.\,plafon)}_{h}. \tag{31'}$$

În caz că restricția nu se verifică, se continuă calculul pentru întrerupătorul respectiv, conform pct. c).

c) calculul lungimii totale $l_{h.\rho(h)}$ pe liniile adiacente nodului h pentru care restricția (31') nu a fost îndeplinită pentru întrerupătorul $\rho(h)$. Se neglijează verificarea la scurtcircuite a întrerupătoarelor de pe linii mai îndepărtate, deoarece e prea puțin probabil ca sistemul să se proiecteze astfel încît aceste scurtcircuite să pună probleme.

d) calculul daunelor produse echipamentelor de depășirea puterii plafon de scurtcircuit și a puterii nelivrate în urma izolării întrerupătorului avariat prin depășirea puterii plafon de scurtcircuit.

Verificările funcționării normale a întrerupătoarelor SE în regim de scurtcircuit constituie modelul determinist al funcționării normale a SE în regim de scurtcircuit. În continuare, se vor analiza pe rînd calculele pe care le implică etapele *a*, *b*, *c* și *d* de mai sus.

a) Pentru calculul schemei REI, care modelează regimul de scurtcircuit trifazat metalic în nodul m (vezi fig. 2 *a*), se completează echivalentul REI raportat la nodul m, folosit în calculul regimului staționar (vezi fig. 1 *a*), prin introducerea unor reactanțe și tensiuni electromotoare corespunzătoare în spatele nodurilor generatoare n; etapele sînt următoarele:

— se introduc noi noduri generatoare r $(r = 1, 2, \ldots, R)$;

— se leagă aceste noduri r de nodurile n (care au devenit noduri consumatoare) prin admitanțele Y_{nr} corespunzătoare generatoarelor (supratranzitorii sau tranzitorii);

— se consideră $\dot{U}_m = 0$;

— se consideră $\dot{E}_r$, corespunzătoare admitanțelor Y_{nr} și reduse la modulele lor E_r.

După eliminarea nodurilor n rezultă un echivalent REI ca în figura 1*a* și curentul de scurtcircuit trifazat metalic [1] se obține astfel

$$I^{(s.c.)}_{m} = \sum_{r=1}^{R} E_r\, Y_{rm}. \tag{32}$$

Curenții de scurtcircuit în nodurile n se calculează în mod asemănător prin completarea echivalentului final din figura 1 *b* ca în figura 2 *b* și eliminarea nodurilor n în afara celui în care se consideră scurtcircuitul.

b) Calculul curentului $I_{\rho(h)}^{(s.c.,h)}$ se efectuează cu ajutorul admitanțelor matricii nodale reduse la cele două noduri h_1, h_2 adiacente liniei căreia îi este afectat întrerupătorul, admitanțe care pot fi obținute cu ușurință dacă se reține liniile eliminate ale matricii.

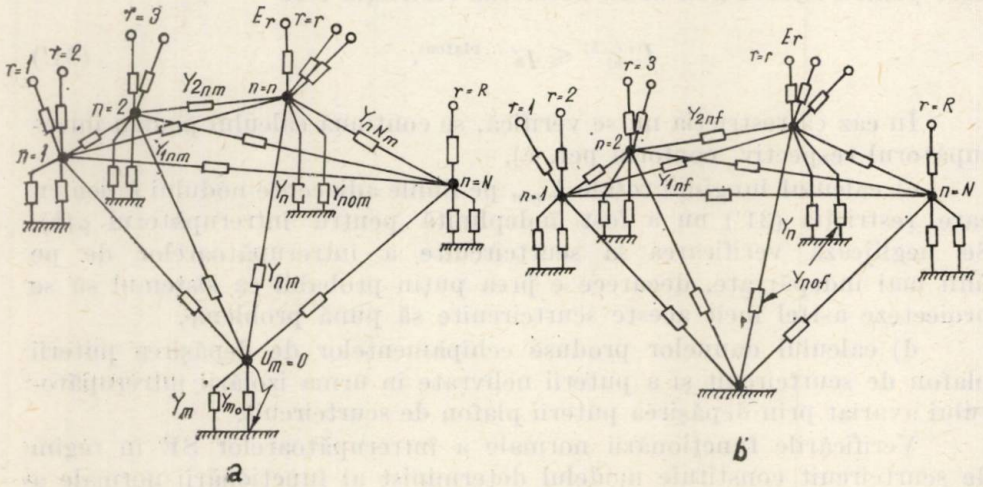


Fig. 2. — Modificarea echivalenților REI față de nodurile consumatoare (*a*) și a echivalentului REI final (*b*) din figura 1 pentru modelarea regimului scurtcircuit.

Curentul de scurtcircuit prin admitanțele Y'_{r,h_1}, Y'_{r,h_2} care leagă nodurile r de nodul h_1, și respectiv h_2, la scurtcircuit în nodul respectiv h_1 sau h_2 este :

$$I_{Y'_{r,h_1}}^{(s.c.,h_1)} = \sum_{r=1}^{R} E_r \cdot Y_{r,h_1}, \tag{33}$$

$$I_{Y'_{r,h_2}}^{(s.c.,h_2)} = \sum_{r=1}^{R} E_r \cdot Y_{r,h_2}. \tag{34}$$

Curentul de scurtcircuit prin linia l (h_1, h_2) la scurtcircuit în nodul h_1, respectiv h_2, este :

$$I_{l(h_1,h_2)}^{(s.c.,h_1)} = I_{h_1}^{(s.c.)} - I_{Y'_{r,h_1}}^{(s.c.,h_1)}, \tag{35}$$

$$I_{l(h_1,h_2)}^{(s.c.,h_2)} = I_{h_2}^{(s.c.)} - I_{Y'_{r,h_2}}^{(s.c.,h_2)}. \tag{36}$$

În restricția (31) la scurtcircuit în nodul y se consideră atît $I^{(s.c.,h)}_{Y'_{r,h}}$ cît și $I^{(s.c.,h)}_{l(h_1,h_2)}$.

c) Calculul lungimii limită λ pe linia l în cazul $I^{(s.c.,h_1)}_1 > I^{(s.c.,\text{plafon})}_{h_1}$ se face în ipoteza „plimbării" scurtcircuitului pe linia $l(h_1, h_2)$ între h_1 și h_2.

Rezultă relația

$$I^{(s.c.\text{ plafon})}_{h_1} = \frac{I^{(s.c.,h_1)}_{l(h_1,h_2)} - I^{(s.c.,h_2)}_{l(h_1,h_2)}}{L(h_1, h_2)} \cdot \lambda^{l(h_1,h_2)}_{\rho(h_1)}, \tag{37}$$

și

$$\lambda^{l(h_1,h_2)}_{\rho(h_1)} = \frac{I^{(s.c.,\text{plafon})}_{h_1} \cdot L(h_1, h_2)}{I^{(s.c.,h_1)}_{l(h_1,h_2)} - I^{(s.c.,h_2)}_{l(h_1,h_2)}}, \tag{38}$$

unde $L(h_1, h_2)$ este lungimea liniei $l(h_1, h_2)$.

Lungimea totală $l_{\rho(h_1)}$ de linii pe care dacă se produce un scurtcircuit trifazat în starea dată a SE se depășește puterea plafon de scurtcircuit a întrerupătorului $\rho(h_1)$ rezultă

$$l_{\rho(h_1)} = \sum_{h_i=1}^{h_i\,\max} \lambda^{1(h_1,h_i)}_{\rho(h_1)}, \tag{39}$$

unde h_i sînt nodurile legate printr-o singură LEA de nodul h_1.

d) Calculul puterii nelivrate se efectuează în mod asemănător cu cazul analog de la punctul 3.1. Puterea nelivrată în cazul refuzului de funcționare a întrerupătoarelor se poate determina în același mod ca mai sus și necesită un model complex de siguranță a unui sistem cu elemente dependente.

3.3. VERIFICAREA FUNCȚIONĂRII NORMALE A SE ÎN PREZENȚA PERTURBAȚIILOR INFINIT MICI

Această verificare se efectuează pentru fiecare bară a centralelor electrice considerate din SE.

Fie, de exemplu, o schemă REI a barei unei centrale electrice cu $r_{\max}$ generatoare și cu sarcina locală S_n (vezi fig. 3) a barei n. Se înlocuiește sarcina S_n, prin liniarizare, cu admitanța $Y_n = \dfrac{Q_n}{U^2_{\text{nom}}}$ și se calculează matricele reduse necesare. Derivata $\dfrac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}U}$ se poate calcula [1], admițînd în această etapă a calculului ipoteza sarcinii constante cu tensiunea și se obține restricția pentru stabilitate statică

$$\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}U} = \sum_{r=1}^{R} \frac{Y_{rn} E_r}{\cos \delta_r} - \left(\sum_{r=1}^{R} Y_{rn} + Y_n \right) U \geqslant 0. \tag{40}$$

Schema REI a barei unei centrale electrice se poate extrage cu ușurință din echivalentul REI final efectuînd modificări asemănătoare cu cele de la punctul 3.2 însă cu alte semnificații:

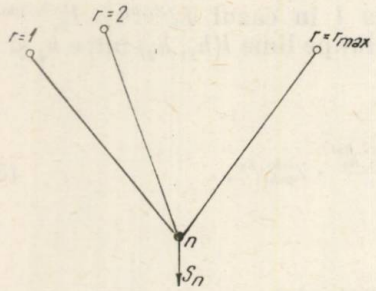


Fig. 3. — Schema REI a barei unei centrale electrice.

— admitanțele Y_{nr} reprezintă admitanțe sincrone, dacă se studiază stabilitatea naturală, sau admitanțe echivalente corespunzător calculate pentru a considera efectul reglajului automat de tensiune [1];

— tensiunile E_r sînt corespunzătoare admitanțelor considerate ale generatoarelor.

Procedînd ca la punctul 3.2 se obține echivalentul REI, conform figurii 2 *b*, apoi echivalentul REI raportat la un nod n (bară de centrală) la care se verifică stabilitatea statică (conform fig. 1 *a*). Din acest echivalent REI se extrage schema REI corespunzătoare, ca în figura 3.

3.4. SCHEMA BLOC DE CALCUL

Schema bloc de calcul a siguranței SE în regim staționar, regim de scurtcircuit și din punctul de vedere al stabilității statice este prezentată în figura 4.

S-au făcut următoarele notații:

$j_0 = 1, 2, \ldots, n$ stări ale sarcinii SE (paliere ale curbei de sarcină a SE);

$j_1 = 0, 1, \ldots, \left(R + \frac{R(R-1)}{2}\right)$ stări ale comutației celor R generatoare din SE;

$j_2 = 0, 1, \ldots, \left(L + \frac{L(L-1)}{2}\right)$ stări ale comutației celor L linii ale SE.

Așadar indicii j_1, j_2 reprezintă stările comutației SE considerînd ieșirea din funcțiune simultană a cel mult două linii și două generatoare din SE.

Aspectele calculelor siguranței prezente în schema bloc au fost prezentate în paragraful 2 și 3.

În continuare se prezintă modul de calcul al indicilor de siguranță:

a) indicii de siguranță în regim staționar de funcționare:

— probabilitatea de respectare în fiecare moment a restricțiilor (5)—(12)

$$R_m(j_0, (x^{(SE)} = 1)) = \sum_{j_1} \sum_{j_2} p_{j_1, j_2} \cdot a_m^{(j_0, j_1, j_2)} \quad (m = 1, 2, \ldots, M); \quad (41)$$

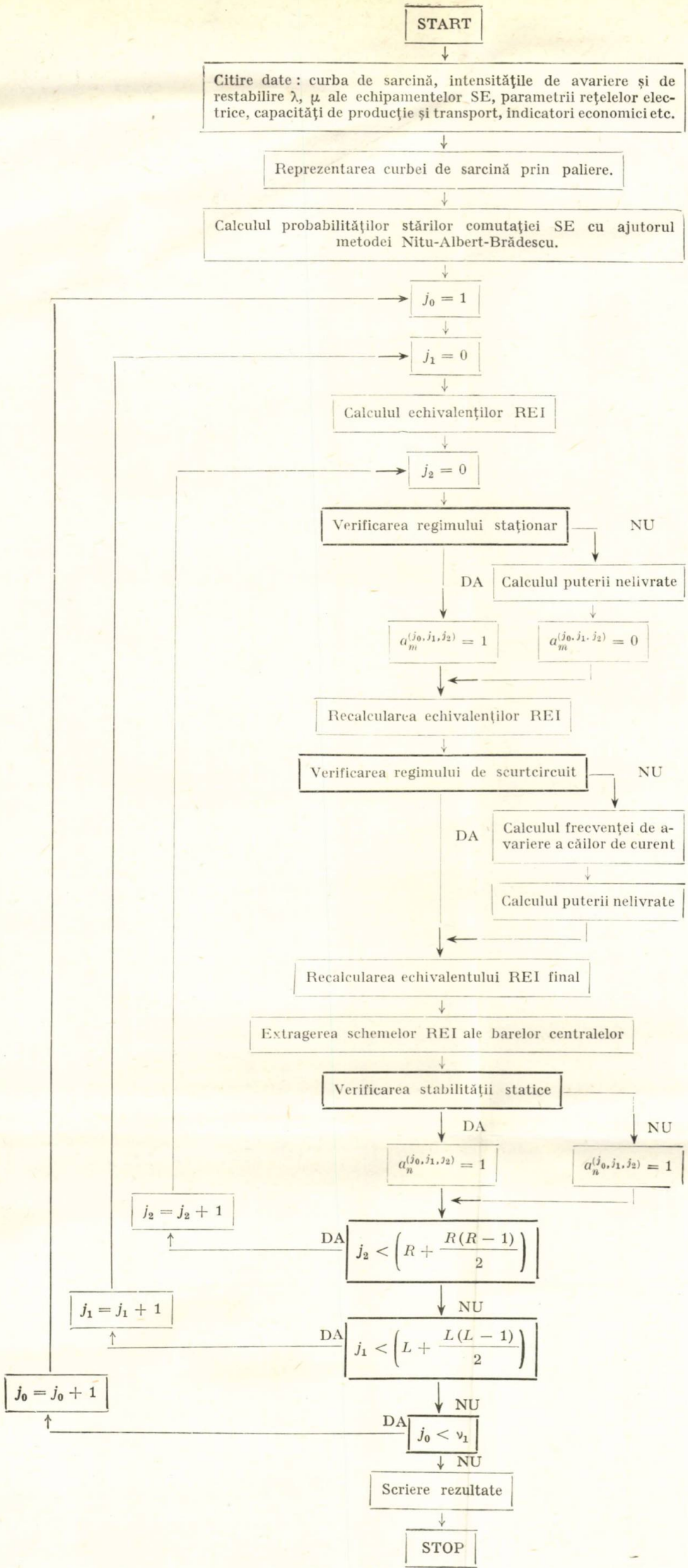


Fig. 4. — Schema bloc a calculului siguranţei funcţionării SE în regim staţionar, regim de scurtcircuit şi din punctul de vedere al stabilităţii statice.

— energia suplimentară minimă necesară pentru respectarea restricțiilor (24)—(29)

$$E^{(n)}(x^{(SE)}=1)=\sum_{j_0} t_{j_0} \sum_{j_2}\sum_{j_1} p_{j_1,j_2}\cdot N^{(j_0,j_1,j_2)} \quad [\text{kWh/an}], \tag{42}$$

unde este p_{j_1,j_2} reprezintă probabilitatea stării j_1, j_2 a comutației SE;

— $N^{(j_0,j_1,j_2)}$ reprezintă puterea suplimentară minimă necesară în starea j_0, j_1, j_2 a SE pentru realizarea respectării restricțiilor (24)—(29), calculată cu relația (30).

b) indicii de siguranță în regim de scurtcircuit:

— numărul mediu de echipamente de fiecare tip K, din nodul h, pentru durata palierului j_0, avariate ca urmare a depășirii puterii plafon de scurtcircuit a căilor de curent $\rho(h)$, adiacente nodului h

$$F_h^{(K)}(j_0,(x^{(SE)}=2))=\frac{1}{t_{j_0}}\sum_{j_1,}\sum_{j_2,}\sum_{\rho(h)} p_{j_1,j_2}\cdot f^{(K)}_{j_1,j_2,\rho(h)}(j_0|(x^{(SE)}=2)); \tag{43}$$

— energia medie totală nelivrată

$$E^{(n)}(x^{(SE)}=2)=\sum_{j_0} t_{j_0}\sum_{j_2}\sum_{j_1} p_{j_1,j_2}\cdot M^{(j_0,j_1,j_2)}, \tag{44}$$

unde $f_{j_1,j_2,\rho(h)}(j_0|(x^{(SE)}=2))$ reprezintă numărul mediu de echipamente de tip K, avariate ca urmare a depășirii puterii plafon de scurtcircuit a căii de curent $\rho(h)$ în starea j_1, j_2;

$M^{(j_0,j_1,j_2)}$ reprezintă energia medie nelivrată ca urmare a depășirii puterii plafon de scurtcircuit în starea j_0, j_1, j_2.

Stabilirea funcției $f_{j_1,j_2,\rho(h)}(j_0|(x^{(SE)}=2))$ pentru cazul avariei unui întrerupător $\rho(h)$ din nodul h, fără alte consecințe, cuprinde următoarele etape:

— determinarea numărului de scurtcircuite pe durata palierului j_0 cunoscînd $n^{(s.c.)}(t)$, (numărul de scurtcircuite în rețeaua electrică pe unitatea de timp la momentul t) reprezentat aici prin valoarea medie momentană

$$\bar{n}^{(s.c.)}(j_0)=\sum_{t\in t_{j_0}} n^{(s.c.)}(t). \tag{45}$$

În general funcția aleatoare $n^{(s.c.)}(t)$ are o variație anuală datorită mai ales supratensiunilor atmosferice, însă se poate considera că reprezentarea prin palierele j_0 a sarcinii SE e satisfăcătoare și pentru $n^{(s.c.)}(t)$ și deci pentru un palier j_0 se poate înlocui $n^{(s.c.)}(t)$ pentru $t\in t_{j_0}$ prin $\bar{n}^{(s.c.)}(j_0)$;

— calculul numărului mediu (pe durata palierului j_0) de avarii ale întrerupătorului $\rho(h)$ în starea $j_0, j_1 j_2$ a SE (frecvența absolută) se poate calcula cu

$$f_{j_1,j_2,\rho(h)}(j_0|(x^{(SE)}=2))=\frac{l^{(j_0,j_1,j_2)}_{\rho(h)}}{L}\cdot\bar{n}^{(s.c.)}(j_0)\cdot p(\rho(h)|(I^{(s.c.,j_0,j_1,j_2)}_{\rho(h)}\geqslant I_h^{(s.c.,\text{ plafon})})), \tag{46}$$

unde

$x^{(SE)} = 2$ reprezintă evenimentul ca să fie regim de scurtcircuit în SE;

$l_{\rho(h)}^{(j_0, j_1, j_2)}$ se calculează cu (39);

L reprezintă lungimea totală a rețelei electrice considerată în calculul de siguranță (suma lungimilor tuturor LEA puse cap la cap);

$\bar{n}^{(s.c.)}(j_0)$ se calculează cu (45);

$p(\rho(h) \mid (I_{\rho(h)}^{(s.c.,j_0,j_1,j_2)} \geqslant I_h^{(s.c.,\text{plafon})})$ reprezintă probabilitatea condiționată ca întrerupătorul $\rho(h)$ să se avarieze cînd s-a depășit $P^{(s.c.,\text{plafon})}$; se poate considera, într-o primă aproximație, că această probabilitate este egală cu 1 indiferent de amploarea violării restricției (31).

La stabilirea expresiei (46) s-a făcut ipoteza echiprobabilității apariției scurtcircuitelor pe lungimea L.

6. CONCLUZII

4.1. Procedeul propus pentru calculul siguranței SE cu ajutorul echivalenților și a schemelor REI, în urma unei verificări corespunzătoare, se poate utiliza la introducerea indicilor de siguranță atît în deciziile de planificare a dezvoltării SE cît și în deciziile de planificare a exploatării și de conducere operativă prin dispecer a SE;

4.2. Calculul indicilor siguranței SE cu ajutorul echivalenților și al schemelor REI se poate efectua în cadrul unui procedeu de calcul integrat (vezi fig. 4) care permite determinarea simultană a indicilor de siguranță pentru regim staționar, regim de scurtcircuit și din punctul de vedere al stabilității statice.

4.3. Utilizarea echivalenților și a schemelor REI în calculele de siguranță a funcționării SE prezintă următoarele caracteristici principale:

— verificarea restricțiilor de funcționare normală în regim staționar se efectuează cu ajutorul unor inecuații cu mai puține variabile decît în cazul calculelor cu alte modele (vezi pct. 3.1);

— se efectuează calcule de reducere a matricilor de admitanțe nodale ale SE pentru $1 + L + \frac{L(L-1)}{2}$ stări ale comutației SE, iar echivalenții REI obținuți se refolosesc pentru toate stările considerate $1 + R + \frac{R(R-1)}{2}$ ale comutației generatoarelor SE (vezi fig. 4);

— echivalenții REI determinați pentru verificarea regimurilor staționare se pot refolosi, cu modificări simple, la verificarea regimurilor de scurtcircuit și a stabilității statice, ceea ce reduce substanțial timpul total de calcul (vezi pct. 3.2 și 3.3. și fig. 4).

4.4. Transformarea acestui procedeu într-un program de calcul pe calculator numeric necesită un calculator numeric cu viteză și memorie mare și poate impune simplificări suplimentare ale relațiilor de calcul.

BIBLIOGRAFIE

1. P. Dimo, *Analiza nodală a sistemelor electroenergetice*, Edit. Academiei, 1968.
2. J. Augé J. Bardey, J. Berougnoux, J. de Calbiac, J. Delpech, J. Pouget, *Risque de défaillance et planification des réseaux a très haute tension*, CIGRE, 1972, rap. 32—21.
3. L. Paris, F. Reggiani, M. Valtorta, *Etude de la securité d'un reseau a très haute tension en fonction de sa structure et des caracteristiques de ses composants*, CIGRE, 1972, rap. 31—14.
4. A. D. Patton, *Short Term Reliability Calculation*, Transactions on PAS., 4, 509—513, 1970.
5. V. I. Nitu, H. Albert, M. Brădescu, *O nouă metodă de calcul a siguranței funcționării schemelor electrice*, Energetica, 12, 573—584 (1965).
6. P. Dimo (coordonare) G. Manolescu, I. Iordănescu, A. Cristovici, L. Groza, S. Ionescu, B. Ungureanu, H. Albert, Gh. Moraite, N. Chirculescu, *Calculul și proiectarea sistemelor electroenergetice*, Edit. tehnică, București, 1971.
7. P. Dimo, *L'analyse nodale des reseaux d'energie*, Ed. Eyrolles, Paris, 1971.
8. P. Dimo, S. Ionescu, M. Staadecker, *Determinarea schemelor REI prin metoda eliminărilor multiple*, Energetica, 12, 550—555, (1967).
9. M. Dragomirescu, M. Maliță, *Programare neliniară*, Edit. Științifică, București, 1972.
10. C. Bogdan, M. Staadecker, *Aspecte legate de utilizarea metodei eliminărilor multiple și a metodei eliminărilor ordonate în calculul echivalenților REI*, Energetica, *4* (1972).

DETERMINAREA NUMĂRULUI DE CVADRIPOLI NECESAR PENTRU REALIZAREA UNEI LINII ELECTRICE PE MODELUL DE REGIMURI TRANZITORII

N. GOLOVANOV, CARMEN GOLOVANOV

621.315.051

În cadrul lucrării sînt analizate probleme legate de realizarea pe modelul de regimuri tranzitorii a liniilor electrice monofazate. În acest sens, pe baza comparației răspunsului la treaptă unitate de tensiune al liniei reale și al modelului corespunzător, sînt scoase în evidență erorile care apar. Calculele efectuate au permis obținerea unor nomograme care fac posibilă deducerea numărului minim de cvadripoli necesar modelării, în ipoteza în care oscilația de ordin k este de dorit a fi regăsită în răspunsul modelului cu o eroare de amplitudine și de frecvență maxim admisibile.

Pentru cazul concret al modelării unei linii relațiile deduse permit stabilirea erorilor de modelare pentru fiecare dintre oscilațiile componente ale fenomenului.

1. INTRODUCERE

Determinarea supratensiunilor de comutație în rețelele de înaltă tensiune devine cu atît mai necesară cu cît tensiunea de transport este mai mare și cu cît linia este mai lungă. Cunoașterea acestor supratensiuni ca formă, amplitudine și probabilitate de apariție, prin încercări directe în sistem, este posibilă doar într-un număr foarte limitat de cazuri, fie deoarece pe aceste linii datorită importanței lor, nu pot fi admise în general întreruperi de durată în scopul unui studiu complet, fie pentru că acestea se află doar în faza de proiectare sau fiindcă prin efectuarea încercărilor pot apare solicitări care să conducă la avarii însemnate. De remarcat însă că aceste încercări, în cazul efectuării unor măsurători corecte și raționale, prezintă rezultate de necontestat, fără aproximările și neglijările care apar necesare în metodele indirecte de studiu, luînd în considerație și influența elementelor neliniare precum și variația lor cu tensiunea (efectul corona, saturația miezului transformatoarelor etc.). Este deci absolut necesar să fie efectuate încercări directe în sistem pentru a stabili veridicitatea rezultatelor obținute prin metodele indirecte precum și pentru a verifica direct modul de comportare a izolației și a aparatajului la solicitările reale din sistem.

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 2, p. 357—374, 1974

Încercările directe trebuie să fie completate cu date obținute prin metode indirecte chiar pentru linia supusă probelor, avînd în vedere că în cadrul experimentărilor pe linie, nu pot fi studiate decît un număr redus de cazuri, fără a se putea obține astfel totalitatea informațiilor necesare.

2. UTILIZAREA MODELULUI DE REGIMURI TRANZITORII ÎN STUDIUL SUPRATENSIUNILOR

Metodele indirecte și-au găsit o largă utilizare în studiul supratensiunilor care apar în sistem. Ele prezintă însă dezavantajul principal că în general în calcule sînt introduse mărimi care nu sînt cunoscute cu o precizie corespunzătoare și apoi, pentru a fi posibilă efectuarea operațiilor matematice, se fac, față de cazul real unele aproximări sau neglijări.

Studiul supratensiunilor de comutație pe baza modelării matematice a elementelor sistemului și utilizării calculatoarelor cifrice pentru rezolvarea numerică a ecuațiilor care descriu fenomenul, prezintă avantajul esențial al preciziei și al timpului foarte scurt de efectuare a calculelor. Deoarece însă în cazul utilizării calculatoarelor cifrice, relațiile matematice inițiale necesită o transcriere într-un alt limbaj, calculele efectuate devin complet abstracte, nu permit o urmărire a fenomenului fizic iar rezultatele obținute nu dau posibilitatea studierii influenței diferiților parametri.

Studiile efectuate pe modele de regimuri tranzitorii, în cazul unei reprezentări corecte a elementelor sistemului, pot permite obținerea unor rezultate utile și suficient de exacte (1—2 % eroare) [1] fiind posibilă și urmărirea fenomenului fizic, a influenței diferiților parametri asupra valorii, duratei și probabilității de apariție a supratensiunilor. De remarcat că în aprecierea exactității de redare a fenomenelor care au loc pe linie, atît în cazul utilizării unui model de rețea cît și în cazul folosirii unui calculator cifric, o deosebită importanță o are atît corecta reprezentare a elementelor de modelat (modelate în general cu o eroare nu mai mare de 2 % [2]) cît și cunoașterea comportării elementelor liniei în tot domeniul de frecvență al supratensiunilor de comutație. Deși mărimile ce caracterizează sistemul energetic sînt în general cunoscute cu o suficientă precizie pentru frecvența de 50 Hz, variația cu frecvența a acestor parametri este de cele mai multe ori insuficient cunoscută sau este determinată cu o precizie insuficientă. În calcule se operează în mod uzual cu valori medii care însă, în cazurile practice pot fi destul de eronate.

Avantajul principal al utilizării modelului de regimuri tranzitorii față de calculatorul numeric constă în faptul că permite stabilirea imediată, fără dificultăți a influenței diferitelor imprecizii de măsurare în rețeaua reală sau a inexactității cunoașterii unor detalii ale rețelei asupra rezultatelor finale. Se poate stabili în ce măsură datele introduse în calcul necesită o determinare mai exactă precum și care este precizia cu care trebuie să fie făcute măsurătorile inițiale [3]. Prin introducerea pe model a unor elemente idealizate, este posibilă decuplarea influenței anumitor parametri și deci se permite studiul dependenței supratensiunilor numai de ceilalți parametri [4].

Datorită posibilităţilor indicate mai sus, modelul de regimuri tranzitorii este un important auxiliar în studiul fenomenelor de comutaţie în sistem.

Pentru a se asigura o reproducere cu o suficientă exactitate pe model a fenomenelor reale, în afara cunoaşterii cu o precizie corespunzătoare a mărimilor sistemului, este necesară şi modelarea corectă a diferitelor elemente ale acestuia. În cele ce urmează sînt analizate cîteva probleme legate de reprezentarea unei linii electrice aeriene pe modelul de regimuri tranzitorii. Avînd în vedere că este posibilă decuplarea fazelor liniilor multifilare utilizînd metoda componentelor modale, este suficient în principiu, studiul posibilităţilor de reprezentare a liniilor monofazate.

Analiza posibilităţilor de modelare a liniei impune studiul criteriilor de similitudine pentru linia reală şi modelul ei.

Fiind cunoscute ecuaţiile liniilor electrice lungi, în cazul unui regim armonic permanent

$$-\frac{d}{dx}\begin{bmatrix}\underline{U}\\ \underline{I}\end{bmatrix}=\left[\begin{array}{c|c}\underline{Z} & 0\\ \hline 0 & \underline{Y}\end{array}\right]\begin{bmatrix}\underline{I}\\ \underline{U}\end{bmatrix}, \tag{1}$$

în care

$$\underline{Z} = R_0 + j\omega L_0.$$
$$\underline{Y} = j\omega C_0. \tag{2}$$

considerînd că în studiul supratensiunilor interne pierderile transversale pot fi neglijate, în baza celei de a doua teoreme a similitudinii [5], rezultă criteriile de similitudine care pot fi scrise sub forma :

$$\pi_1 = \frac{U}{R_0 I x},$$
$$\pi_2 = \frac{\omega L_0}{R_0}, \tag{3}$$
$$\pi_3 = \frac{1}{R_0 \omega C_0 x^2}.$$

Dintre cele trei criterii de similitudine, în baza celei de a doua teoreme a similitudinii, doar două sînt independente. Dacă se scriu cele două criterii de similitudine independente sub forma :

$$\pi_1 = \frac{U}{R_0 I x},$$
$$\pi_2' = \frac{\pi_3}{\pi_2} = \frac{1}{L_0 C_0 \omega^2 x^2}, \tag{4}$$

din criteriile de similitudine (4) rezultă următoarele relaţii între scările de modelare :

$$1 = \frac{m_U}{m_R m_I m_x}, \qquad \sqrt{m_L m_C} = \frac{1}{m_x m_\omega}. \tag{5}$$

Expresia $\sqrt{m_L m_C}$ din cea de a doua relaţie (5), în cazul unei modelări geometrice a liniei cu conductoare cu parametri uniform distribuiţi, are o valoare practic unitară. Într-adevăr schimbarea valorii acestei expresii, în cazul modelării geometrice a liniei, ar impune modificarea proprietăţilor fizice ale mediului ambiant şi al materialelor. Posibilităţile practice de realizare a acestor modificări fiind limitate, modelarea va trebui să respecte condiţia de mai sus şi deci prodsul $m_\omega m_x$ trebuie să rămînă practic unitar. Studiul în laborator pe modelul geometric al liniei, impune reducerea lungimii acestuia pînă la cel mult cîţiva zeci de metri şi în mod corespunzător ridicarea frecvenţei semnalului transmis.

Supratensiunile interne prezentînd un spectru larg de frecvenţe, realizarea modelului geometric al liniei pentru frecvenţe înalte (de ordinul sutelor de kHz) întîmpină dificultăţi legate de îndeplinirea primului dintre criteriile (5). Avînd în vedere şi dificultăţile de realizare, la frecvenţe înalte, a celorlalte elemente ale modelului, nu se recomandă modificarea frecvenţelor ca mijloc de modelare. Introducerea în laborator a unor modele avînd scara de modelare a lungimilor unitară nefiind posibilă, se deduce faptul că modelul geometric al liniei nu poate fi utilizat ca un instrument de studiu al supratensiunilor de comutaţie. În acest scop au fost elaborate modele cu parametri concentraţi, la care spaţiul din jurul liniei şi procesele care au loc în acesta nu se modelează şi în consecinţă noţiunea de viteză de propagare pe modelul de linie nu are sens fizic (unda aplicată la începutul modelului de linie ajungînd la sfîrşitul liniei practic instantaneu). Se poate stabili însă o corespondenţă între noţiunea de propagare pe linia reală şi noţiunea de deformare a semnalului pe modelul de linie.

Reprezentarea liniei pe modelul de regimuri tranzitorii printr-un lanţ de n cvadripoli, face ca procesele din linie să nu fie identice cu procesele de pe model. Stabilirea erorilor de modelare şi a numărului minim de cvadripoli necesar pentru modelarea liniei în condiţii de eroare admisă, depinde de parametrii cei mai importanţi din punctul de vedere al studiului şi care urmează a fi reprezentaţi pe model cu o eroare inferioară unei valori impuse. În acest sens, în cazul în care modelul urmează a fi utilizat pentru studiul supratensiunilor atmosferice, parametrii impuşi a fi modelaţi cu o precizie dată sînt cei care sînt determinanţi în studiul fenomenelor de propagare (impedanţa caracteristică, viteza de propagare) iar în cazul în care se studiază fenomene tranzitorii datorate unor comutaţii în sistem se impune condiţia de realizare pe model a spectrului de armonici al procesului, apropiat de cel corespunzător liniei reale.

O analiză amănunţită a problemei determinării numărului de cvadripoli pe baza analizei fenomenelor de transmitere a semnalelor pe modelul

de linie, a fost efectuată de colectivul de cercetători români condus de prof. I. S. Antoniu [6] — [9].

Impunînd modelarea cu o anumită precizie a parametrilor sistemului (unghiul liniei, impedanța caracteristică etc.) pot fi stabilite de asemenea criterii practice de determinare a numărului minim de cvadripoli [10], [11].

Pentru aprecierea erorilor de modelare în reprezentarea liniei în cele ce urmează se compară răspunsul la treaptă unitate de tensiune, al liniei reale și al modelului de linie realizat prin legarea în lanț a n cvadripoli π. Datele de calcul permit stabilirea numărului de cvadripoli în funcție de eroarea de reprezentare admisă inițial.

3. STABILIREA RĂSPUNSULUI LA TREAPTĂ UNITATE A UNUI LANȚ DE CVADRIPOLI π

Să considerăm o linie electrică reprezentată prin lanțul de cvadripoli din figura 1 în care mărimile u_i și i_i sînt funcții discrete relativ la parametrul i și funcții continui relativ la parametrul t. În domeniul imaginar al timpului putem deci scrie:

$$\begin{aligned} U_i &= U_i(i, p), \\ I_i &= I_i(i, p), \\ Z_1 &= Z_1(p), \\ Z_2 &= Z_2(p). \end{aligned} \tag{6}$$

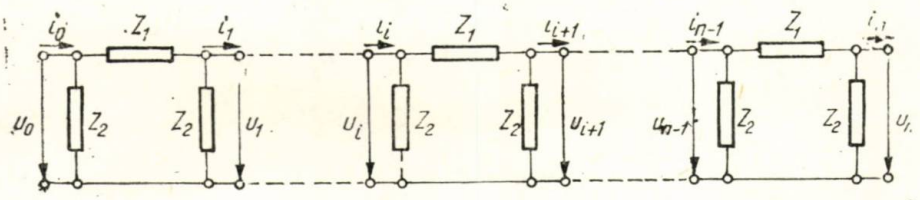


Fig. 1.—Lanțul de cvadripoli care modelează linia.

Pentru cvadripolul de ordinul $i + 1$ se poate scrie

$$U_i = U_{i+1}\left(1 + \frac{Z_1}{Z_2}\right) + Z_1 I_{i+1}, \tag{7}$$

unde

$$I_{i+1} = \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}\right) U_{i+1} - \frac{1}{Z_1} U_{i+2}. \tag{8}$$

Din cele două relații (7) și (8) se deduce

$$U_{i+2} - 2\left(1 + \frac{Z_1}{Z_2}\right)U_{i+1} + U_i = 0. \tag{9}$$

Expresiile (9) și (8) permit deducerea următoarelor relații între mărimile de intrare și mărimile de ieșire ale lanțului de cvadripoli [12], [13] (în anexa 1 pentru deducerea acestor relații este utilizată transformata Z) :

$$\begin{aligned} U[i] &= U[0]\operatorname{ch} g\, i - ZI[0]\operatorname{sh} g\, i, \\ I[i] &= -\frac{1}{Z}\, U[0]\operatorname{sh} g\, i + I[0]\operatorname{ch} g\, i, \end{aligned} \tag{10}$$

sau

$$\begin{aligned} U[i] &= U[n]\operatorname{ch}[n-i]g + ZI[n]\operatorname{sh}(n-i)g, \\ I[i] &= \frac{1}{Z}\, U[n]\operatorname{sh}(n-i)g + I[n]\operatorname{ch}(n-i)g, \end{aligned} \tag{11}$$

unde parantezele drepte indică faptul că este vorba despre funcții discrete, iar

$$Z = \frac{Z_1}{\operatorname{sh} g} = \sqrt{\frac{Z_1}{\dfrac{2}{Z_2} + \dfrac{Z_1}{Z_2^2}}}, \tag{12}$$

cu

$$\operatorname{ch} g = 1 + \frac{Z_1}{Z_2}. \tag{13}$$

În cazul lanțului de cvadripoli funcționînd în gol ($I[n] = 0$) din relațiile (11) rezultă :

$$\begin{aligned} U[i] &= \frac{\operatorname{ch}(n-i)g}{\operatorname{ch} ng}\, U[0], \\ I[i] &= \frac{\operatorname{sh}(n-i)g}{Z\operatorname{ch} ng}\, U[0]. \end{aligned} \tag{14}$$

Dacă la intrarea lanțului de cvadripoli care modelează linia, se aplică o treaptă unitate de tensiune, în domeniul real al timpului se obține (anexa 2)

$$u_i(t) = 1 - \frac{1}{n} \sum_k \frac{2 \sin (2k-1) \frac{\pi}{2} \frac{i}{n} \sin (2k-1) \frac{\pi}{2n}}{\omega_k LC \sqrt{\alpha_k^2 + \omega_k^2}} \times$$

$$\times \cos \left(\omega_k t - \operatorname{arc\,tg} \frac{\alpha_k}{\omega_k} \right) e^{-\alpha_k t}, \tag{15}$$

unde

$$\omega_k = \frac{1}{2LC} \sqrt{16\, LC \sin^2 \frac{2k-1}{4} \frac{\pi}{n} - R^2 C^2}, \qquad \alpha_k = \frac{R}{2L}, \tag{16}$$

iar mărimile R, L și C reprezintă valorile rezistenței, inductanței respectiv a capacității fiecărui cvadripol $\left(Z_1 = R + pL,\ Z_2 = \frac{2}{pC} \right)$.

Pentru cazul idealizat al unui lanț de cuadripoli fără atenuări ($\alpha_k = 0$), prin particularizarea relației (15) se obține relația cunoscută [16]

$$u_i(t) = 1 - \frac{1}{n} \sum_k \sin 2i\theta_k \operatorname{ctg} \theta_k \cos \omega_k t, \tag{17}$$

cu

$$\theta_k = (2k-1) \frac{\pi}{4n}.$$

În cazul unei linii cu parametri uniform distribuiți, plecînd de la ecuațiile de propagare scrise pentru linia în condiții inițiale nule și neglijînd pierderile active transversale, în ipoteza liniei funcționînd în gol, se obțin relațiile cunoscute :

$$U_x = U_0 \frac{\operatorname{ch} \gamma (l-x)}{\operatorname{ch} \gamma l}, \qquad I_x = \frac{U_0}{Z_c} \frac{\operatorname{sh} \gamma (l-x)}{\operatorname{ch} \gamma l}, \tag{18}$$

unde

$$\gamma = \sqrt{(R_0 + pL_0) pC_0}, \qquad Z_c = \sqrt{\frac{R_0 + pL_0}{pC_0}}. \tag{19}$$

Mărimile L_0, R_0 și C_0 se raportează la unitatea de lungime.

Dacă la intrarea liniei se aplică o tensiune treaptă unitate, în domeniul real al timpului, rezultă

$$u_x(t) = 1 - \frac{1}{l} \sum_k \frac{2(2k-1)\frac{\pi}{2l} \sin(2k-1)\frac{x}{l}\frac{\pi}{2}}{L_0 C_0 \omega_{k0} \sqrt{\alpha_{k0}^2 + \omega_{k0}^2}} \cos(\omega_{k0} t + \varphi_{k0}) e^{-\alpha_{k0} t}, \tag{20}$$

unde

$$\omega_{k0} = \frac{1}{2L_0C_0} \sqrt{16\left(\frac{2k-1}{4}\right)^2 \frac{\pi^2}{l^2} L_0 C_0 - R_0^2 C_0^2}, \tag{21}$$

$$\alpha_{k0} = \frac{R_0}{2L_0}, \qquad \varphi_{k0} = -\operatorname{arc\,tg} \frac{\alpha_{k0}}{\omega_{k0}}.$$

Se observă faptul că expresia (20) poate fi scrisă și sub forma :

$$u_x(t) = 1 - \sum_k A_{k0} \cos(\omega_{k0} t + \varphi_{k0}) e^{-\alpha_{k0} t}, \tag{22}$$

unde se pune în evidență oscilația de ordin k prin pulsația, amplitudinea, defazajul și atenuarea sa.

În tabela de mai jos sînt prezentate comparativ rezultatele calculelor efectuate mai sus.

Tabela 1

Mărimi care caracterizează oscilația de ordin k

Expresia tensiunii	$u_i(t) = 1 - \sum_k A_k \cos(\omega_k t + \varphi_k) e^{-\alpha_k t}$ $u_x(t) = 1 - \sum_k A_{k0} \cos(\omega_{k0} t + \varphi_{k0}) e^{-\alpha_{k0} t}$
Amplitudinea oscilației	$A_k = \frac{1}{n} \frac{2\sin(2k-1)\frac{\pi}{2}\frac{i}{n} \sin(2k-1)\frac{\pi}{2n}}{\omega_k LC \sqrt{\alpha_k^2 + \omega_k^2}}$ $A_{k0} = \frac{1}{l} \frac{2\sin(2k-1)\frac{x}{l}\frac{\pi}{2}(2k-1)\frac{\pi}{2l}}{\omega_{k0} L_0 C_0 \sqrt{\alpha_{k0}^2 + \omega_{k0}^2}}$
Pulsația oscilației	$\omega_k = \frac{1}{2LC} \sqrt{16\,LC \sin^2 \frac{2k-1}{4}\frac{\pi}{n} - R^2C^2}$ $\omega_{k0} = \frac{1}{2L_0C_0} \sqrt{16 L_0 C_0 \left(\frac{2k-1}{4}\frac{\pi}{l}\right)^2 - R_0^2 C_0^2}$
Atenuarea oscilației	$\alpha_k = \frac{R}{2L}$; $\qquad \alpha_{k0} = \frac{R_0}{2L_0}$
Defazajul oscilației	$\varphi_k = -\operatorname{arc\,tg} \frac{\alpha_k}{\omega_k}$; $\qquad \varphi_{k0} = -\operatorname{arc\,tg} \frac{\alpha_{k0}}{\omega_{k0}}$

Din tabela de mai sus, considerînd că s-a adoptat :

$$lC_0 = nC,$$

$$lL_0 = nL, \tag{23}$$

$$lR_0 = nR,$$

rezultă că modelarea este cu atît mai exată cu cît termenul

$$\frac{1}{l\sqrt{L_0C_0}}\,\frac{2k-1}{4}\,\pi, \tag{24}$$

este mai apropiat de termenul

$$\frac{1}{\sqrt{LC}}\sin\frac{2k-1}{4n}\,\pi. \tag{25}$$

În studiul erorilor de modelare apare deci necesar a cunoaşte modul de variaţie cu diverşi parametri al expresiei

$$\nu = \frac{\sin(2k-1)\dfrac{\pi}{4n}}{(2k-1)\dfrac{\pi}{4n}}. \tag{26}$$

Expresia (26) este de forma $\dfrac{\sin x}{x}$ a cărei valoare pentru x tinzînd spre zero, tinde la unitate. Rezultă deci că pentru k foarte mic sau pentru n foarte mare se obţine o bună corespondenţă între reprezentarea liniei prin elemente concentrate sub formă de lanţ de cvadripoli şi prin elemente uniform distribuite.

În figura 2 este redată valoarea numerică a expresiei (26) pentru un lanţ compus din 1—19 cvadripoli pentru armonici pînă la ordinul 10. Impunînd valoarea admisă pentru expresia (26) corespunzătoare oscilaţiei de ordin dat, din figura 2 se deduce numărul minim de cvadripoli ce urmează a fi folosit la modelarea liniei.

Eroarea de modelare a amplitudinii oscilaţiei de ordin k rezultă

$$\varepsilon_{A_k} = \frac{A_k - A_{k0}}{A_{k0}} = \xi\,\frac{\omega_{k0}}{\omega_k}\sqrt{\frac{\alpha_{k0}^2+\omega_{k0}^2}{\alpha_k^2+\omega_k^2}} - 1, \tag{27}$$

unde s-a notat

$$\xi = \frac{\sin\dfrac{2k-1}{2}\dfrac{\pi}{n}}{\dfrac{2k-1}{2}\dfrac{\pi}{n}}. \tag{28}$$

Eroarea de realizare a pulsației de ordin k rezultă

$$\varepsilon_{\omega_k} = \frac{\omega_k - \omega_{k0}}{\omega_{k0}} = \sqrt{\frac{\frac{16L}{R^2C}\sin^2\frac{2k-1}{4}\frac{\pi}{n} - 1}{\frac{16L_0}{R_0^2C_0}\left(\frac{2k-1}{4}\frac{\pi}{l}\right)^2 - 1}} - 1. \tag{29}$$

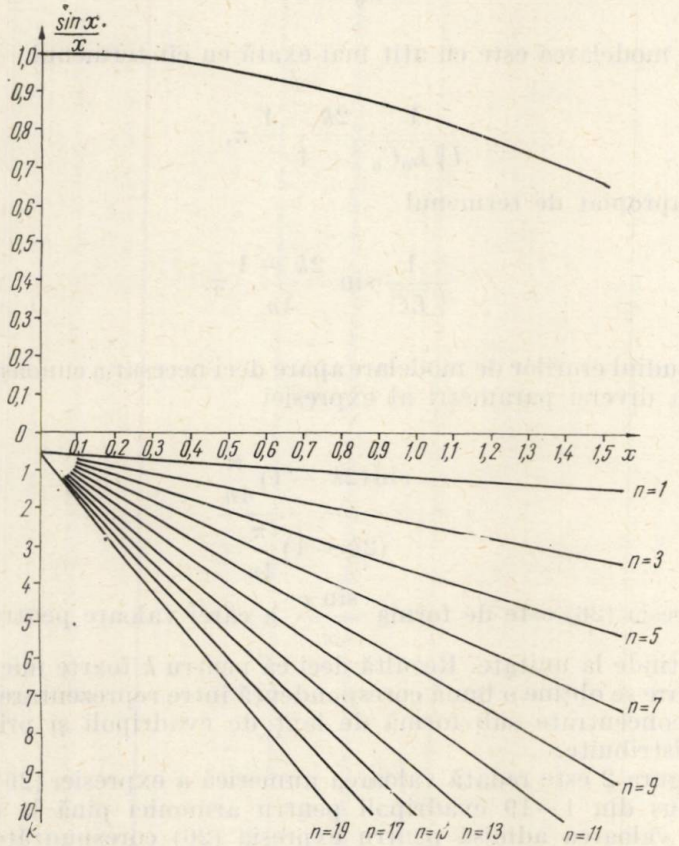


Fig. 2. — Studiul erorilor unui lanț de cvadripoli.

Dacă se ține cont că

$$\omega_k = \omega_{k0}(1 + \varepsilon_{\omega_k}), \tag{30}$$

relația (27) poate fi scrisă sub forma

$$\varepsilon_{A_k} = \xi \frac{1}{1 + \varepsilon_{\omega_k}} \sqrt{\frac{1 + \frac{\alpha_k^2}{\omega_{k0}^2}}{(1 + \varepsilon_{\omega_k})^2 + \frac{\alpha_k^2}{\omega_{k0}^2}}} - 1. \tag{31}$$

În relația (31) s-a avut în vedere că datorită condițiilor (23) rezultă $\alpha_k = \alpha_{k0}$.

Dacă se neglijează atenuările liniei ($\alpha_k = 0$), prin particularizarea relației (31) se ajunge la relația cunoscută în literatura de specialitate [17].

Relația (29) poate fi scrisă și sub forma următoare în care sînt puși în evidență numai parametrii liniei reale

$$\varepsilon_{\vartheta} = \sqrt{\frac{\nu^2 - \dfrac{R_0^2 C_0}{16 L_0 \left(\dfrac{2k-1}{4}\dfrac{\pi}{l}\right)^2}}{1 - \dfrac{R_0^2 C_0}{16 L_0 \left(\dfrac{2k-1}{4}\dfrac{\pi}{l}\right)^2}}} - 1 \tag{32}$$

Relațiile (31) și (32) permit determinarea numărului de cvadripoli necesari pentru modelarea liniei, în condiții de eroare impusă. Într-adevăr, fiind cunoscuți parametrii de sistem (R_0, L_0, C_0) ai liniei de modelat, lungimea liniei precum și ordinul k al armonicii pentru care abaterea maximă a pulsației să fie ε_{ω_k}, din relația (32) se determină valoarea factorului ν. Din relația (26) sau din figura 2 se stabilește numărul necesar de cvadripoli. Pentru a determina care este în aceste condiții eroarea de realizare a amplitudinii armonicii de ordin k, se calculează inițial valoarea factorului ξ care prezintă o expresie de forma

$$\xi = \frac{\sin \dfrac{x}{2}}{\dfrac{x}{2}}. \tag{33}$$

Fiind cunoscută valoarea factorului ν, din figura 2 se determină valoarea argumentului x și apoi valoarea factorului ξ. În acest fel, din relația (27) este posibilă determinarea erorii de realizare a amplitudinii ε_{A_k}.

În cazul practic al liniilor electrice aeriene, pentru gama de frecvențe corespunzătoare supratensiunilor interne, sînt valabile relațiile

$$\frac{\alpha_k^2}{\omega_{k0}^2} \ll 1,$$

$$\frac{16 L_0}{R_0^2 C_0}\left(\frac{2k-1}{4}\frac{\pi}{l}\right)^2 \gg 1. \tag{34}$$

Avînd în vedere inegalitățile (34), relațiile (31) și (32) pot fi scrise sub forma simplificată

$$\varepsilon_{\omega_k} \simeq \nu - 1, \qquad (35)$$

$$\varepsilon_{A_k} \simeq \frac{\xi}{(1 + \varepsilon_{\omega_k})^2} - 1.$$

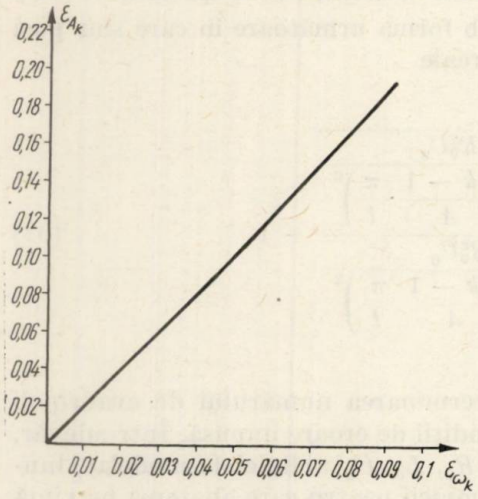


Fig. 3. — Curba $\varepsilon_{A_k} = f(\varepsilon_{\omega_k})$.

Deoarece factorul ν prezintă valori subunitare, rezultă că în procesul de modelare, eroarea ε_{ω_k} este negativă.

Pentru valorile uzuale ale erorii ε_{ω_k} în tabela 2, pe baza relațiilor (35) sînt prezentate valorile pe care le iau eroarea de amplitudine ε_{A_k} precum și factorii ξ și ν. Datele cuprinse în tabela 2 permit trasarea diagramei din figura 3 care stabilește relația existentă între eroarea de amplitudine și de pulsație.

Tabela 2

Valorile expresiilor ε_{ω_k}, ε_{A_k}, ξ, ν.

ε_{ω_k}	ν	ξ	ε_{A_k}
0	1,0	0	1,0
−0,01	0,99	0,96044	−0,02006
−0,02	0,98	0,921476	−0,040529
−0,03	0,97	0,883274	−0,061246
−0,04	0,96	0,845744	−0,082310
−0,05	0,95	0,808936	−0,103673
−0,06	0,94	0,772892	−0,125292
−0,07	0,93	0,737502	−0,147298
−0,08	0,92	0,702830	−0,169625
−0,09	0,91	0,668849	−0,192309
−0,1	0,90	0,635575	−0,215340

Pentru exemplificare, să considerăm cazul concret al modelării unei linii avînd o lungime de 400 km cu o eroare $\varepsilon_{\omega_k} = 0{,}05$ pentru oscilația de ordin 5 (circa 940 Hz). Din relațiile (35) rezultă $\nu = 0{,}95$, $\varepsilon_{A_k} = -0{,}1037$ iar din relația (26) sau din figura 2 rezultă $n = 13$. Dacă se adoptă $n = 13$, în cazul considerat, de exemplu pentru oscilația de ordin 3 (circa 560 Hz) rezultă $\varepsilon_{\omega_k} = 0{,}012$ și $\varepsilon_{A_k} = 0{,}024$.

4. CONCLUZII

Pe baza comparației răspunsului la treaptă unitate de tensiune al liniei modelate și al modelului de linie realizat sub forma unui lanț de n cvadripoli π au fost stabilite relațiile (31) și (32) care permit deducerea numărului minim de cvadripoli necesari pentru reprezentarea liniei dacă se cunosc parametrii de sistem ai liniei studiate, lungimea liniei precum și erorile maxim admisibile ε_{A_k} sau ε_{ω_k} pentru oscilația de ordin k.

Pentru cazul practic al liniilor electrice aeriene pot fi utilizate relațiile simplificate (35). Pe baza relațiilor (35) a fost determinată, pentru valorile uzuale ale mărimilor ε_{A_k} și ε_{ω_k} relația existentă între cele două mărimi (tabela 2).

În cazul unei modelări concrete, relațiile (31) și (32) permit stabilirea erorilor de frecvență și de amplitudine pentru fiecare dintre oscilațiile componente ale fenomenului tranzitoriu.

ANEXA 1

Pentru deducerea relațiilor (10) și (11) plecînd de la relația (9) se va opera în domeniul imaginar al transformatei Z (transformata Laplace pentru mărimi discrete). După cum se știe [14], [15] trecerea în domeniul imaginar al transformatei Z are loc conform relației generale

$$Z\{f(n+m)\} = \xi^m \left\{ F^*(\xi) - \sum_{n=0}^{m-1} f[n]\ \xi^{-n} \right\},$$

unde ξ este operatorul transformatei Z, semnul (*) indică faptul că este vorba despre transformata unei funcții discrete iar parantezele drepte indică faptul că se operează cu funcții discrete.

Aplicînd transformata Z relației (9) se deduce imediat :

$$\left\{ \xi^2 - 2\left(1 + \frac{Z_1}{Z_2}\right)\xi + 1 \right\} U^*(\xi) = \left\{ \xi^2 - 2\left(1 + \frac{Z_1}{Z_2}\right)\xi \right\} U[0] + \xi U[1].$$

Dacă se ține cont de relația (13) se obține

$$U^*(\xi) = \frac{\xi(\xi - \operatorname{ch} g)}{\xi^2 - 2\xi \operatorname{ch} g + 1} U[0] + \frac{\xi \operatorname{sh} g}{\xi^2 - 2\xi \operatorname{ch} g + 1} \cdot \frac{U[1] - U[0] \operatorname{ch} g}{\operatorname{sh} g}.$$

În domeniul real al funcțiilor discrete rezultă [14]

$$U[i] = U[0] \operatorname{ch} gi + \frac{\operatorname{sh} gi}{\operatorname{sh} g} \{U[1] - U[0] \operatorname{ch} g\}.$$

Avînd în vedere că

$$I[i] = \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}\right) U[i] - \frac{1}{Z_1} U[i+1],$$

se deduce imediat

$$I[0] = \frac{1}{Z_1}\{U[0]\operatorname{ch} g - U[1]\},$$

și deci

$$U[i] = U[0]\operatorname{ch} gi - ZI[0]\operatorname{sh} gi,$$

unde Z este definit în relația (12).

Introducînd expresiile $U[i]$ și $U[i+1]$ în relația care definește mărimea $I[i]$ rezultă imediat

$$I[i] = -\frac{1}{Z} U[0]\operatorname{sh} gi + I[0]\operatorname{ch} gi.$$

ANEXA 2

În cazul în care la intrarea lanțului de cvadripoli se aplică o treaptă unitate de tensiune, transformata în domeniul real al timpului pentru prima dintre relațiile (14) se poate scrie sub forma

$$u_i(t) = \left[\frac{\operatorname{ch}(n-i)g}{\operatorname{ch} ng}\right]_{p=0} + \sum_k \frac{\operatorname{ch}(n-i)g_k}{p_k\left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}p}(\operatorname{ch} ng)\right]_{p=p_k}} \mathrm{e}^{p_k t}.$$

Valorile proprii p_k se obțin ca polii funcției din domeniul imaginar și anume pentru

$$\operatorname{ch} ng = 0,$$

sau

$$\cos(\pm \mathrm{j} ng) = 0,$$

de unde rezultă

$$g_k = \pm \mathrm{j}\frac{2k-1}{2}\frac{\pi}{n}, \qquad k = 1,2,3,\ldots$$

Deși există un număr infinit de valori g_k doar n valori proprii p_k sînt diferite între ele, orice valoare $k > n$ nu aduce o nouă valoare a lui p_k. Valorile proprii se determină din relația

$$\operatorname{ch} g_k = \cos\frac{2k-1}{2}\frac{\pi}{n}, \qquad k = 1,2,3,\ldots n$$

Pentru cazul unui cvadripol π rezultă

$$\operatorname{ch} g = 1 + \frac{Z_1}{Z_2} = \frac{2 + pRC + p^2LC}{2},$$

sau

$$p^2LC + pRC + 2\left(1 - \cos\frac{2k-1}{2}\frac{\pi}{n}\right) = 0$$

și deci

$$p_k = \frac{-RC \pm \sqrt{R^2C^2 - 16\,LC\sin^2\frac{2k-1}{4}\frac{\pi}{n}}}{2LC},$$

pentru ca sistemul să prezinte oscilații este necesar ca să fie îndeplinită condiția

$$16\,LC\sin^2\frac{2k-1}{4}\frac{\pi}{n} > R^2C^2.$$

Dacă se notează

$$p_k = -\alpha_k \pm \mathrm{j}\omega_k,$$

unde

$$\alpha_k = \frac{R}{2L}$$

și

$$\omega_k = \frac{1}{2LC}\sqrt{16\,LC\sin^2\frac{2k-1}{4}\frac{\pi}{n} - R^2C^2},$$

rezultă expresiile atenuării și pulsației oscilației de ordin k.

În cazul idealizat al unui cvadripol fără atenuare rezultă

$$\alpha_k = 0\,; \qquad \omega_k = \frac{2}{\sqrt{LC}}\sin\frac{2k-1}{4}\frac{\pi}{n}.$$

Pentru $p = 0$, primul termen al transformării inverse devine

$$\left[\frac{\operatorname{ch}(n-i)g}{\operatorname{ch} ng}\right]_{p=0} = 1.$$

Numărătorul expresiei de sub semnul sumă poate fi scris sub forma

$$\operatorname{ch}(n-i)g_k = \mp\,\mathrm{j}\sin(2k-1)\frac{\pi}{2}\frac{i}{n}\operatorname{sh} ng_k,$$

deoarece

$$\operatorname{ch} ng_k = 0.$$

După cîteva transformări, numitorul expresiei de sub semnul sumă devine

$$\left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}p}(\operatorname{ch} ng)\right]_{p=p_k} = \pm \mathrm{j}\, LC\, \omega_k \frac{n \operatorname{sh} ng_k}{\operatorname{sh} g_k}.$$

Răspunsul tranzitoriu la o excitaţie treaptă de tensiune poate fi scris deci sub forma

$$u_i(t) = 1 + \frac{1}{n} \sum_k \frac{\sin(2k-1)\frac{\pi}{2} \frac{i}{n} \sin(2k-1)\frac{\pi}{2n}}{\pm \mathrm{j} LC\omega_k(-\alpha_k \pm \mathrm{j}\omega_k)} e^{p_k t},$$

sau

$$u_i(t) = 1 - \frac{1}{n} \sum_k \frac{(\omega_k \mp \mathrm{j}\alpha_k)\sin(2k-1)\frac{\pi}{2} \frac{i}{n} \sin(2k-1)\frac{\pi}{2n}}{\omega_k LC(\alpha_k^2 + \omega_k^2)} \mathrm{e}^{p_k t}.$$

Dacă se consideră termenul de ordin k se observă că acesta se poate scrie astfel

$$(a_k + \mathrm{j}b_k)\mathrm{e}^{(-\alpha_k + \mathrm{j}\omega_k)t} + (a_k - \mathrm{j}b_k)\mathrm{e}^{(-\alpha_k - \mathrm{j}\omega_k)t} = \mathrm{e}^{-\alpha_k t}\{(a_k + \mathrm{j}b_k)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_k t} +$$

$$+ (a_k - \mathrm{j}b_k)e^{-\mathrm{j}\omega_k t}\} = 2\mathrm{e}^{-\alpha_k t}\{a_k \cos\omega_k t - b_k \sin\omega_k t\}.$$

În final termenul de ordin k se poate scrie

$$A_k \cos(\omega_k t + \varphi_k)\mathrm{e}^{-\alpha_k t},$$

unde

$$A_k = 2\sqrt{a_k^2 + b_k^2},$$

şi

$$\varphi_k = \operatorname{arc\,tg} \frac{b_k}{a_k}.$$

În aceste expresii

$$a_k = \frac{1}{n} \frac{\omega_k \sin(2k-1)\frac{\pi}{2} \frac{i}{n} \sin(2k-1)\frac{\pi}{2n}}{\omega_k LC(\alpha_k^2 + \omega_k^2)},$$

$$b_k = \frac{1}{n} \frac{-\alpha_k \sin(2k-1)\frac{\pi}{2} \frac{i}{n} \sin(2k-1)\frac{\pi}{2n}}{\omega_k LC(\alpha_k^2 + \omega_k^2)},$$

iar A_k rezultă

$$A_k = \frac{1}{n} \frac{2\sin(2k-1)\frac{\pi}{2} \frac{i}{n} \sin(2k-1)\frac{\pi}{2n}}{\omega_k LC\sqrt{\alpha_k^2 + \omega_k^2}}.$$

Se observă că fiecare dintre termenii de ordin k reprezintă o oscilație de amplitudine A_k, de pulsație ω_k și de defazaj φ_k iar răspunsul tranzitoriu poate fi scris sub forma expresiei (15).

În cazul idealizat al unui lanț de cvadripoli fără atenuare ($\alpha_k = 0$) dacă se notează

$$\theta_k = (2k-1)\frac{\pi}{4n},$$

după cîteva transformări rezultă relația (17).

BIBLIOGRAFIE

1. H. Stephanides, *Lösung von Uberspannungschutzproblemen durch Anlagemodelle*, Bull SEV, **55**, *6*, 256–260 (1964).
2. W. Gielessen, *Messung mit dem Netzanalysator*, AEG–Mitt. **52**, 7/8, 324–329 (1962).
3. A. Hochreiner, *Verfahren zum Bestimmen der Einschwingspannung*, ETZ–A, 77, 721–724 (1956).
4. H. Stephanides, *Einschaltüberspannungen und ihre Messung im Netzmodell*, E. u. M., *82*, 240–247, (1965).
5. V. A. Venikov, *Aplicarea teoriei similitudinii și modelării în electroenergetică*, Edit. tehnică, București, 1972.
6. I. S. Antoniu, I. Adămuț, *Contributions à la définition de la vitesse de propagation d'un signal sur les chaines de quadripôles*, Rev. Roum. Sci. Techn.–Electrotechn et Energ., **11**, *3*, 341–368 (1966).
7. I. S. Antoniu, I. Adămuț, *Un nouveau critérium pour la détermination de la precision de la simulation sur une chaîne de quadripôle de la propagation d'une onde sur une ligne électrique longue*, Buletinul IPB, **29**, *3*, (1967).

8. I. S. Antoniu, I. Adămuț, I. N. Damian, *Contribution au probleme de la détermination du temps de propagation sur une chaîne finie de quadripôles à l'aide d'un calculateur électronique digitale*, Rev. Roum. Sci. Techn.—Electrotechn. et Energ., **13**, *2*, 199—214, (1968).
9. I. S. Antoniu, Gh. Dumitrescu, V. S. Turcu, *Metodă de determinare a variației tensiunii de-a lungul unei linii electrice lungi deschise la capăt și îndeplinind condiția Heaviside*, St. cerc. energ. electr., **20**, *4*, 867—881 (1970).
10. V. P. Fotin, *Otenka pogreșnostei țepocinih shem modeliruiușcih linii isledovaniah vnutrenih perenapreajenii*, Trudî Moscovskovo Energheticeskovo Instituta, Moscova, *64*, (1965).
11. M. P. Kostenko, *Elektrodinamiceskoe modelirovanie energheticeskih sistem*, Izdatelstvo, ANSSSR, Moscova, 1959.
12. I. S. Antoniu, I. Adămuț, *Contribuții la definirea vitezei de propagare a unui semnal pe lanțurile de cvadripoli*, St. cerc. energ. electr., **16**, *3*, 531—558 (1966).
13. A. Timotin, V. Hortopan, A. Ifrim, M. Preda, *Lecții de bazele electrotehnicii*, vol. II, Edit. didactică și pedagogică, București, 1964.
14. R. Vich, *Z-Transformation. Theorie und Anwendung*, VEB Verlag Technik, Berlin, 1964.
15. E. Rummich, *Die Z-Transformation und ihre Anwendung auf dem Gebit der elektrischen Maschinen*, E.u.M., **86**, *3*, 109—117 (1969).
16. K. M. Wagner, *Operatorenrechnung und Laplacesche Transformation*, 3 Aufl, Verlag. J.A. Barth, Leipzig, 1962.
17. K. Kriechbaum, *Netzanalysator zur Messung der Einschwingspannung*, ETZ—A, **78**, *17*, 593—599 (1957).

FENOMENUL DE DESCĂRCARE PARȚIALĂ ÎN ÎNCERCĂRILE DE ÎNALTĂ TENSIUNE

D. CRISTESCU

621.315.2.027.3 ; 537.525.9

Fenomenul de descărcare parțială în încercările de înaltă tensiune, poate căpăta o importanță de prim rang odată cu creșterea preciziei măsurătorilor.
Referatul merge pe calea determinării variației tensiunii la bornele unui izolant supus la înaltă tensiune în care au loc descărcări parțiale într-o vacuolă de o formă dată. Calculele țin seama de influența diverșilor parametri ai circuitului echivalent, de influența sursei de înaltă tensiune, a inductanțelor din circuit.
Rezultatele obținute sînt utile în construcția aparatajului de încercare la descărcări parțiale, încercări de fabricație și încercări de exploatare.

A. INTRODUCERE

Se abordează problema apariției descărcărilor parțiale în încercările de înaltă tensiune dn punctul de vedere al analizei teoretice, cu aplicare la realizarea construcțiilor de cabluri de înaltă și foarte înaltă tensiune. Prezența descărcărilor în micile inclusiuni, vacuole, din izolație duce la rapida îmbătrînire a acesteia și îi limitează durata de viață. În consecință cunoașterea intimă a procesului de străpungere a vacuolei prezintă interes din mai multe puncte de vedere ; spre exemplu în cazul cablurilor acela al realizării constructive a unor cabluri de 220—400 kV și aspectul încercării preventive a rețelelor de cablu pozate. În plus în încercările moderne de înaltă tensiune aparatura de măsură este foarte sensibilă și prezența descărcărilor parțiale mărește solicitarea izolației și deformează în sine rezultatul încercării.

Cablurile de 220 kV cu izolația din hîrtie impregnată cu ulei, sistemul Pirelli, au fost realizate încă din 1936 în rețeaua parisiană. Ele aveau o grosime a izolației de 24 mm, cu solicitarea maximă de durată de 9,3 kV/mm. Acest procedeu însă nu a putut fi extins la cablurile de 380 — 400 kV pentru că grosimea de izolație ar fi devenit mult prea mare și consumul de material de cablu ar fi devent deosebit de ridicat și în plus ar fi dus la apariția unor goluri în izolație, cauze sigure de defect.

Lucrările lui Hochstadter din 1929 au arătat că sub acţiunea presiunilor înalte, izolaţia din hîrtie impregnată se comportă mult mai bine. Această observaţie a fost aplicată în realizarea cablurilor cu ulei sau gaz sub presiune cu manta de plumb sau de polietilenă, cu contact direct între fluidul sub presiune şi izolaţie. Creşterea presiunii de 15 ori faţă de cea atmosferică face posibilă o creştere de 70% a solicitării maxime de durată la tensiunea de lucru dat fiind raportul obligat între solicitarea la şoc şi la frecvenţă industrială. Din aceste motive nu se poate depăşi

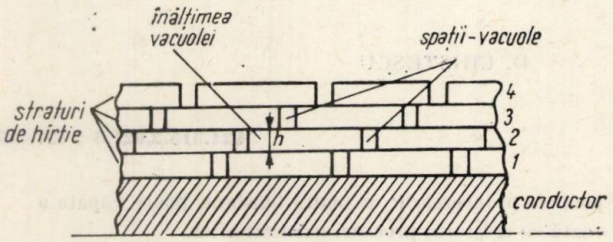


Fig. 1. — Secţiune straturi izolaţie cabluri.

solicitarea maximă de durată la frecvenţa industrială de 12,5 kV/mm, valoare cu care de asemenea nu se pot realiza cabluri de 380 — 400 kV din motivele mai sus enunţate.

Fabrica de cabluri din Lyon a rezolvat, imediat după 1944, această problemă prin utilizarea combinată a uleiului sub presiune şi a hîrtiei de cablu foarte subţiri şi a executat primele cabluri de 380 kV cu o grosime a izolaţiei chiar inferioară celeia utilizate la cablurile Pirelli din 1936.

Spaţiul de ulei dintre două fîşii de hîrtie, figura 1, constituie zona în care se produce în principal, descărcarea parţială şi în consecinţă este factorul care reduce solicitarea maximă a cablului.

Efectul negativ al acestor spaţii de înălţime h este dublu şi anume :

— întrerupe bariera creată de hîrtia impregnată în calea deplasării ionilor ;

— în aceste vacuole se formează punţi conductoare din impurităţile în suspensie sau din produse rezultate în urma descărcărilor parţiale apărute.

Din ambele puncte de vedere, cu cît înălţimea h a vacuolei este mai mare, cu atît izolaţia este mai slăbită şi deci folosirea unei hîrtii mai subţiri este de aşteptat să aducă îmbunătăţiri substanţiale în construcţia cablurilor. În straturi mai groase uleiul se comportă mai slab sub acţiunea cîmpului electric intens fiind favorizată formarea spaţiilor ionizabile sub acţiunea forţelor mecanice ale cîmpului.

La aplicarea unei tensiuni de impuls repartiţia tensiunii în direcţie radială aduce o parte importantă a solicitării în primele 2—3 straturi de hîrtie şi cu cît înălţimea h este mai mare, cu atît comportarea la impuls a cablului este mai slabă. Aceasta explică sporul relativ redus obţinut prin creşterea presiunii fluidului în cablurile clasice, în ceea ce priveşte rigiditatea la impuls. În acelaşi timp folosirea hîrtiei subţiri aduce şi în acest caz îmbunătăţiri importante.

Din motivele enumerate mai sus, folosindu-se o hîrtie de 5-6 ori mai subțire s-au realizat primele cabluri de 380—400 kV și sistemul este în utilizare și astăzi.

În figurile 2*a* și 2*b* se prezintă creșterile de rigiditate pentru cablurile cu ulei sub presiune cu scăderea grosimii hîrtiei utilizate, pentru frecvență industrială și undă de impuls.

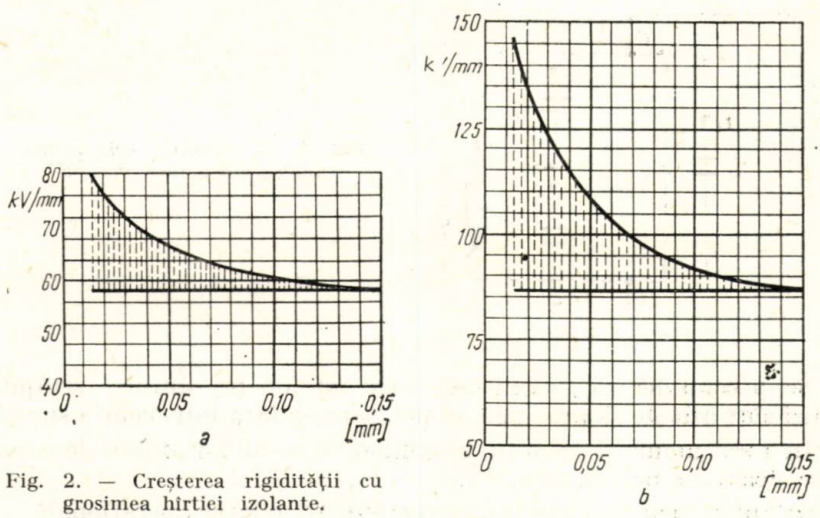


Fig. 2. — Creșterea rigidității cu grosimea hîrtiei izolante.

Curbele date de L. Domenach în (1) sînt constante pentru cabluri cu presiunea uleiului de 15 atm. Curba 2*a* este gradientul eficace maxim admisibil, la frecvență industrială pentru o încercare de durată de 4 ore cu o tensiune de 4 ori mai mare decît tensiunea de serviciu între conductor și pămînt. În figura 2*b* este dat cîmpul de străpungere la undă de impuls 1/50 μs, pentru încercări compuse din 10 impulsuri, 5 pozitive și 5 negative. După cum s-a mai menționat curba 2*b* nu diferă cu mai mult de 5—10% atunci cînd presiunea variază de la 1 atm la 15 atm; rezultă din alura diagramei că numai folosirea hîrtiei foarte subțiri a permis creșterea rigidității la impuls a materialelor de cablu.

Practic cablurile de 380 kV au o grosime a izolației de 22 mm și cea mai subțire hîrtie este cea aplicată pe conductor, celelalte straturi au grosimea în creștere, ajungîndu-se la al optulea milimetru de izolație la utilizarea hîrtiei de cablu obișnuite.

În mod curent, după ce se cunoaște repartiția tensiunii de lucru și de impuls în direcție radială cu ajutorul curbelor din figura 2 și cu coeficientul de siguranță dorit se determină diversele grosimi de bandă de hîrtie utilizată.

În același timp, din aceste elemente se poate calcula mărimea capacităților vacuolelor și, funcție de repartiția lor statistică în jurul conductorului, se determină efectul descărcărilor parțiale asupra fenomenelor din cablu.

Înainte de străpungerea vacuolei pe schema echivalentă din figura 3, tensiunea la bornele ei este

$$U_{AB_0} = U_{CD_0} \cdot \frac{C_2}{C_2 + C_3}. \tag{1}$$

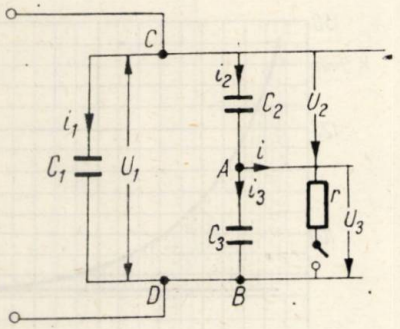


Fig. 3. — Schema echivalentă simplificată a unei vacuole.

Se presupune că fenomenele care au loc pe durata străpungerii vacuolei sînt atît de rapide încît se pot petrece fără intervenţia sursei.

În acest moment circuitul se comportă ca un ansamblu de capacităţi care se descarcă pe rezistenţa r.

Se aplică pentru calculul curentului $i(t)$ relaţia operaţională

$$i(p) = \frac{U_{AB_0}(p)}{r + Z_{AB}(p)}, \tag{2}$$

unde $Z_{AB}(p)$ este impedanţa circuitului văzut dinspre bornele AB

$$Z_{AB}(p) = \frac{1}{C_3 + \dfrac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}} \cdot \frac{1}{p}. \tag{3}$$

În ipoteza făcută cu privire la sursă

$$U_{AB_0}(p) = \frac{U_{AB_0}}{p}, \tag{4}$$

se obţine

$$i(p) = \frac{U_{AB_0}}{p} \cdot \frac{1}{r + \dfrac{1}{p} \cdot \dfrac{1}{C_3 + \dfrac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}}}.$$

După transformări elementare se deduce

$$i(p) = \frac{U_{AB_0}}{r} \cdot \frac{1}{p + \frac{1}{\tau}}, \tag{5}$$

în care s-a notat cu

$$\tau = r\left[C_3 + \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}\right], \tag{6}$$

unde τ este o constantă de timp care caracterizează valoarea tensiunii la bornele vacuolei după străpungerea sa.

Curentul între punctele A și B prin r ca funcție de timp este

$$i(t) = \frac{U_{AB_0}}{r} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}, \tag{7}$$

sau dacă se consideră amorsarea descărcării ca având loc în momentul t_0

$$i(t) = \frac{U_{AB_0}}{r} \cdot e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}, \tag{7'}$$

$$U_1(t) = U_{AB_0} \cdot e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}, \tag{8}$$

în care s-a notat cu $U_1(t) = U_{AB}(t)$. Variațiile sînt date în figura 4.

Se dorește a se calcula variația în timp a tensiunii la bornele izolantului pe durata străpungerii vacuolei din tensiunea $U_1(0)$, între punctele C și D. Se știe că la începutul procesului

$$U_1(0) = U_{CD_0}.$$

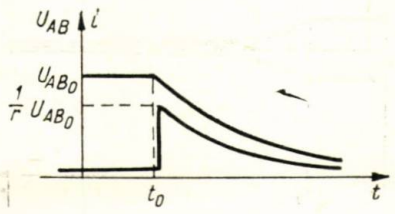


Fig. 4. — Variația tensiunii la bornele izolantului.

În cazul străpungerii vacuolei condensatoarele C_1 și C_2 înseriate se descarcă, în paralel cu C_3 pe r.

Ecuaţiile de funcţionare sînt în acest caz

$$i_1 = - C_1 \cdot \frac{\mathrm{d}U_1}{\mathrm{d}t} = C_2 \cdot \frac{\mathrm{d}U_2}{\mathrm{d}t},$$

în care minusul apare pentru că din aceste condensatoare C_1 se descarcă şi C_2 se încarcă :

$$i_1 + i_3 = i; \qquad i_3 = - C_3 \cdot \frac{\mathrm{d}U_3}{\mathrm{d}t}; \qquad i = \frac{U_3}{r}.$$

Deci dacă se ţine seama de relaţia (8)

$$- C_1 \frac{\mathrm{d}U_1}{\mathrm{d}t} + \left[- C_3 U_{AB_0} \left(- \frac{1}{\tau} \right) \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}} \right] = \frac{U_{AB_0}}{r} \cdot \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}},$$

$$U_1(t) = \left(- \frac{C_3}{C_1} + \frac{\tau}{rC_1} \right) U_{AB_0} \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}} + B,$$

în care trebuie să se ţină seama de valoarea iniţială a lui $U_1(t)$

$$U_{CD_0} = \frac{C_2}{C_1 + C_2} U_{AB_0} + B,$$

$$U_1(t) = U_{CD_0} + U_{AB_0} \cdot \frac{C_2}{C_1 + C_2} [\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}} - 1]. \tag{9}$$

După un timp suficient de mare se ajunge la valoarea

$$U_{1\min} = U_{CD_0} - U_{AB_0} \cdot \frac{C_2}{C_1 + C_2}, \tag{10}$$

prezentată în figura 5.

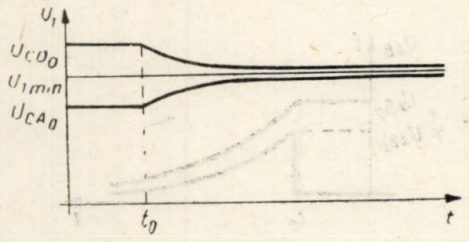


Fig. 5. — Variaţia tensiunii în momente ulterioare străpungerii.

Din relaţia (10) se poate găsi variaţia tensiunii pe durata străpungerii vacuolei în funcţie de tensiunea de străpungere a vacuolei U_{AB}.

Această valoare se apreciază din forma vacuolei și din natura și presiunea mediului gazos care o umple.

Acest calcul cunoscut în literatură reprezintă numai o apreciere cu totul aproximativă a desfășurării fenomenului din următoarele motive :

1. nu se ține seama de prezența sursei și de efectele ei în momente ulterioare străpungerii ;

2. nu se ține seama de constanta de timp a legăturii, sursă de alimentare — material izolant ;

3. nu se ține seamă de faptul că dielectricul nu este perfect și că prin tg δ prezintă o conductanță.

B. SCHEMA ECHIVALENTĂ DE CALCUL

Se propune în prezentul referat pentru examinare schema de mai jos.

În această schemă L_S și R_S corespund constantelor sursei de alimentare reactanța transformatorului, a firelor de legătură rezistențele circuitului.

C_1, C_2, C_3 r au semnificațiile cunoscute din schema anterioară.

R este rezistența activă a dielectricului calculată din tgδ și din forma intervalului izolant considerat — plan, coroană cilindrică. Se observă că în paralel și cu C_1 și cu C_2 s-a luat aceeași valoare a rezistenței ceea ce este justificat dat fiind dimensiunile reduse ale vacuolei. De asemenea în vacuola nestrăpunsă s-a presupus că nu există componentă activă a curentului.

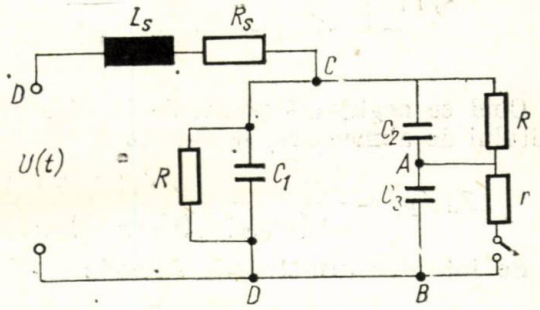


Fig. 6. — Schema echivalentă completă.

Calculul se poate efectua după două ipoteze :

a — sursă de alimentare în tensiune continuă, *b* — sursă de alimentare alternativă, corespunzătoare celor două feluri de încercări ale materialelor izolante.

Curentul care formează vacuola străpunsă se calculează cu relația (2) în care însă semnificațiile lui $U_{AB_0}(p)$ și $Z_{AB}(p)$ sînt modificate substanțial.

Impedanța operațională între bornele AB ale circuitului este dată de figura 7.

$$Z_{CB}(p) = \frac{\dfrac{R\dfrac{1}{pC_1}}{R+\dfrac{1}{pC_1}}(R_S + pL_S)}{R_S + pL_S + \dfrac{R\cdot\dfrac{1}{pC_1}}{R+\dfrac{1}{pC_1}}},$$

$$Z_{ACB}(p) = \frac{R(R_S + pL_S)}{(R_S + pL_S)(pRC_1 + 1) + R} + \frac{R\cdot\dfrac{1}{pC_2}}{R+\dfrac{1}{pC_2}},$$

$$Z_{AB}(p) = \frac{R(pRC_2 + 1)(R_S + pL_S) +}{(pRC_2 + 1)[(pRC_1 + 1)(R_S + pL_S) + R] + pC_3\{R(pRC_2 + 1)}$$

$$\frac{+ R[(R_S + pL_S)(pRC_1 + 1) + R]}{(R_S + pL_S) + R[(R_S + pL_S)(pRC_1 + 1) + R]\}}$$

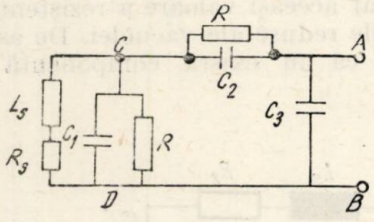


Fig. 7. — Schema pentru calculul tensiunii.

Cînd se neglijează pierderile în dielectric şi elementele active ale circuitului de alimentare, se deduce

$$Z_{AB}(p) = \frac{p^2L_S(C_1 + C_2) + 1}{p\{p^2L_S[C_1(C_2 + C_3) + C_2C_3] + C_2 + C_3\}}. \qquad (11')$$

Se introduc următoarele notaţii:

$$\omega_1^2 = \frac{1}{L_S(C_1 + C_2)},$$

$$\omega_2^2 = \frac{1}{L_S\left[C_1 + \dfrac{C_2C_3}{C_2 + C_3}\right]}, \qquad (12)$$

$$\omega_3^2 = \frac{1}{L_S\left[C_3 + \dfrac{C_1C_2}{C_1 + C_2}\right]}.$$

Impedanța echivalentă între punctele A și B se găsește în acest mod ca fiind egală cu

$$Z_{AB}(p) = \frac{p^2 + \omega_1^2}{p\,[p^2 + \omega_2^2]} \cdot L_S \omega_3^2. \tag{13}$$

Pentru utilizarea relației (2) în calculul curentului care parcurge vacuola străpunsă este necesară determinarea tensiunii în regim permanent la bornele AB ale circuitului de mai jos. Se calculează regimul tranzitoriu la cuplarea unei tensiuni continui (vezi fig. 8)

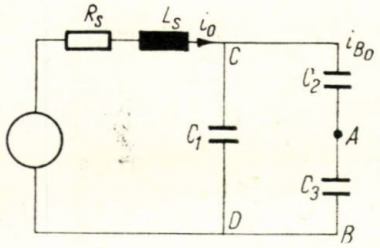


Fig. 8. — Schemă privind intervenția sursei.

$$U_{AB_0}(p) = U_{CB_0}(p)\,\frac{C_2}{C_2 + C_3},$$

$$i_0(p) = \frac{U(p)}{R_S + pL_S + \dfrac{1}{p\left[C_1 + \dfrac{C_2 C_3}{C_2 + C_3}\right]}},$$

$$U_{CB_0}(p) = U(p) - (R_S + pL_S)\,i_0 =$$

$$= U(p) - U(p)\,\frac{R_S + pL_S}{R_S + pL_S + \dfrac{1}{p\left[C_1 + \dfrac{C_2 C_3}{C_2 + C_3}\right]}},$$

$$U_{AB_0}(p) = U(p)\,\frac{C_2}{C_2 + C_3} \cdot \frac{\dfrac{1}{p\left[C_1 + \dfrac{C_2 C_3}{C_2 + C_3}\right]}}{R_S + pL_S + \dfrac{1}{p\left[C_1 + \dfrac{C_2 C_3}{C_2 + C_3}\right]}}.$$

Folosind notaţiile (12), la care se adaugă $\frac{L_S}{R_S} = \frac{T_S}{2}$

$$U_{AB_0}(p) = U(p)\,\frac{C_2}{C_2 + C_3}\cdot\omega_2^2\cdot\frac{1}{p^2 + \omega_2^2 + p\,\dfrac{2}{T_S}}\cdot \tag{14}$$

Considerînd în prezentul referat materialul izolant supus la o tensiune continuă rezultă

$$U(t) = U_0\,; \qquad U(p) = \frac{U_0}{p},$$

şi în consecinţă

$$U_{AB_0}(p) = \frac{C_2 U_0 \omega_2^2}{C_2 + C_3}\cdot\frac{1}{p\left(p^2 + \dfrac{2}{T_S}\,p + \omega_2^2\right)}\cdot$$

Pentru a găsi funcţia de timp a tensiunii între bornele AB se cercetează mărimea

$$\Delta = \frac{1}{T_S^2} - \omega_2^2 = \frac{R_S^2}{4\,L_S^2} - \frac{1}{L_S\left(C_1 + \dfrac{C_2 C_3}{C_2 + C_3}\right)}\cdot$$

Dacă

$$R_S < 2\sqrt{\frac{L_S}{C_1 + \dfrac{C_2 C_3}{C_2 + C_3}}}, \tag{15}$$

condiţia cunoscută a circuitelor oscilante atunci soluţia este

$$U_{AB}(t) = \frac{C_2 U_0 \omega_2^2}{C_2 + C_3}\cdot\frac{1}{\omega_2^2}\left[1 - \frac{\omega^2 e^{-\frac{t}{T_S}}}{\sqrt{\omega_2^2 - \dfrac{1}{T_S^2}}}\sin\left(t\sqrt{\omega_2^2 - \frac{1}{T_S^2}} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \operatorname{arctg}\frac{\sqrt{\omega_2^2 - \dfrac{1}{T_S^2}}}{\dfrac{1}{T_S}}\right)\right],$$

relația care după transformări elementare devine

$$U_{AB}(t) = \frac{C_2 U_0}{C_2 + C_3}\left[1 - \frac{\omega_2 T_S}{\sqrt{T_S^2\omega_2^2 - 1}}\, e^{-\frac{t}{T_S}} \cdot \right.$$

$$\left. \sin\left(\frac{t}{T_S} \times \sqrt{\omega_2^2 T_S^2 - 1} + \operatorname{arctg}\sqrt{\omega_2^2 T_S^2 - 1}\right)\right]. \qquad (16)$$

Formula (16) reprezintă un fenomen oscilator amortizat care după un timp, cu un ordin de mărime mai mare decît

$$T_S = 2\frac{L_S}{R_S},$$

ajunge la valoarea

$$U_{AB_0}(t) = \frac{C_2 U_0}{C_2 + C_3}. \qquad (16')$$

În cazul în care

$$R = 2\sqrt{\frac{L_S}{C_1 + \frac{C_2 C_3}{C_2 + C_3}}} \qquad (17)$$

originalul relației (14) este

$$U_{AB}(t) = \frac{C_2 U_0}{C_2 + C_3}\left[1 - e^{-\frac{t}{T_S}} \cdot \left(1 + \frac{t}{T_S}\right)\right],$$

care tinde tot către valoarea (16').
Dacă

$$R_S > 2\sqrt{\frac{L_S}{C_1 + \frac{C_2 C_3}{C_2 + C_3}}}, \qquad (18)$$

fenomenul este amortizat și soluția este funcție de valorile

$$p_{1,2} = +\frac{1}{T_S} \mp \sqrt{\frac{1}{T_S^2} - \omega_2^2}, \qquad (19)$$

şi anume

$$U_{AB}(t) = \frac{C_2 \omega_2^2 U_0}{C_2 + C_3} \cdot \frac{1}{\omega_2^2} \left[1 - \frac{\omega_2^2}{2\sqrt{\frac{1}{T_S^2} - \omega_2^2}} \left(\frac{e^{-p_1 t}}{p_1} - \frac{e^{-p_2 t}}{p_2} \right) \right],$$

unde dacă se pune în evidenţă termenul care duce la amortizarea rapidă se obţine

$$U_{AB}(t) = \frac{C_2 U_0}{C_2 + C_3} \left[1 - \frac{\omega_2^2 T_S^2}{2\sqrt{1 - \omega_2^2 T_S^2}} e^{-\frac{t}{T_S}} \right.$$

$$\left. \left(\frac{1}{p_1} \times e^{\frac{t}{T_S}\sqrt{1 - T_S^2 \omega_2^2}} - \frac{1}{p_2} e^{-\frac{t}{T_S}\sqrt{1 - T_S^2 \omega_2^2}} \right) \right]. \qquad (20)$$

Presupunînd că izolantului i se aplică o tensiune continuă care creşte suficient de lent se poate introduce în relaţia (2) următoarea expresie operaţională a tensiunii permanente între punctele A şi B ale schemei

$$U_{AB_0}(p) = \frac{U_0 C_2}{p(C_2 + C_3)}. \qquad (21)$$

Se găseşte din relaţiile (2), (13) şi (21) următoarea imagine pentru curentul $i(t)$

$$i(p) = \frac{U_0 C_2}{p(C_2 + C_3)} \cdot \frac{1}{r + L_S \omega_3^2 \frac{p^2 + \omega_1^2}{p(p^2 + \omega_2^2)}}.$$

După transformări elementare se ajunge la relaţia de mai jos

$$i(p) = \frac{C_2}{C_2 + C_3} \cdot \frac{U_0}{r} \cdot \frac{p^2 + \omega_2^2}{p^3 + p^2 \frac{L_S}{r} \omega_3^2 + p\omega_2^2 + \frac{L_S}{r} \omega_1^2 \omega_3^2}. \qquad (22)$$

Pentru găsirea funcţiei original este necesar să se cunoască rădăcinile numitorului, o ecuaţie de gradul III.

$$f(p) = p^3 + p^2 \frac{L_S}{r} \omega_3^2 + p\omega_2^2 + \frac{L_S}{r} \omega_1^2 \omega_3^2.$$

Se observă că el se poate pune sub forma următoare

$$f(p) = p(p^2 + \omega_2^2) + \frac{L_S \omega_3^2}{r} (p^2 + \omega_1^2).$$

Metoda I. Ținînd seama că $C_2 \ll C_3$

$$\frac{1}{\omega_2^2} = L_S\left(C_1 + \frac{C_2C_3}{C_2 + C_3}\right) = L_S\left(C_1 + \frac{C_2}{1 + \dfrac{C_2}{C_3}}\right) \simeq L_S(C_1 + C_2) = \frac{1}{\omega_1^2},$$

$$f(p) = (p^2 + \omega_1^2)\left(p + \frac{L_S\omega_3^2}{r}\right).$$

În aceste condiții imaginea se transformă în

$$i(p) = \frac{C_2}{C_2 + C_3} \cdot \frac{U_0}{r} \cdot \frac{p^2 + \omega_2^2}{\left(p + \dfrac{L_S\omega_3^2}{r}\right)(p^2 + \omega_1^2)}. \qquad (22')$$

Aplicînd regulile descompunerii în fracții simple funcția de timp a curentului este

$$i(t) = \frac{C_2}{C_2 + C_3} \cdot \frac{U_0}{r}\left[M\, e^{-\frac{L_S\omega_3^2}{r}t} + N \sin(\omega_1 t + \theta)\right], \qquad (23)$$

în care dacă se ține seama și de notația (6):

$$\theta = -\operatorname{arctg}\frac{\omega_1 r}{L_S\omega_3^2} = -\operatorname{arctg}\,\omega_1\tau, \qquad (24)$$

$$M = \frac{\dfrac{L_S^2}{r^2}\,\omega_3^4 + \omega_2^2}{\dfrac{L_S^2}{r^2}\,\omega_3^4 + \omega_1^2} = \frac{1 + \tau^2\omega_2^2}{1 + \tau^2\omega_1^2},$$

$$N = \frac{1}{\omega_1} \cdot \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{\sqrt{\dfrac{L_S^2}{r^2}\,\omega_3^4 + \omega_1^2}} = \frac{\tau}{\omega_1} \cdot \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{\sqrt{1 + \tau^2\omega_1^2}}.$$

Tensiunea între bornele A și B ale circuitului este

$$U_{AB}(t) = \frac{C_2}{C_2 + C_3}\, U_0[Me^{-\frac{t}{\tau}} + N \sin(\omega_1 t + \vartheta)]. \qquad (25)$$

Curentul prin capacitatea vacuolei este :

$$i_3 = -C_3 \frac{\mathrm{d}U_3}{\mathrm{d}t},$$

$$i_3(t) = -\frac{C_2C_3}{C_2+C_3} U_0 \left[-\frac{1}{\tau} M\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}} + \omega_1 N \cos(\omega_1 t + \theta) \right], \tag{26}$$

$$i_2(t) = i(t) - i_3(t) = \frac{C_2}{C_2+C_3} \cdot \frac{U_0}{r} [M\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}} + N \sin(\omega_1 t + \theta)] +$$

$$+ \frac{C_2C_3}{C_2+C_3} U_0 \left[-\frac{1}{\tau} M\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}} + \omega_1 N \cos(\omega_1 t + \theta) \right],$$

$$i_2(t) = \frac{C_2}{C_2+C_3} U_0 \left\{ M\left(\frac{1}{r} - \frac{C_3}{\tau}\right)\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}} + N\left[\frac{1}{r}\sin(\omega_1 t + \theta) + \right.\right. \tag{27}$$

$$\left.\left. + \omega_1 C_3 \cos(\omega_1 t + \theta)\right]\right\}.$$

Tensiunea la bornele capacității C_2 se calculează din integrarea curentului, constanta de integrare determinîndu-se din valoarea acestei tensiuni în momentul inițal

$$U_2 = \frac{1}{C_2}\int i_2 \mathrm{d}t,$$

$$U_2(t) = \frac{U_0}{C_2+C_3}\left\{ M\left(C_3 - \frac{\tau}{r}\right)\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}} + N\left[-\frac{1}{r\omega_1}\cos(\omega_1 t + \theta) + \right.\right.$$

$$\left.\left. + C_3 \sin(\omega_1 t + \theta)\right]\right\} + A.$$

În momentul inițial $t = 0$ tensiunea este :

$$U_2(0) = U_0 \frac{C_3}{C_2+C_3},$$

$$U_0 \frac{C_3}{C_2+C_3} = \frac{U_0}{C_2+C_3}\left[M\left(C_3 - \frac{\tau}{r}\right) + N\left(-\frac{1}{r\omega_1}\cos\theta + C_3 \sin\theta \right)\right] + A.$$

Folosind semnificația (24) a lui θ se găsește

$$-\frac{1}{r\omega_1}\cos\theta + C_3 \sin\theta = \frac{1}{\sqrt{1+\tau^2\omega_1^2}}\left(-\frac{1}{r\omega_1} - \tau C_3\omega_1\right).$$

Constanta de integrare are deci valoarea

$$A = \frac{C_3}{C_2+C_3}U_0\left[1 - M\left(1-\frac{\tau}{rC_3}\right) + N\frac{1}{\sqrt{1+\tau^2\omega_1^2}}\left(\frac{1}{rC_3\omega_1} + \tau\omega_1\right)\right].$$

Astfel după calcule elementare expresia tensiunii $U_2(t)$ devine

$$U_2(t) = \frac{C_3}{C_2+C_3}U_0\left\{1 - M\left(1-\frac{\tau}{rC_3}\right)(1-e^{-\frac{t}{\tau}}) + \right. \tag{28}$$

$$\left. + N\frac{1}{\sqrt{1+\tau^2\omega_1^2}}\left(\frac{1}{rC_3\omega_1} + \tau\omega_1\right) + N\left[-\frac{1}{rC_3\omega_1}\cos(\omega_1 t+\theta) + \sin(\omega_1 t+\theta)\right]\right\}.$$

Folosind expresiile (25) și (28) ale tensiunilor după momentul străpungerii, ecuația tensiunii la bornele întregului izolant $U_1(t)$ se calculează în relația

$$U_1(t) = U_2(t) + U_3(t),$$

se găsește

$$U_1(t) = \frac{U_0}{C_2+C_3}\left[\overbrace{C_3 + N\frac{1}{\sqrt{1+\tau^2\omega_1^2}}\left(\frac{1}{r\omega_1} + \tau C_3\omega_1\right) - M\left(C_3 - \frac{\tau}{r}\right)}^{=C_2} + \right.$$

$$\left. + M\left(C_3 - \frac{\tau}{r} + C_2\right)e^{-\frac{t}{\tau}} - N\frac{1}{r\omega_1}\cos(\omega_1 t+\theta) + (C_2+C_3)N\sin(\omega_1 t+\theta)\right].$$

Variația anterior dedusă trebuie să conducă la $t = 0$ la valoarea tensiunii stabilizate la bornele izolantului înaintea străpungerii. Se găsește:

$$U_1(0) = \frac{U_0}{C_2+C_3}\left[C_3 + N\frac{1}{\sqrt{1+\tau^2\omega_1^2}}\left(\frac{1}{r\omega_1} + \tau C_3\omega_1\right) + MC_2 - \right.$$

$$\left. - N\frac{1}{r\omega_1}\cos\theta + (C_2+C_3)N\sin\theta - N\frac{1}{r\omega_1}\cos\theta + C_3 N\sin\theta\right] =$$

$$= -N\frac{1}{\sqrt{1+\tau^2\omega_1^2}}\left(\frac{1}{r\omega_1} + \tau C_3\omega_1\right),$$

$$C_2(M + N\sin\theta) = C_2\left[\frac{1+\tau^2\omega_2^2}{1+\tau^2\omega_1^2} + \frac{\tau}{\omega_1}\cdot\frac{\omega_2^2-\omega_1^2}{\sqrt{1+\tau^2\omega_1^2}}\cdot\frac{\operatorname{tg}\theta}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\theta}}\right] =$$

$$= C_2\left[\frac{1+\tau^2\omega_2^2}{1+\tau^2\omega_1^2} + \frac{\tau}{\omega_1}\cdot\frac{\omega_2^2-\omega_1^2}{\sqrt{1+\tau^2\omega_1^2}}\cdot\frac{-\omega_1\tau}{\sqrt{1+\tau^2\omega_1^2}}\right] = C_2,$$

adică

$$U_1(0) = U_0,$$

ceea ce era de aşteptat.

Folosind notaţiile (6) şi (12) se găsesc următoarele elemente :

$$C_2 + C_3 - \frac{\tau}{r} = \frac{C_2^2}{C_1+C_2}; \quad C_3 - \frac{\tau}{r} = -\frac{C_1C_2}{C_1+C_2},$$

$$N\frac{1}{r\omega_1} = \frac{\tau}{r\omega_1^2}\cdot\frac{\omega_2^2-\omega_1^2}{\sqrt{1+\tau^2\omega_1^2}} = \frac{C_2^2}{C_1+C_2}\cdot\frac{1}{\sqrt{1+\tau^2\omega_1^2}},$$

$$M\left(C_3 - \frac{\tau}{r}\right) = -\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}\cdot\frac{1+\tau^2\omega_2^2}{1+\tau^2\omega_1^2},$$

$$M\left(C_2 + C_3 - \frac{\tau}{r}\right) = \frac{C_2^2}{C_1+C_2}\cdot\frac{1+\tau^2\omega_2^2}{1+\tau^2\omega_1^2},$$

întrucît

$$\frac{\omega_2^2-\omega_1^2}{\omega_1^2} = \omega_2^2\left(\frac{1}{\omega_2^2} - \frac{1}{\omega_1^2}\right) = \frac{C_2^2}{C_1C_2 + C_1C_3 + C_2C_3}.$$

Expresia finală a tensiunii la bornele izolantului după momentul străpungerii este, după o serie de transformări elementare şi folosind relaţia unghiulară :

$$\Psi = \operatorname{arctg}\frac{C_2^2}{C_1+C_2}\cdot\frac{r\omega_1}{1+\tau^2\omega_2^2}, \tag{29}$$

$$U_1(t) = U_0\frac{C_2^2}{(C_2+C_3)(C_1+C_2)}\left[\frac{(C_2+C_3)(C_1+C_2)}{C_2^2} + \right. \tag{30}$$

$$\left. + \frac{1+\tau^2\omega_2^2}{1+\tau^2\omega_1^2}\,e^{-\frac{t}{\tau}} - \sqrt{\frac{1+r^2(C_2+C_3)^2\omega_1^2}{1+\tau^2\omega_1^2}}\cdot\cos(\omega_1 t + \Psi)\right].$$

Punînd în evidență tensiunea U_{AB_0} de străpungere a vacuolei, tensiune care se poate determina statistic funcție de numărul, forma și distribuția vacuolelor se găsește relația

$$U_1(t) = U_{CD_0} + U_{AB_0} \cdot \frac{C_2}{C_1 + C_2} \left[\frac{1 + \tau^2\omega_2^2}{1 + \tau^2\omega_1^2} \, e^{-\frac{t}{\tau}} - \right. \tag{31}$$

$$\left. - \sqrt{\frac{1 + \tau^2 (C_2 + C_3)^2 \, \omega_1^2}{1 + \tau^2\omega_1^2}} \cdot \cos(\omega_1 t + \Psi) \right].$$

Expresia (31) dedusă, deși asemănătoare ca formă cu (9), relație cunoscută din literatură, reflectă însă o desfășurare mult mai complexă a fenomenului real, în care influența sursei de alimentare se face simțită prin prezența binomului cosinusoidal cu frecvența

$$f = \frac{1}{2\pi \sqrt{L_s (C_1 + C_2)}}$$

și a factorului multiplicator al exponențialei $e^{-\frac{t}{\tau}}$.

Este interesant de subliniat că atunci cînd sursa de alimentare se consideră deconectată înainte de amorsarea procesului, relația (31) se reduce la (9), cu observația că în acest caz

$$L_s = \infty \qquad \text{și} \qquad \omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = 0\,; \qquad \Psi = 0.$$

Pentru o serie de calcule practice ca și pentru aprecieri calitative ale fenomenului, este avantajos ca formula (30) să fie transformată după cum urmează

$$U_1(t) = U_{CD_0} + U_{AB_0} \cdot \frac{C_2}{C_1 + C_2} \cdot \frac{1 + \tau^2\omega_2^2}{1 + \tau^2\omega_1^2} \left[e^{-\frac{t}{\tau}} - \right. \tag{32}$$

$$\left. - \frac{\sqrt{(1 + \tau^2\omega_1^2)\left(1 + \tau^2 \frac{\omega_2^4}{\omega_1^2}\right)}}{1 + \tau^2\omega_1^2} \cos(\omega_1 t + \Psi) \right].$$

Metoda II. Pentrul obținerea formulelor (30) sau (32) s-a făcut o aproximație în determinarea originalului funcției (22) și anume în aproximarea numitorului cu produsul a doi factori cu rădăcinile $\pm i\omega_1$ și $-\frac{1}{\tau}$.

În anexă se arată mai multe căi pentru obținerea rădăcinilor polinomului

$$f(p) = p^3 + p^2 \frac{L_S}{r} \omega_3^2 + p\omega_2^2 + \frac{L_S}{r} \omega_1^2 \omega_3^2. \tag{33}$$

După cum se dovedește în anexă polinomul $f(p)$ are o singură rădăcină reală

$$p_1 = -\frac{1}{\tau_1} = -\alpha, \tag{34}$$

și două rădăcini imaginar complex conjugate

$$p_{2,3} = \frac{1}{2}\alpha - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\tau} \pm i\omega_4. \tag{35}$$

Principala trăsătură pe care o impune această formă a rădăcinilor va fi amortizarea termenului sinusoidal din relațiile (30) și (32) și bineînțeles modificarea coeficienților constanți din aceste relații (s-a arătat că $\frac{1}{\tau} > \frac{1}{\tau_1}$ deci $\mathcal{R}e\, p_{2,3} < 0$).

Cu valorile (34) și (35) ale rădăcinilor imaginea curentului care parcurge canalul de descărcare se transformă în

$$i(p) = \frac{C_2}{C_2 + C_3} \cdot \frac{U_0}{r} \cdot \frac{p^2 + \omega_2^2}{\left(p + \frac{1}{\tau_1}\right)\left[\left(p - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\tau}\right)^2 + \omega_4^2\right]}. \tag{22''}$$

Funcția originală a acestei imagini este

$$i(t) = \frac{C_2}{C_2 + C_3} \cdot \frac{U_0}{r}\left[M_1 e^{-\frac{t}{\tau_1}} + N_1 e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_1}\right)t} \cdot \sin(\omega_4 t + \theta_1)\right], \tag{36}$$

cu semnificațiile

$$M_1 = \frac{4(1 + \tau_1^2\omega_2^2)}{\left(\frac{\tau_1}{\tau} - 3\right)^2 + 4\tau_1^2\omega_4^2},$$

$$N_1 = \frac{\tau_1}{\omega_4}\sqrt{\frac{\left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_1}\right)^4 + 4\omega_2^2\left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_1}\right)^2 + 4(\omega_2^2 - \omega_4^2)^2}{\left(\frac{\tau_1}{\tau} - 3\right)^2 + 4\tau_1^2\omega_4^2}}, \tag{37}$$

$$\theta_1 = \operatorname{arctg} \frac{4\,\omega_4 \left(\frac{1}{\tau_1} - \frac{1}{\tau}\right)}{\left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_1}\right)^2 - 4\omega_4^2 + 4\,\omega_2^2} + \operatorname{arctg} \frac{2\,\tau_1\omega_4}{3 - \frac{\tau_1}{\tau}}.$$

Aplicînd raționamentele și notațiile folosite în cadrul primei metode se obțin următoarele expresii; calculele sînt date în anexe:

$$U_{AB}(t) = \frac{C_2}{C_2 + C_3}\, U_0 [M_1 e^{-\frac{t}{\tau}} + N_1 e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_1}\right)t} \cdot \sin(\omega_4 t + \theta_1)], \quad (38)$$

$$i_2(t) = \frac{C_2}{C_2 + C_3}\, U_0 \left\{\left(\frac{1}{r} - \frac{C_3}{\tau_1}\right) M e^{-\frac{t}{\tau_1}} + N_1 e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{\tau_1}\right)t} \times \right.$$
$$\left. \times \left\{\left[\frac{1}{r} - \frac{C_3}{2}\left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_1}\right)\right] \sin(\omega_4 t + \theta_1) + C_3\omega_4 \cos(\omega_4 t + \theta_1)\right\}\right\}, \quad (39)$$

$$i_3(t) = -\frac{C_2 C_3}{C_2 + C_3}\, U_0 \left\{-\frac{1}{\tau_1} M_1 e^{-\frac{t}{\tau_1}} + N_1 e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_1}\right)t} \times \right.$$
$$\left. \times \left[\omega_4 \cos(\omega_4 t + \theta_1) - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_1}\right) \sin(\omega_4 t + \theta_1)\right]\right\}, \quad (40)$$

$$U_2(t) = \frac{C_3}{C_2 + C_3}\, U_0 \left\{1 + \left(\frac{\tau_1}{rC_3} - 1\right) M_1 (1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}}) + \right.$$
$$\left. + N_1 \sqrt{\frac{\left(1 - \frac{\tau_1}{\tau} + 2\,\frac{\tau_1}{rC_3}\right)^2 + 4\,\tau_1^2\omega_4^2}{\left(1 - \frac{\tau_1}{\tau}\right)^2 + 4\,\tau_1^2\omega_4^2}} [\sin \Psi_1 - e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_1}\right)t} \times \sin(\omega_4 t + \Psi_1)]\right\}, \quad (41)$$

în care:

$$\Psi_1 = \operatorname{arctg} \frac{4\,\omega_4\tau_1\left(1 - \frac{\tau_1}{\tau}\right)}{\left(1 - \frac{\tau_1}{\tau}\right)^2 - 4\,\tau_1^2(\omega_4^2 - \omega_2^2)} + \operatorname{arctg} \frac{2\,\tau_1\omega_4}{3 - \frac{\tau_1}{\tau}} +$$
$$+ \operatorname{arctg} \frac{2\,\omega_4\tau_1}{\left(\frac{\tau_1}{\tau} - 1\right)\left[1 - \frac{rC_3}{2\,\tau_1}\left(\frac{\tau_1}{\tau} - 1\right)\right]}, \quad (42)$$

$$U_1(t) = \frac{C_3}{C_2 + C_3} U_0 \left\{ 1 + \frac{C_2}{C_3} + M \left(1 + \frac{C_2}{C_3} - \frac{\tau_1}{rC_3} \right) e^{-\frac{t}{\tau_1}} + \right.$$

$$+ N_1 e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_1}\right)t} \cdot \left[\frac{C_2}{C_3} \sin(\omega_4 t + \theta_1) - \right.$$

$$\left. \left. - \sqrt{\frac{\left(1 - \frac{\tau_1}{\tau} + 2\frac{\tau_1}{rC_3}\right)^2 + 4\tau_1^2\omega_4^2}{\left(1 - \frac{\tau_1}{\tau}\right)^2 + 4\tau_1^2\omega_4^2}} \cdot \sin(\omega_4 t + \Psi_1) \right] \right\}. \qquad (43)$$

Formula dedusă anterior descrie o variație a tensiunii de tipul celei din figura 9 alăturată.

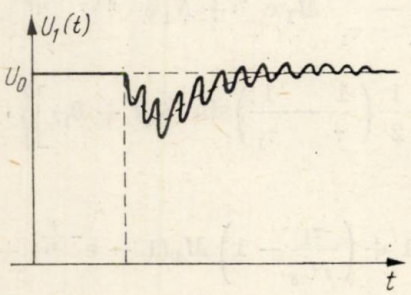


Fig. 9. — Variația reală a tensiunii la bornele izolantului.

Principala intervenție a sursei este ridicarea din nou a tensiunii la bornele izolantului pînă la valoarea anterioară străpungerii, U_0. În același timp inductanța acesteia introduce niște oscilații de înaltă frecvență de pulsație ω_4 care pot aduce mari dificultăți în oscilografierea fenomenului.

Constantele de M_1, N_1, τ, θ_1, Ψ_1, sînt date de relațiile (37), (42), (6) iar τ_1 și ω_4 se obțin cu formulele de mai jos deduse în anexa A_3.

$$\frac{1}{\tau_1} = + \frac{1}{3\tau} \left[1 + \sqrt[3]{\frac{1}{2}(2 - 9\tau^2\omega_2^2 + 27\tau^2\omega_1^2) - \sqrt{108\tau^6\omega_2^6 - \right.$$

$$- 27\tau^4\omega_2^4 - 486\tau^4\omega_2^2\omega_1^2 + 792\tau^4\omega_1^4 + 108\tau^2\omega_1^2} + \sqrt[3]{\frac{1}{2}(2 - 9\tau^2\omega_2^2 + \qquad (44)$$

$$\left. + 27\tau^2\omega_1^2) + \sqrt{108\tau^6\omega_2^6 - 27\tau^4\omega_2^4 - 486\tau^4\omega_2^2\omega_1^2 + 792\tau^4\omega_1^4 + 108\tau^2\omega_1^2} \right],$$

$$\omega_4 = \frac{\sqrt{3}}{6} \cdot \frac{1}{\tau} \left[\sqrt[3]{\frac{1}{2}(2 - 9\tau^2\omega_2^2 + 27\tau^2\omega_1^2) - \sqrt{108\tau^6\omega_2^6 - 27\tau^4\omega_2^4 - 486\tau^4\omega_2^2\omega_1^2 + 792\tau^4\omega_1^4 + 108\tau^2\omega_1^2}} - \sqrt[3]{\frac{1}{2}(2 - 9\tau^2\omega_2^2 + 27\tau^2\omega_1^2) + \sqrt{108\tau^6\omega_2^6 - 27\tau^4\omega_2^4 - 486\tau^4\omega_2^2\omega_1^2 + 792\tau^4\omega_1^4 + 108\tau^2\omega_1^2}} \right]. \quad (45)$$

Se pot folosi cu suficientă exactitate și formulele de mai jos obținute în cadrul anexelor pe o cale grafo-analitică de aproximare a cubicei de la numitorul imaginii lui $i(t)$:

$$\tau_1 = \tau \frac{1 + \tau^2 \omega_2^2}{1 + \tau^2 \omega_1^2}, \quad (44')$$

$$\omega_4 = \sqrt{\frac{\tau_1}{\tau} \omega_1^2 - \frac{1}{4}\left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_1}\right)^2}. \quad (45')$$

A doua relație (45′) este utilizabilă și atunci cînd constanta de timp a amortizării se deduce pe cale grafică din intersecții de curbe.

C. CONCLUZII

Cu aceste elemente variația tensiunii $U_1(t)$ la bornele izolantului în cazul străpungerii vacuolei devine complet cunoscută.

Se observă că relația (43) obținută descrie un fenomen care diferă substanțial de cel prezentat în formula cunoscută în literatură nu numai la valori numerice propriu-zise ci și chiar în desfășurare calitativă. Astfel este posibil că după o primă scădere, destul de mică a tensiunii să apară creșteri ale ei, creșteri datorate frecvenței înalte a termenului sinusoidal.

În același timp este de remarcat faptul că, spre deosebire de termenul exponențial care se amortizează cu constanta de timp τ_1, termenul pseudoarmonic are o constantă de timp mult mai mare $\frac{\tau_1 \tau}{2[\tau_1 - \tau]}$ ea fiind de cel puțin patru ori mai mare. Este posibil chiar, în cazul prezenței în izolant a mai multor vacuole, ca străpungerea lor să se facă succesiv înainte de amortizarea procesului tranzitoriu provocat de fiecare dintre ele. Aceasta va duce la o variație de durată a tensiunii la bornele izolantului care în cazul folosirii unor scheme de măsură adecvate poate fi sesizată. În această situație străpungerea vacuolei este semnalată de minimul curbei medii a procesului tranzitoriu.

Metoda prezentată împreună cu dezvoltările sale matematice se poate aplica și în cazul cînd tensiunea aplicată izolantului este alterna-

tivă. În acest caz tensiunea la bornele capacității C_3 înainte de amorsarea străpungerii se scrie

$$U_{AB_0} = U_{\sim} \sin(\omega t + \theta),$$

unde $U_{\sim} \cdot \sin\theta$ reprezintă valoarea tensiunii de străpungere a vacuolei.

ANEXE

A.1. Calculul tensiunii $u_2(t)$

$$U_2(t) = \frac{U_0}{C_2 + C_3}\left\{\left(\frac{1}{r} - \frac{C_3}{\tau_1}\right) M_1 \int e^{-\frac{t}{\tau_1}} \cdot dt + N_1\left[\frac{1}{r} - \frac{C_3}{2}\left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_1}\right)\right] \times \right.$$

$$\times \int e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_1}\right)t} \cdot \sin(\omega_4 t + \theta)\, dt +$$

$$\left. + N_1 C_3 \omega_4 \int e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_1}\right)t} \cdot \cos(\omega_4 t + \theta) dt \right\} + A,$$

se introduce unghiul auxiliar

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{C_3\omega_4}{\frac{1}{r} - \frac{C_3}{2}\left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_1}\right)}.$$

Expresia curentului $i_2(t)$ devine

$$i_2(t) = \frac{C_2}{C_2 + C_3} U_0 \left\{\left(\frac{1}{r} - \frac{C_3}{\tau_1}\right) M_1 e^{-\frac{t}{\tau_1}} + \right.$$

$$\left. + N_1 \sqrt{\left[\frac{1}{r} - \frac{C_3}{2}\left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_1}\right)\right]^2 + C_3^2 \omega_4^2} \times e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_1}\right)t} \cdot \sin(\omega_4 t + \theta + \varphi)\right\},$$

se află

$$U_2(t) = \frac{U_0}{C_2 + C_3}\left\{\left(\frac{1}{r} - \frac{C_3}{\tau_1}\right) M_1 \int e^{-\frac{t}{\tau_1}} dt + \right.$$

$$\left. + N_1 \sqrt{\left[\frac{1}{r} - \frac{C_3}{2}\left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_1}\right)\right]^2 + C_3^2 \omega_4^2} \times \int e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_1}\right)t} \cdot \sin(\omega_4 t + \theta + \varphi) dt \right\} + A.$$

Pentru calculul integralelor de forma

$$I_1 = \int e^{-\lambda x} \cdot \sin \mu x\, dx,$$

se folosește integrala auxiliară

$$I_2 = \int e^{-\lambda x} \cdot \cos \mu x \, dx.$$

Se integrează ambele:

$$I_1 = -\frac{1}{\lambda} e^{-\lambda x} \cdot \sin \mu x + \frac{\mu}{\lambda} \int e^{-\lambda x} \cdot \cos \mu x \, dx = -\frac{1}{\lambda} e^{-\lambda x} \cdot \sin \mu x + \frac{\mu}{\lambda} I_2,$$

$$I_2 = -\frac{1}{\lambda} e^{-\lambda x} \cos \mu x - \frac{\mu}{\lambda} \int e^{-x\lambda} \cdot \sin \mu x \, dx = -\frac{1}{\lambda} e^{-\lambda x} \cdot \cos \mu x - \frac{\mu}{\lambda} I_1.$$

Se rezolvă sistemul alăturat:

$$\lambda I_1 - \mu I_2 = -e^{-\lambda x} \cdot \sin \mu x,$$

$$\mu I_1 - \lambda I_2 = -e^{-\lambda x} \cdot \cos \mu x,$$

și se găsește

$$I_1 = -\frac{1}{\sqrt{\lambda^2 + \mu^2}} e^{-\lambda x} \cdot \sin (\mu x + \varepsilon),$$

$$I_2 = -\frac{1}{\sqrt{\lambda^2 + \mu^2}} e^{-\lambda x} \cdot \cos (\mu x + \varepsilon).$$

În aceste relații:

$$\lambda = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_1}\right); \quad \mu = \omega_4; \quad \operatorname{tg} \varepsilon = \frac{\omega_4}{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_1}\right)},$$

deci

$$U_2(t) = \frac{U_0}{C_2 + C_3} \left\{ - \tau_1 \left(\frac{1}{r} - \frac{C_3}{\tau_1}\right) M_1 e^{-\frac{t}{\tau_1}} - \right.$$

$$- N_1 \sqrt{\frac{\left[\frac{1}{r} - \frac{C_3}{2}\left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_1}\right)\right]^2 + C_3^2 \omega_4^2}{\frac{1}{4}\left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_1}\right)^2 + \omega_4^2}} \times$$

$$\left. \times e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_1}\right) t} \cdot \sin (\omega_4 t + \theta + \varphi + \varepsilon) \right\} + A.$$

Se observă că dacă se notează cu

$$\Psi = \varepsilon + \varphi,$$

atunci

$$\operatorname{tg}\Psi = \frac{2\omega_4}{\left[\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_1}\right]\left[1 - \frac{C_3 r}{2}\left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_1}\right)\right]}.$$

Pentru determinarea lui A se pune condiția inițială

$$U_2(0) = U_0 \frac{C_3}{C_2 + C_3}$$

Rezultă

$$A = \frac{U_0 C_3}{C_2 + C_3}\left\{1 + \tau_1\left(\frac{1}{rC_3} - \frac{1}{\tau_1}\right) M_1 + \right.$$

$$\left. + N_1 \sqrt{\frac{\left[\frac{1}{rC_3} - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_1}\right)\right]^2 + \omega_4^2}{\frac{1}{4}\left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_1}\right)^2 + \omega_4^2}} \cdot \sin(\theta + \Psi)\right\}.$$

Se deduce

$$U_2(t) = U_0 \frac{C_3}{C_2 + C_3}\left\{1 + \tau_1\left(\frac{1}{rC_3} - \frac{1}{\tau_1}\right) M_1 (1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}}) + \right.$$

$$+ N_1 \sqrt{\frac{\left[\frac{1}{rC_3} - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_1}\right)\right]^2 + \omega_4^2}{\frac{1}{4}\left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_1}\right)^2 + \omega_4^2}} [\sin(\theta + \Psi) -$$

$$\left. - e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_1}\right) t} \cdot \sin(\omega_4 t + \theta + \Psi)]\right\}.$$

A 2. *Calculul tensiunii* $U_1(t)$

$$U_1(t) = U_2(t) + U_{AB}^{\tau}(t),$$

$$U_1(t) = U_0 \frac{C_3}{C_2 + C_3} \Bigg\{ 1 + \left(\frac{\tau}{rC_3} - 1 \right) M_1 +$$

$$+ N_1 \Bigg| \sqrt{\frac{\left(1 + \frac{\tau_1}{\tau} + 2\frac{\tau_1}{rC_3}\right)^2 + 4\tau_1^2\omega_4^2}{\left(1 - \frac{\tau_1}{\tau}\right)^2 + 4\tau_1^2\omega_4^2}} \cdot \sin\Psi_1 +$$

$$+ M_1 \left(1 + \frac{C_2}{C_3} - \frac{\tau_1}{rC_3}\right) e^{-\frac{t}{\tau_1}} + N_1 e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_1}\right)t} \cdot \Bigg[\frac{C_2}{C_3} \sin(\omega_4 t + \theta_1) -$$

$$- \Bigg| \sqrt{\frac{\left(1 - \frac{\tau_1}{\tau} + 2\frac{\tau_1}{rC_3}\right)^2 + 4\tau_1^2\omega_4^2}{\left(1 - \frac{\tau_1}{\tau}\right)^2 + 4\tau_1^2\omega_4^2}} \cdot \sin(\omega_4 t + \Psi_1) \Bigg] \Bigg\}.$$

Cu ajutorul relațiilor (36), (39), (40) și a alăturatei formule

$$i_1 = -C_1 \frac{dU_1}{dt},$$

se observă că toți curenții schemei sînt de forma

$$i(t) = \lambda_1 e^{-\beta_1 t} + \lambda_2 e^{-\beta_2 t},$$

unde λ_1 și λ_2 sînt niște constante care conțin ca factor termeni sinusoidali.

Rezultă că întregul proces tranzitoriu amorsat de străpungerea vacuolei se amortizează, curenții devin foarte mici, parțial nuli și la bornele izolantului se va afla din nou tensiunea sursei direct U_0.

Se deduce de aici că

$$U_1(t)\Big|_{t=\infty} = U_0.$$

Rezultă

$$U_0 = U_0 \frac{C_3}{C_2 + C_3} \left[1 + \left(\frac{\tau}{rC_3} - 1 \right) M_1 + \right.$$

$$\left. + N_1 \sqrt{\frac{\left(1 - \frac{\tau_1}{\tau} + 2\frac{\tau_1}{rC_3}\right)^2 + 4\tau_1^2\omega_4^2}{\left(1 - \frac{\tau_1}{\tau}\right)^2 + 4\tau_1^2\omega_4^2}} \cdot \sin\Psi_1 \right].$$

De aici rezultă

$$\left(\frac{\tau_1}{rC_3} - 1 \right) M_1 + N_1 \sqrt{\frac{\left(1 - \frac{\tau_1}{\tau} + 2\frac{\tau_1}{rC_3}\right)^2 + 4\tau_1^2\omega_4^2}{\left(1 - \frac{\tau_1}{\tau}\right)^2 + 4\tau_1^2\omega_4^2}} \cdot \sin\Psi_1 = \frac{C_2}{C_3} .$$

La aceeaşi concluzie se ajunge dacă se calculează expresia de mai sus ţinîndu-se seama de semnificaţia notaţiilor folosite şi de faptul că τ_1 şi ω_4 sînt rădăcini sau componente ale rădăcinilor polinomului (33). Aceasta înseamnă că :

$$\tau_1^{-3} + \tau_1^{-2}\tau^{-1} + \tau_1^{-1}\omega_2^2 + \tau^{-1}\omega_1^2 = 0,$$

$$\left[\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_1} \right) \pm i\omega_4 \right]^3 + \left[\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_1} \right) \pm i\omega_4 \right]^2 \tau^{-1} +$$

$$+ \left[\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_1} \right) + i\omega_4 \right] \omega_2^2 + \tau^{-1}\omega_1^2 = 0.$$

În acest sens, expresia tensiunii la bornele izolantului devine în acest proces tranzitoriu

$$U_1(t) = U_0 \frac{C_3}{C_2 + C_3} \left\{ 1 + \frac{C_2}{C_3} + M_1 \left(1 + \frac{C_2}{C_3} - \frac{\tau_1}{rC_3} \right) e^{-\frac{t}{\tau_1}} + \right.$$

$$\left. + N_1 e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_1}\right)t} \cdot \left[\frac{C_2}{C_3} \sin(\omega_4 t + \theta_1) - \right. \right.$$

$$-\sqrt{\frac{\left(1-\frac{\tau_1}{\tau}+2\frac{\tau_1}{rC_3}\right)^2+4\tau_1^2\omega_4^2}{\left(1-\frac{\tau_1}{\tau}\right)^2+4\tau_1^2\omega_4^2}}\cdot\sin(\omega_4 t+\Psi_1)\Bigg]\Bigg\}.$$

A 3. *Calculul rădăcinilor polinomului* $f(p)$

A 3.1. Polinomul $f(p)$ din relația (33) este o ecuație de gradul 3

$$f(p)=p^3+\frac{1}{\tau}p^2+\omega_2^2 p+\frac{1}{\tau}\omega_1^2=p(p^2+\omega_2^2)+(p^2+\omega_1^2)\frac{1}{\tau}\cdot$$

Dacă se introduce notația:

$$\omega_2^2=\omega_1^2+\Delta\omega^2,$$

$$\Delta\omega^2=\frac{1}{L_S\dfrac{C_1C_2+C_1C_3+C_2C_3}{C_2+C_3}}-\frac{1}{L_S(C_2+C_2)}=$$

$$=\frac{C_2^2}{L_S(C_1C_2+C_2C_3+C_1C_3)(C_1+C_2)}>0,$$

$$f(p)=p(p^2+\omega_1^2+\Delta\omega^2)+(p^2+\omega_1^2)\frac{1}{\tau}=(p^2+\omega_1^2)\left(p+\frac{1}{\tau}\right)+p\Delta\omega^2,$$

atunci

$$f(p)=y_1(p)+y_2(p).$$

În notația de mai sus

$$y_1(p)=(p^2+\omega_1^2)\left(p+\frac{1}{\tau}\right),$$

este o cubică care taie axele în punctele $\left[-\frac{1}{\tau};0\right]$ și $\left[0;\frac{1}{\tau}\omega_1^2\right]$ și cu punctul de inflexiune în $\left[-\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{\tau};\frac{2}{3}\frac{1+9\tau_1^2\omega_1^2}{9\tau^3}\right]$.

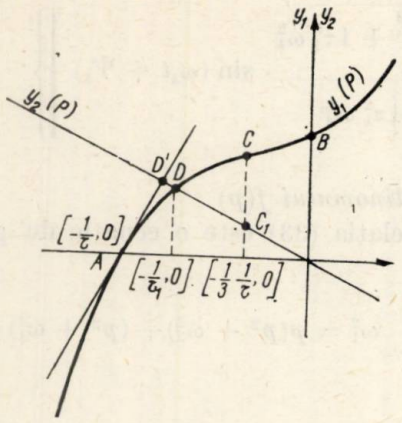


Fig. A.3 — Calculul rădăcinilor ecuației caracteristice.

Funcția $y_2(p) = -p\Delta\omega_2{}^2$ este o dreaptă care trece prin origine și este situată în cadranele II și IV, coeficientul ei unghiular fiind negativ.

După cum se observă imediat cele două curbe au un singur punct real de intersecție, punctul D. Cu alte cuvinte polinomul $f(p)$ are o rădăcină reală $-\frac{1}{\tau}$ și două rădăcini imaginar conjugate.

Se mai observă din analiza expresiilor lui y_1 și y_2 că

$$y_1\left(-\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{\tau}\right) > y_2\left(-\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{\tau}\right),$$

de unde rezultă că intersecția curbelor și deci rădăcina căutată se găsește în intervalul $\left[-\frac{1}{3}\frac{1}{\tau};-\frac{1}{\tau}\right]$ deci în apropierea punctului A, întrucît panta lui $y_1(p)$ este foarte mică fiind proporțională cu C_2^2, care este el însuși o valoare mică.

A 3.2. Pentru aflarea valorii $\frac{1}{\tau_1}$, se poate adopta spre exemplu o metodă de soluționare grafică prin trasarea curbelor y_1 și y_2 și deducerea abscisei intersecției lor.

A 3.3. Se pot folosi și formulele lui Cardan aplicabile pentru ecuațiile de gradul III cu o singură rădăcină reală, după cum urmează

$$f(p) = p^3 + \frac{1}{\tau}p^2 + p\omega_2^2 + \frac{1}{\tau}\omega_1^2 = 0,$$

se notează cu :

$$\lambda_1 = \frac{1}{3}\omega_2^2 - \frac{1}{9}\cdot\frac{1}{\tau^2} = \frac{1}{9\tau^2}(3\tau^2\omega_2^2 - 1),$$

$$\mu_1 = \frac{1}{27}\cdot\frac{1}{\tau^3} - \frac{1}{6}\cdot\frac{1}{\tau^2}\omega_2^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\tau}\omega_1^2 = \frac{1}{54\tau^3}[2 - 9\tau^2\omega_2^2 + 27\tau^2\omega_1^2],$$

$$\Delta = \lambda_1^3 + \mu_1^2 = \frac{1}{2916\,\tau^4}\,[108\,\tau^4\omega_2^6 - 27\,\tau^2\,\omega_2^4 - 486\,\tau^2\,\omega_2^2\omega_1^2 + \\ + 792\,\tau^4\omega_1^4 + 108\,\omega_1^2].$$

Cu aceste elemente se obține soluția căutată

$$p_1 = -\frac{1}{\tau_1} = -\frac{1}{3\tau}\left[1 + \sqrt[3]{\frac{1}{2}(2 - 9\,\tau^2\omega_2^2 + 27\,\tau^2\omega_1^2) - \sqrt{108\,\tau^6\omega_2^6 - }}\right.$$

$$\overline{- 27\,\tau^4\omega_2^4 - 486\,\tau^4\omega_1^2\omega_2^2 + 792\,\tau^4\omega_1^4 + 108\,\tau^2\omega_1^2} + \sqrt[3]{\frac{1}{2}(2 - 9\,\tau^2\,\omega_2^2 +}$$

$$\left. + 27\,\tau^2\omega_1^2) + \sqrt{108\,\tau^6\omega_2^6 - 27\,\tau^4\omega_2^4 - 486\,\tau^4\omega_1^2\omega_2^2 + 792\,\tau^4\omega_1^4 + 108\,\tau^2\omega_1^2}\right].$$

Din această formă a rădăcinii p_1 se observă că ea este mai mare în valoarea absolută decît $\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{\tau}$ și că deci aprecierea făcută anterior cu privire la intersecția curbelor $y_1(p)$ și $y_2(p)$ este din nou justificată.

Celelalte două rădăcini complex conjugate se obțin cu relația:

$$p_{2,3} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\tau_1} - \frac{1}{\tau}\right) \pm \mathrm{i}\,\omega_4,$$

$$p_{2,3} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\tau_1} - \frac{1}{\tau}\right) \mp \mathrm{i}\,\frac{\sqrt{3}}{6}\cdot\frac{1}{\tau}\left[\sqrt[3]{\frac{1}{2}(2 - 9\,\tau^2\omega_2^2 + 27\,\tau^2\omega_1^2) - }\right.$$

$$\sqrt{108\,\tau^6\omega_2^6 - 27\,\tau^4\omega_2^4 - 486\,\tau^4\omega_2^2\omega_1^2 + 792\,\tau^4\omega_1^4 + 108\,\tau^2\omega_1^2} -$$

$$- \sqrt[3]{\frac{1}{2}(2 - 9\,\tau^2\omega_2^2 + 27\,\tau^2\omega_1^2) - \sqrt{108\,\tau^6\omega_2^6 - 27\,\tau^4\omega_2^4 - }}$$

$$\left. \overline{- 486\,\tau^4\omega_1^2\,\omega_2^2 + 792\,\tau^4\omega_1^4 + 108\,\tau^2\,\omega_1^2}\right].$$

Întrucît este îndeplinită condiția

$$y_1\left(-\frac{2}{3\,\tau}\right) > y_2\left(-\frac{2}{3\,\tau}\right),$$

atunci rădăcina p_1 se poate calcula prin aproximație și din intersecția tangentei în punctul A la cubică cu dreapta $y_2(p)$.

Inegalitatea condiție se transformă în

$$\frac{(2C_2^2 - C_1C_2 - C_1C_3 - C_2C_3)(C_1C_2 + C_2C_3 + C_1C_3)}{(C_1 + C_2)^3} < \frac{4}{9}\,\frac{L_s}{r^2}.$$

Se observă că, întrucît $C_2 \ll C_3$ și $C_2 < C_1$ primul membru al inegalității este totdeauna negativ deci condiția este întotdeauna îndeplinită.

Panta tangentei la cubică în punctul A este

$$m_A = y_1'\left(-\frac{1}{\tau}\right) = 3\frac{1}{\tau^2} - 2\frac{1}{\tau^2} + \omega_1^2 = \frac{1+\tau^2\omega_1^2}{\tau^2}.$$

Ecuaţia tangentei este:

$$y = m_A\left(p + \frac{1}{\tau}\right) = \frac{1+\tau^2\omega_1^2}{\tau^2}\left(p + \frac{1}{\tau}\right),$$

$$y_2 = -p\Delta\omega^2,$$

$$\frac{1+\tau^2\omega_1^2}{\tau^2}\left(p_1' + \frac{1}{\tau}\right) + p_1'\Delta\omega^2 = 0.$$

Rezultă următoarea soluţie aproximativă

$$p_1' = -\frac{1}{\tau_1} = -\frac{1}{\tau}\cdot\frac{1+\tau^2\omega_1^2}{1+\tau^2\omega_2^2}.$$

Odată calculat τ_1 pulsaţia ω_4 din partea imaginară a celorlalte două rădăcini, se determină prin identificarea de mai jos

$$\left(p + \frac{1}{\tau_1}\right)\left\{\left[p + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_1}\right)\right]^2 + \omega_4^2\right\} \equiv p^3 + \frac{1}{\tau}p^2 + \omega_2^2 p + \frac{1}{\tau}\omega_1^2.$$

fiind egală cu

$$\omega_4 = \sqrt{\frac{\tau_1}{\tau}\omega_1^2 - \frac{1}{4}\left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_1}\right)^2}.$$

BIBLIOGRAFIE

1. L. Domenach, *Câbles à 380 kV pour Centrales electriques et sous — stations*, Fortschritte der Hochspannungstechnik, *2*, 380 kV — Drehtstromubertragung, Akademische Verlags — gesellschaft, Leipzig. 1954.
2. L. I. Sirotinski, *Tehnica tensiunilor înalte*, Vol. II, Edit. tehnică, Bucureşti, 1954.
3. Widmann Werner, *Aprecierea şi mărimea efectului corona la încercarea izolaţiei*, ETZ-A *23* (1960).
4. H. Gsodam, *Măsura şi evaluarea impulsurilor datorate conturnărilor parţiale în dielectric* Elin Zeitschrift, Viena, *2* (1961).
5. I. I. Teumin, *Îndreptar privind regimurile electrice tranzitorii*, Bucureşti, Edit. tehnică, 1956

PARAMETRII TERMICI TRANZITORII AI PERETELUI CILINDRIC

G. SIMIONESCU

536.2

În lucrare se studiază soluțiile de răspuns tranzitoriu ale unui perete cilindric omogen traversat radial de un flux termic în condiții de frontieră date fie de temperaturile pe fețele peretelui, fie de fluxurile de căldură pe aceste fețe. Se determină tripolii electrici echivalenți, impedanțele și admitanțele lor, de asemenea conductanțele, rezistențele și capacitățile tranzitorii ale peretelui.

Fenomenele de conducție termică și fenomenele de conducție electrică prezintă analogie locală numai în cazul regimului staționar.

Pentru regimul termic nestaționar este posibilă stabilirea analogiei dacă sistemul termic cercetat poate fi asimilat cu un element de rețea termică [2]. În aceste condiții ecuațiile care pot fi scrise la nivelul suprafeței de separație a elementului termic cu n borne evidențiază existența analogiei acestuia cu elementul de rețea electrică [1] avînd $n + 1$ borne [2]. Această analogie permite să se stabilească pentru soluția de răspuns termic tranzitoriu [2], [3] a elementului de rețea termică modele care sînt elemente de rețea electrică caracterizate de parametrii tranzitorii avînd proprietăți ce rezultă din ecuațiile cîmpului termic referitoare la elementul studiat.

1. FORMELE OPERAȚIONALE ALE RELAȚIILOR DINTRE MĂRIMILE TERMICE DE INTRARE ȘI IEȘIRE PENTRU CAZUL UNUI PERETE CILINDRIC

Fie un perete cilindric omogen al cărui material prezintă o conductivitate termică λ, o căldură specifică c, și o greutate specifică γ cunoscute și ale cărui suprafețe laterale îl separă de două medii izoterme cu temperaturile $\theta_1(t)$ și $\theta_2(t)$ variabile în timp (fig. 1).

În regim variabil, datorită simetriei axiale (atît geometrică cît și termică) temperatura în interiorul peretelui $\theta\ (r,\ t)$ depinde numai de distanța r de la axa peretelui ($R_1 \leqslant r \leqslant R_2$) și de timpul t, peretele fiind

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 2, p. 405—428, 1974

traversat de un flux de căldură variabil $\varphi(r, t)$ a cărui densitate $\boldsymbol{q}(r, t)$ este un vector dirijat radial.

Un astfel de perete reprezintă un element pasiv de rețea termică, în sensul teoriei generale prezentate în lucrarea [2], și în particular un dipol termic, adică un conductor termic a cărui interacțiune cu exteriorul are loc prin două fețe izoterme S_1 $(r = R_1)$ și $S_2(r = R_2)$ numite borne termice.

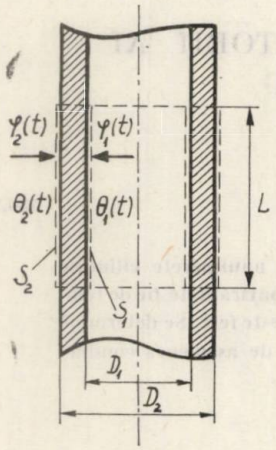


Fig. 1

Stabilirea relațiilor dintre mărimile termice definite la bornele elementului este realizabilă sub o formă comodă, atît din punctul de vedere matematic cît și din acela al analogiilor posibile cu relațiile stabilite pentru mărimile la borne ale elementelor de rețea electrică [1], utilizînd transformarea Laplace și calculul operațional.

Considerînd că repartiția inițială a temperaturilor $\theta(M, 0-)$ este constantă pentru elementul considerat, deci că $\theta(M, 0-) = \theta^0$, ecuațiile cîmpului termic variabil:

$$\begin{cases} \boldsymbol{q} = -\lambda \operatorname{grad} \theta, \\ \operatorname{div} \boldsymbol{q} = -\gamma c \dfrac{\partial \theta}{\partial t}, \end{cases} \tag{1.1}$$

conduc la ecuațiile operaționale:

$$\begin{cases} \boldsymbol{Q} = -\lambda \operatorname{grad} \Theta, \\ \operatorname{div} \boldsymbol{Q} = -\gamma c p \Theta + \gamma c \theta^0, \end{cases} \tag{1.2}$$

în care

$$\Theta(M, p) = \mathfrak{L}[\theta(M, t)],$$

$$\boldsymbol{Q}(M, p) = \mathfrak{L}(\boldsymbol{q}(M, t)],$$

sau:

$$\begin{cases} \boldsymbol{Q} = -\lambda \operatorname{grad} V, \\ \operatorname{div} \boldsymbol{Q} = -\gamma c p V, \end{cases} \tag{1.3}$$

în care $V(M, p) = \Theta(M, p) - \dfrac{\theta^0}{p}$, reprezintă imaginea soluției de răspuns termic tranzitoriu [2], [3].

Cu ajutorul acestor ecuații se obțin ecuațiile de ordinul II

$$\operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} \Theta) = \gamma c p \Theta - \gamma c \theta^0, \tag{1.4}$$

respectiv

$$\operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} V) = \gamma c p V, \tag{1.5}$$

a căror rezolvare ne furnizează relaţiile dintre mărimile la borne ale elementului pe baza cărora se pot stabili analogiile cu elementele de reţea electrică.

Avînd în vedere simetria amintită, rezultă $V = V(r, p)$, şi prin utilizarea sistemului de coordonate cilindrice ecuaţia (1.5) devine

$$r^2 \frac{d^2V}{dr^2} + r \frac{dV}{dr} - \frac{p}{a} r^2 V = 0, \tag{1.6}$$

în care $a = \dfrac{\lambda}{\gamma c}$ reprezintă difuzibilitatea termică.

Soluţia acestei ecuaţii este de forma

$$V(r, p) = AJ_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}\, r\right) + BY_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}\, r\right), \tag{1.7}$$

constantele de integrare A şi B rezultînd din condiţiile la borne ale elementului termic.

Presupunînd date temperaturile pe feţele cilindrului se obţine:

$$V(R_1, p) = V_1(p) = \mathfrak{L}[v_1(t)] = \mathfrak{L}[\theta_1(t) - \theta^0],$$
$$V(R_2, p) = V_2(p) = \mathfrak{L}[v_2(t)] = \mathfrak{L}[\theta_2(t) - \theta^0], \tag{1.8}$$

şi imaginea soluţiei de răspuns tranzitoriu va fi:

$$V(r,p) = \frac{V_2 Y_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}\, R_1\right) - V_1 Y_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}\, R_2\right)}{J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}\, R_2\right) Y_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}\, R_1\right) - J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}\, R_1\right) Y_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}\, R_2\right)} J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}\, r\right) +$$
$$+ \frac{V_1 J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}\, R_2\right) - V_2 J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}\, R_1\right)}{J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}\, R_2\right) Y_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}\, R_1\right) - J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}\, R_1\right) Y_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}\, R_2\right)} Y_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}\, r\right). \tag{1.9}$$

Relaţia (1.9) permite determinarea imaginii Laplace a densităţii de flux termic

$$\boldsymbol{Q} = \boldsymbol{u}_r \lambda \left[\frac{V_2 Y_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right) - V_1 Y_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)}{J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)Y_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right) - J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)Y_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)} \sqrt{-\frac{p}{a}} J_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}r\right) \right. \tag{1.1}$$

$$\left. + \frac{V_1 J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right) - V_2 J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)}{J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)Y_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right) - J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)Y_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)} \sqrt{-\frac{p}{a}}\, Y_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}r\right) \right],$$

cu ajutorul căreia imaginile Laplace ale fluxurilor termice la borne, definite prin relaţiile :

$$\Phi_1(p) = -\int_{S_1} \boldsymbol{Q}\delta\boldsymbol{A} = 2\pi R_1 LQ\,|_{r=R_1},$$

$$\Phi_2(p) = -\int_{S_2} \boldsymbol{Q}\delta\boldsymbol{A} = -2\pi R_2 LQ\,|_{r=R_2}, \tag{1.11}$$

se scriu sub forma :

$$\Phi_1(p) = 2\pi R_1 L\lambda \sqrt{-\frac{p}{a}} \left[\frac{J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)Y_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right) - J_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)Y_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)}{J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)Y_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right) - J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)Y_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)} V_1(p) + \right. \tag{1.12}$$

$$\left. + \frac{J_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)Y_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right) - J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)Y_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)}{J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)Y_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right) - J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)Y_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)} V_2(p) \right],$$

$$\Phi_2(p) = 2\pi R_2 L\lambda \sqrt{-\frac{p}{a}} \left[\frac{J_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)Y_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right) - J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)Y_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)}{J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)Y_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right) - J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)Y_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)} V_1(p) + \right. \tag{1.13}$$

$$\left. + \frac{J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)Y_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right) - J_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)Y_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)}{J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)Y_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right) - J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)Y_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)} V_2(p). \right.$$

Relaţiile (1.12), (1.13) pot fi considerate relaţii intrare-ieşire [3], înţelegînd că mărimile de intrare sînt $V_1(p)$ şi $V_2(p)$, iar mărimile de ieşire $\Phi_1(p)$ şi $\Phi_2(p)$. Scrierea acestor relaţii sub forma :

$$\begin{cases} \Phi_1(p) = Y_{11}(p) \cdot V_1(p) + Y_{12}(p) \cdot V_2(p), \\ \Phi_2(p) = Y_{21}(p) \cdot V_1(p) + Y_{22}(p) \cdot V_2(p), \end{cases} \tag{1.14}$$

permite punerea în evidenţă a admitanţelor termice operaţionale de intrare :

$$Y_{11}(p)=2\pi R_1 L\lambda\sqrt{-\frac{p}{a}}\,\frac{J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)Y_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)-J_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)Y_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)}{J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)Y_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)-J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)Y_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)}, \tag{1.15}$$

$$Y_{22}(p)=2\pi R_2 L\lambda\sqrt{-\frac{p}{a}}\,\frac{J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)Y_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)-J_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)Y_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)}{J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)Y_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)-J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)Y_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)},$$

şi de transfer :

$$Y_{12}(p)=2\pi R_1 L\lambda\sqrt{-\frac{p}{a}}\,\frac{J_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)Y_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)-J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)Y_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)}{J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)Y_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)-J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)Y_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)}, \tag{1.16}$$

$$Y_{21}(p)=2\pi R_2 L\lambda\sqrt{-\frac{p}{a}}\,\frac{J_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)Y_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)-J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)Y_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)}{J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)Y_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)-J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)Y_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)}.$$

Ţinînd cont de identitatea cunoscută

$$J_1(x)\,Y_0(x)-J_0(x)\,Y_1(x)=\frac{2}{\pi x},$$

rezultă

$$Y_{12}(p)=Y_{21}(p)=\frac{4L\lambda}{J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)Y_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)-J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)Y_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)}, \tag{1.17}$$

în acord cu teorema reciprocităţii [2].

Ecuaţiile (1.14) pot fi scrise şi sub forma [2] :

$$\begin{cases} \Phi_1(p) = Y_{r11}(p)\cdot[V_1(p) - \widetilde{V}(p)] + Y_{r12}(p)\cdot[V_2(p) - \widetilde{V}(p)], \\ \Phi_2(p) = Y_{r21}(p)\cdot[V_1(p) - \widetilde{V}(p)] + Y_{r22}(p)\cdot[V_2(p) - \widetilde{V}(p)], \end{cases} \tag{1.18}$$

coeficienţii acestor relaţii, fiind :

$$Y_{r11}(p) = Y_{11}(p) + \frac{Y_{10}^2(p)}{pC_0 - Y_0(p)},$$

$$Y_{r12}(p) = Y_{r21}(p) = Y_{12}(p) + \frac{Y_{10}(p)\,Y_{20}(p)}{pC_0 - Y_0(p)}, \tag{1.19}$$

$$Y_{r22}(p) = Y_{22}(p) + \frac{Y_{20}^2(p)}{pC_0 - Y_0(p)},$$

cu :

$$Y_{10}(p) = Y_{11}(p) + Y_{12}(p),$$

$$Y_{20}(p) = Y_{22}(p) + Y_{21}(p),$$

$$Y_0(p) = Y_{10}(p) + Y_{20}(p),$$

$$C_0 = \pi R_1^2 (m^2 - 1)\, L\lambda \frac{1}{a}.$$

Mărimile $Y_{rij}(p)$ se numesc admitanţe reduse de intrare $(i = j)$ şi de transfer $(i \neq j)$, iar $\widetilde{V}(p)$ este imaginea Laplace a temperaturii medii relative la starea iniţială, a cărei expresie rezultă din teorema bilanţului termic [2]

$$\widetilde{V}(p) = \frac{1}{pC_0}\Phi_0(p) = \frac{1}{pC_0}[\Phi_1(p) + \Phi_2(p)] = \widetilde{\Theta}(p) - \frac{\theta^0}{p}. \tag{1.20}$$

Considerîndu-se cunoscute fluxurile primite pe feţele cilindrului, deci :

$$\Phi(R_1, p) = \Phi_1(p) = \mathfrak{L}[\varphi_1(t)],$$

$$\Phi(R_2, p) = \Phi_2(p) = \mathfrak{L}[\varphi_2(t)], \tag{1.21}$$

obţinem :

$$\boldsymbol{Q} = -\boldsymbol{u}_r \lambda \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}r} = \boldsymbol{u}_r \lambda \sqrt{-\frac{p}{a}}\left[AJ_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}r\right) + BY_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}r\right)\right],$$

şi atunci :

$$\Phi_1(p) = 2\pi R_1 L\lambda \sqrt{-\frac{p}{a}}\left[AJ_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right) + BY_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)\right],$$

$$\Phi_2(p) = -2\pi R_2 L\lambda \sqrt{-\frac{p}{a}}\left[AJ_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right) + BY_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)\right]. \tag{1.22}$$

Aceste relaţii permit determinarea constantelor de integrare A şi B. Efectuînd calculele se obţine soluţia operaţională

$$(r,p) = \frac{\Phi_1 Y_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)\frac{1}{R_1} + \Phi_2 Y_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)\frac{1}{R_2}}{2\pi L\lambda\sqrt{-\frac{p}{a}}\left[J_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)Y_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right) - J_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)Y_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)\right]} J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}r\right) -$$

$$- \frac{\Phi_1 J_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)\frac{1}{R_1} + \Phi_2 J_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)\frac{1}{R_2}}{2\pi L\lambda\sqrt{-\frac{p}{a}}\left[J_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)Y_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right) - J_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)Y_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)\right]} Y_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}r\right), \tag{1.23}$$

cu ajutorul căreia se poate scrie :

$$_1(p) = \frac{J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)Y_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right) - J_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)Y_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)}{2\pi R_1 L\lambda\sqrt{-\frac{p}{a}}\left[J_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)Y_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right) - J_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)Y_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)\right]}\Phi_1(p) +$$

$$+ \frac{J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)Y_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right) - J_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)Y_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)}{2\pi R_2 L\lambda\sqrt{-\frac{p}{a}}\left[J_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)Y_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right) - J_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)Y_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)\right]}\Phi_2(p), \tag{1.24}$$

$$V_2(p)=\frac{J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)Y_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)-J_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)Y_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)}{2\pi R_1 L\lambda\sqrt{-\frac{p}{a}}\left[J_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)Y_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)-J_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)Y_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)\right]}\Phi_1(p)+$$

(1.25)

$$+\frac{J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)Y_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)-J_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)Y_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)}{2\pi R_2 L\lambda\sqrt{-\frac{p}{a}}\left[J_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)Y_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)-J_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)Y_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)\right]}\Phi_2(p),$$

adică relaţii intrare-ieşire înţelegînd că mărimile de intrare sînt $\Phi_1(p)$ şi $\Phi_2(p)$, iar mărimile de ieşire $V_1(p)$ şi $V_2(p)$.

Relaţiile (1.24) şi (1.25) mai pot fi scrise sub forma:

$$\begin{cases} V_1(p) = Z_{11}(p)\cdot\Phi_1(p) + Z_{12}(p)\cdot\Phi_2(p), \\ V_2(p) = Z_{21}(p)\cdot\Phi_1(p) + Z_{22}(p)\cdot\Phi_2(p), \end{cases} \tag{1.26}$$

coeficienţii din membrul drept fiind impedanţele termice operaţionale de intrare:

$$Z_{11}(p)=\frac{J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)Y_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)-J_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)Y_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)}{2\pi R_1 L\lambda\sqrt{-\frac{p}{a}}\left[J_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)Y_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)-J_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)Y_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)\right]},$$

(1.27)

$$Z_{22}(p)=\frac{J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)Y_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)-J_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)Y_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)}{2\pi R_2 L\lambda\sqrt{-\frac{p}{a}}\left[J_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)Y_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)-J_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)Y_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)\right]},$$

şi de transfer:

$$Z_{12}(p)=\frac{J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)Y_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)-J_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)Y_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)}{2\pi R_2 L\lambda\sqrt{-\frac{p}{a}}\left[J_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)Y_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)-J_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)Y_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)\right]}.$$

(1.28)

$$Z_{21}(p)=\frac{J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)Y_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)-J_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)Y_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)}{2\pi R_1 L\lambda\sqrt{-\frac{p}{a}}\left[J_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)Y_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)-J_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)Y_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)\right]},$$

care avînd în vedere identitatea amintită anterior, sînt egale

$$Z_{12}(p) = Z_{21}(p) =$$

$$= \frac{1}{\pi^2 R_1 R_2 L \lambda \frac{p}{a}\left[J_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)Y_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right) - J_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)Y_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)\right]}, \tag{1.29}$$

în acord cu teorema de reciprocitate [2].

Conform teoriei generale [2], ecuaţiile (1.26) pot fi scrise şi sub forma :

$$\begin{cases} V_1(p) - \widetilde{V}(p) = Z_{r11}(p)\cdot\Phi_1(p) + Z_{r12}(p)\cdot\Phi_2(p), \\ V_2(p) - \widetilde{V}(p) = Z_{r21}(p)\cdot\Phi_1(p) + Z_{r22}(p)\cdot\Phi_2(p), \end{cases} \tag{1.30}$$

coeficienţii acestor relaţii :

$$\begin{aligned} Z_{r11}(p) &= Z_{11}(p) - \frac{1}{pC_0}, \\ Z_{r12}(p) &= Z_{r21}(p) = Z_{12}(p) - \frac{1}{pC_0}, \\ Z_{r22}(p) &= Z_{22}(p) - \frac{1}{pC_0}, \end{aligned} \tag{1.31}$$

fiind impedanţele termice reduse de intrare (indici egali) şi de transfer (indici diferiţi).

Matricile $\|Z\|$ şi $\|Y\|$ respectiv $\|Z_r\|$ şi $\|Y_r\|$ sînt evident inverse, adică :

$$\begin{cases} \|Z\|\cdot\|Y\| = \|\delta\|, \\ \|Z_r\|\cdot\|Y_r\| = \|\delta\|. \end{cases} \tag{1.32}$$

Relaţiile intrare-ieşire considerate mai sus au forma ecuaţiilor operaţionale ale cuadripolului cu două porţi (cuadripol diport) adică cele ale tripolului electric.

Dealtfel, în acord cu teoria generală, schemele electrice echivalente ale peretelui sînt tripoli electrici [2], [3]. Elementele acestor scheme vor fi nefiliforme deoarece admitanţele termice (1.15), (1.17) şi impedanţele termice (1.27), (1.29) sînt funcţiuni transcendente de variabilă complexă

şi deci nu vor putea fi realizate fizic decît utilizînd un număr infinit de elemente ideale cu parametrii concentraţi.

2. PARAMETRII TRANZITORII AI PERETELUI CILINDRIC

2.1. REZISTENŢELE TRANZITORII ALE PERETELUI

Conform teoriei generale [2], originalele :

$$r_{11}(t) = \mathfrak{L}^{-1}\left[\frac{Z_{11}(p)}{p}\right] =$$

$$= \mathfrak{L}^{-1}\left[\frac{J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)Y_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right) - J_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)Y_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)}{2\pi R_1 L\lambda p\sqrt{-\frac{p}{a}}\left[J_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)Y_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right) - J_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)Y_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)\right]}\right] \tag{2.1}$$

$$r_{22}(t) = \mathfrak{L}^{-1}\left[\frac{Z_{22}(p)}{p}\right] =$$

$$= \mathfrak{L}^{-1}\left[\frac{J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)Y_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right) - J_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)Y_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)}{2\pi R_2 L\lambda p\sqrt{-\frac{p}{a}}\left[J_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)Y_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right) - J_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)Y_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)\right]}\right] \tag{2.2}$$

se numesc rezistenţe termice tranzitorii de intrare, iar originalele :

$$r_{12}(t) = r_{21}(t) = \mathfrak{L}^{-1}\left[\frac{Z_{12}(p)}{p}\right] =$$

$$= \mathfrak{L}^{-1}\left[\frac{1}{\pi^2 R_1 R_2 L\lambda\frac{p^2}{a}\left[J_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)Y_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right) - J_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_2\right)Y_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}R_1\right)\right]}\right], \tag{2.3}$$

se numesc rezistenţe termice tranzitorii de transfer (şi sînt egale în virtutea teoremei reciprocităţii).

Transformările inverse ale imaginilor care intervin în relaţiile (2.1), (2.2) şi (2.3) se obţin fără dificultate avînd în vedere că aceste imagini sînt raporturile unor funcţii întregi de p, fără zerouri comune.

Notînd $\xi = \sqrt{-\frac{p}{a}} R_1$ și $m = \frac{R_z}{R_1}$, se obține:

$$\frac{r_{11}(t)}{r_0} = \left[\frac{m^4}{(m^2-1)^2} - \frac{3m^2-1}{4(m^2-1)\ln m} \right] + \frac{t}{\tau} - \tag{2.4}$$

$$- \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\frac{2}{\ln m} e^{-\frac{(m^2-1)\ln m}{2} \xi_k^2 \frac{t}{\tau}}}{\xi_k^2 \left[\frac{J_1^2(\xi_k)}{J_1^2(m\xi_k)} - 1 \right]},$$

$$\frac{r_{22}(t)}{r_0} = \left[\frac{1}{(m^2-1)^2} + \frac{m^2-3}{4(m^2-1)\ln m} \right] + \frac{t}{\tau} - \tag{2.5}$$

$$- \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\frac{2}{\ln m} \frac{J_1^2(\xi_k)}{J_1^2(m\xi_k)} e^{-\frac{(m^2-1)\ln m}{2} \xi_k^2 \frac{t}{\tau}}}{m^2 \xi_k^2 \left[\frac{J_1^2(\xi_k)}{J_1^2(m\xi_k)} - 1 \right]},$$

$$\frac{r_{12}(t)}{r_0} = \left[\frac{m^2}{(m^2-1)^2} - \frac{m^2-1}{4(m^2-1)\ln m} \right] + \frac{t}{\tau} - \tag{2.6}$$

$$- \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\frac{2}{\ln m} \frac{J_1(\xi_k)}{J_1(m\xi_k)} e^{-\frac{(m^2-1)\ln m}{2} \xi_k^2 \frac{t}{\tau}}}{m \xi_k^2 \left[\frac{J_1^2(\xi_k)}{J_1^2(m\xi_k)} - 1 \right]},$$

în care ξ_k reprezintă rădăcinile ecuației transcendente: $J_1(\xi) Y_1(m\xi) - J_1(m\xi) Y_1(\xi) = 0$,

$$r_0 = \frac{\ln m}{2\pi L \lambda},$$

$$\tau = r_0 C_0 = \frac{R_1^2 (m^2-1) \ln m}{2a}.$$

Expresiile (2.4), (2.5), (2.6) nu sînt suficient convergente pentru micile valori de timp. În cazul peretelui studiat se pot găsi alte dezvoltări, mult mai convergente cînd $t < \tau$ utilizînd reprezentările asimptotice pentru valori mari ale argumentului funcţiilor Bessel ce figurează în imaginile parametrilor tranzitorii căutaţi.

În felul acesta se obţin :

$$\frac{r_{11}(t)}{r_0} \simeq \frac{2}{R_1 \ln m} \sqrt{\frac{at}{\pi}} \left[1 - \frac{\pi}{4R_1} \sqrt{\frac{at}{\pi}} + \frac{\pi}{4R_1^2} \frac{at}{\pi} - \frac{3\pi^2}{32R_1^3} \frac{at}{\pi} \sqrt{\frac{at}{\pi}} + \dots \right], \tag{2.7}$$

$$\frac{r_{22}(t)}{r_0} \simeq \frac{2}{R_2 \ln m} \sqrt{\frac{at}{\pi}} \left[1 + \frac{\pi}{4R_2} \sqrt{\frac{at}{\pi}} + \frac{\pi}{4R_2^2} \frac{at}{\pi} + \frac{3\pi^2}{32R_2^3} \frac{at}{\pi} \sqrt{\frac{at}{\pi}} + \dots \right], \tag{2.8}$$

$$\frac{r_{12}(t)}{r_0} = \frac{r_{21}(t)}{r_0} \simeq \frac{8}{\pi R_1 \sqrt{m} \ln m} \sqrt{\frac{at}{\pi}} \left[e^{-\frac{R_1^2 (m-1)^2}{4at}} - \right. \tag{2.9}$$

$$\left. - \frac{R_1 (m-1)}{2} \sqrt{\frac{\pi}{at}} \operatorname{erfc} \frac{R_1 (m-1)}{2\sqrt{at}} + \dots \right]$$

În expresia lui $r_{12}(t) = r_{21}(t)$ apare funcţia erorilor complementare $\operatorname{erfc} z = 1 - \operatorname{erf} z = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{t^2} \, dt$.

Dezvoltările (2.7), (2.8), (2.9) sînt foarte convergente pentru t mic şi deci pentru $t \ll \tau$ se pot reţine primii lor termeni obţinîndu-se astfel expresiile asimptotice ale rezistenţelor tranzitorii :

$$\frac{r_{11}(t)}{r_0} \simeq \frac{2}{R_1 \ln m} \sqrt{\frac{at}{\pi}} \; ; \quad \frac{r_{22}(t)}{r_0} \simeq \frac{2}{R_2 \ln m} \sqrt{\frac{at}{\pi}}, \tag{2.10}$$

$$\frac{r_{12}(t)}{r_0} = \frac{r_{21}(t)}{r_0} \simeq \frac{8}{\pi R_1 \sqrt{m} \ln m} \sqrt{\frac{at}{\pi}} \left[e^{-\frac{R_1^2 (m-1)^2}{4at}} - \right.$$

$$\left. - \frac{R_1 (m-1)}{2} \sqrt{\frac{\pi}{at}} \operatorname{erfc} \frac{R_1 (m-1)}{2\sqrt{at}} \right],$$

în timp ce pentru valori mari ale timpului se obțin din (2.4), (2.5), (2.6):

$$\frac{r_{11}(t)}{r_0} \simeq \frac{t}{\tau} + \left[\frac{m^4}{(m^2-1)^2} - \frac{3m^2-1}{4(m^2-1)\ln m}\right],$$

$$\frac{r_{22}(t)}{r_0} \simeq \frac{t}{\tau} + \left[\frac{1}{(m^2-1)^2} + \frac{m^2-3}{4(m^2-1)\ln m}\right], \qquad (2.11)$$

$$\frac{r_{12}(t)}{r_0} \simeq \frac{t}{\tau} + \left[\frac{m^2}{(m^2-1)^2} - \frac{m^2+1}{4(m^2-1)\ln m}\right].$$

Rezistențele tranzitorii relative $\frac{r_{11}(t)}{r_0}$, $\frac{r_{22}(t)}{r_0}$, $\frac{r_{12}(t)}{r_0}$ sînt reprezentate grafic în figura 2.

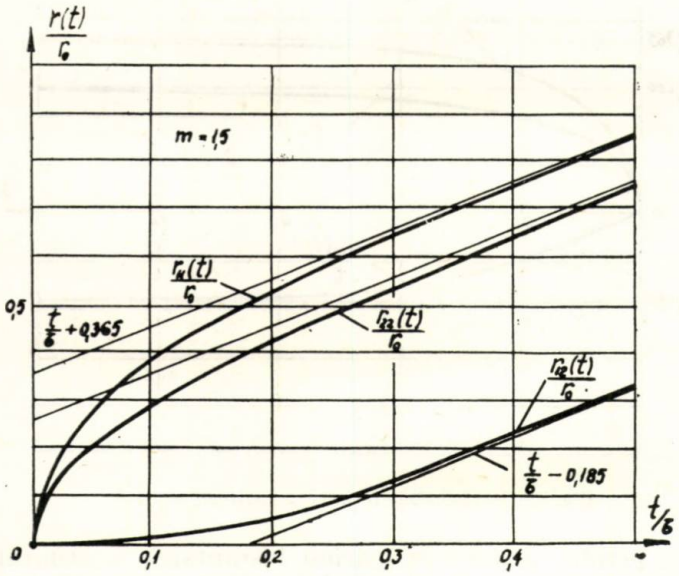


Fig. 2. — Rezistențele termice tranzitorii ale peretelui cilindric.

Cu ajutorul acestor rezistențe tranzitorii ecuațiile (1.26) se scriu în valori instantanee sub forma ecuațiilor Kirchhoff generalizate ale tripolului electric [3].

2.2. REZISTENȚELE TERMICE TRANZITORII REDUSE

Rezistențele termice tranzitorii reduse sînt definite conform teoriei generale [2] prin următoarele relații :

$$r_{r11}(t) = \mathfrak{L}^{-1}\left[\frac{Z_{r11}(p)}{p}\right] = \mathfrak{L}^{-1}\left[\frac{Z_{11}(p)}{p} - \frac{1}{p^2 C_0}\right] = r_{11}(t) - \frac{t}{C_0}, \qquad (2.12)$$

$$r_{r22}(t) = \mathfrak{L}^{-1}\left[\frac{Z_{r22}(p)}{p}\right] = \mathfrak{L}^{-1}\left[\frac{Z_{22}(p)}{p} - \frac{1}{p^2 C_0}\right] = r_{22}(t) - \frac{t}{C_0}, \qquad (2.13)$$

$$r_{r12}(t) = \mathfrak{L}^{-1}\left[\frac{Z_{r12}(p)}{p}\right] = \mathfrak{L}^{-1}\left[\frac{Z_{12}(p)}{p} - \frac{1}{p^2 C_0}\right] = r_{12}(t) - \frac{t}{C_0}. \qquad (2.14)$$

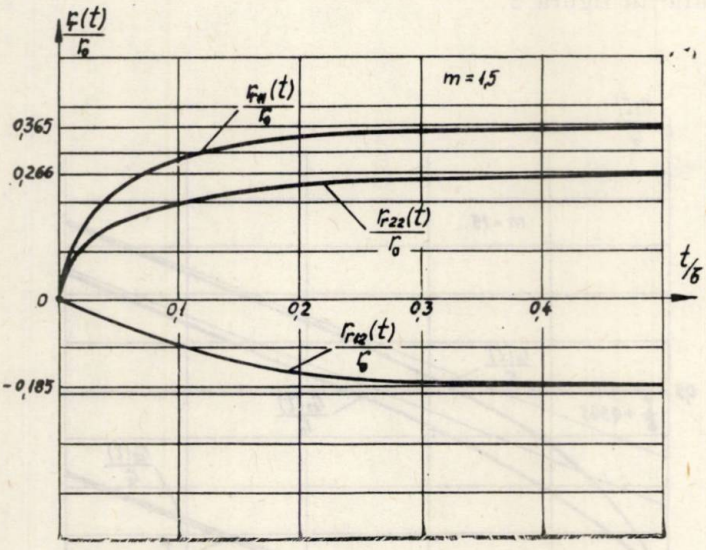


Fig. 3. — Rezistențele termice tranzitorii reduse.

Acestea permit scrierea în mărimi instantanee a ecuațiilor operaționale (1.30) sub forma ecuațiilor lui Kirchhoff generalizate ale tripolului electric redus [3].

2.3. CONDUCTANȚELE TRANZITORII ALE PERETELUI CILINDRIC

Admitanțelor termice de intrare (1.15) și de transfer (1.17) li se pot asocia conductanțe termice tranzitorii de intrare avînd

imaginile :

$$G_{11}(p) = \frac{Y_{11}(p)}{p} =$$

$$= \frac{1}{p} \frac{2\pi R_1 L\lambda \sqrt{-\frac{p}{a}} \left[J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}} R_2\right) Y_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}} R_1\right) - J_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}} R_1\right) Y_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}} R_2\right)\right]}{J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}} R_2\right) Y_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}} R_1\right) - J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}} R_1\right) Y_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}} R_2\right)}, \tag{2.15}$$

$$G_{22}(p) = \frac{Y_{22}(p)}{p} =$$

$$= \frac{1}{p} \frac{2\pi R_2 L\lambda \sqrt{-\frac{p}{a}} \left[J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}} R_1\right) Y_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}} R_2\right) - J_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}} R_2\right) Y_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}} R_1\right)\right]}{J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}} R_2\right) Y_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}} R_1\right) - J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}} R_1\right) Y_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}} R_2\right)},$$

şi respectiv conductanţele termice tranzitorii de transfer (egale conform teoremei de reciprocitate), avînd imaginile

$$G_{12}(p) = G_{21}(p) = \frac{Y_{12}(p)}{p} = \tag{2.16}$$

$$= \frac{4L\lambda}{p\left[J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}} R_2\right) Y_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}} R_1\right) - J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}} R_1\right) Y_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}} R_2\right)\right]}.$$

Se obţin astfel :

$$\frac{g_{11}(t)}{g_0} = 1 + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2 \ln m \, e^{-\frac{(m^2-1)\ln m}{2} \xi_i^2 \frac{t}{\tau}}}{\frac{J_0^2(\xi_i)}{J_0^2(m\xi_i)} - 1}, \tag{2.17}$$

$$\frac{g_{22}(t)}{g_0} = 1 + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2 \ln m \frac{J_0^2(\xi_i)}{J_0^2(m\xi_i)} e^{-\frac{(m^2-1)\ln m}{2} \xi_i^2 \frac{t}{\tau}}}{\frac{J_0^2(\xi_i)}{J_0^2(m\xi_i)} - 1}, \tag{2.18}$$

$$\frac{g_{12}(t)}{g_0} = -\left(1 + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2 \ln m \frac{J_0(\xi_i)}{J_0(m\xi_i)} e^{-\frac{(m^2-1)\ln m}{2} \xi_i^2 \frac{t}{\tau}}}{\frac{J_0^2(\xi_i)}{J_0^2(m\xi_i)} - 1} \right), \tag{2.19}$$

în care ξ_i reprezintă rădăcinile ecuației transcendente : $J_0(m\xi)\,Y_0(\xi) - J_0(\xi)Y_0(m\xi) = 0$,

$$g_0 = \frac{2\pi L\lambda}{\ln m} = \frac{1}{r_0},$$

$$\tau = \frac{C_0}{g_0} = \frac{R_1^2\,(m^2-1)\ln m}{2a}.$$

Expresiile asimptotice ale acestor conductanțe tranzitorii pentru valori mici de timp se obțin utilizînd reprezentările asimptotice pentru valori mari ale argumentului funcțiilor Bessel ce figurează în imaginile (2.15), (2.16).

Rezultă, pentru $t < \tau$:

$$\frac{g_{11}(t)}{g_0} \simeq \frac{R_1 \ln m}{\sqrt{\pi at}}\left[1 + \frac{1}{2R_1}\sqrt{\pi at} - \frac{1}{4\pi R_1^2}\,\pi at + \frac{1}{8\pi R_1^3}\pi at\sqrt{\pi at} - \ldots\right], \tag{2.20}$$

$$\frac{g_{22}(t)}{g_0} \simeq \frac{R_2 \ln m}{\sqrt{\pi at}}\left[1 - \frac{1}{2R_2}\sqrt{\pi at} - \frac{1}{4\pi R_2^2}\,\pi at - \frac{1}{8\pi R_2^3}\pi at\sqrt{\pi at} - \ldots\right], \tag{2.21}$$

$$\frac{g_{12}(t)}{g_0} \simeq -\frac{4\sqrt{m}\,R_1 \ln m}{\pi\sqrt{\pi at}}\left[e^{-\frac{R_1^2(m-1)^2}{4at}} + \frac{m-1}{8m}\frac{\sqrt{\pi at}}{R_1}\operatorname{erfc}\frac{R_1(m-1)}{2\sqrt{at}} - \ldots\right]. \tag{2.22}$$

Pentru valori mari ale timpului, din (2.17), (2.18), (2.19), se obțin

$$\frac{g_{11}(t)}{g_0} \simeq 1\,;\quad \frac{g_{22}(t)}{g_0} \simeq 1\,;\quad \frac{g_{12}(t)}{g_0} \simeq -1. \tag{2.23}$$

Conductanțele tranzitorii relative $\frac{g_{11}(t)}{g_0}$, $\frac{g_{22}(t)}{g_0}$, $\frac{g_{12}(t)}{g_0}$ sînt reprezentate grafic în figura 4.

Conductanțele termice tranzitorii permit scrierea în mărimi instantanee a ecuațiilor (1.14).

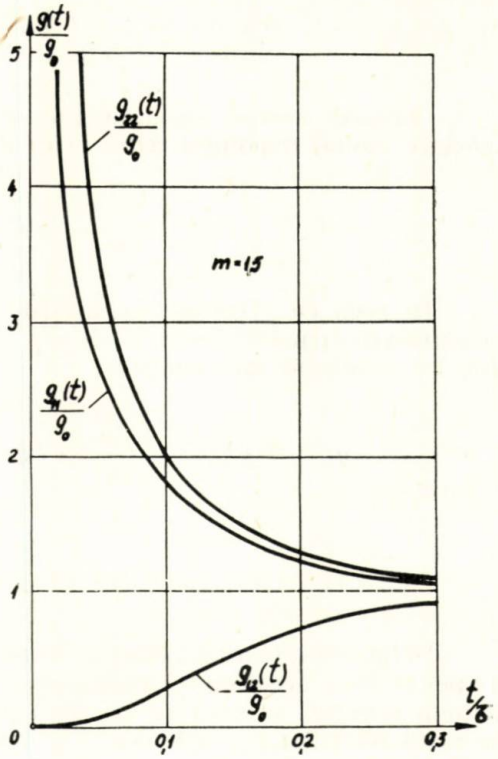


Fig. 4. — Conductanţele termice tranzitorii ale peretelui cilindric.

2.4. CONDUCTANŢELE TERMICE TRANZITORII REDUSE

Imaginile Laplace ale conductanţelor termice tranzitorii reduse sînt date conform teoriei generale [2], prin relaţiile :

$$G_{r11}(p) = \frac{1}{p}\left[Y_{11}(p) + \frac{Y_{10}^2(p)}{pC_0 - Y_0(p)} \right], \tag{2.24}$$

$$G_{r22}(p) = \frac{1}{p}\left[Y_{22}(p) + \frac{Y_{20}^2(p)}{pC_0 - Y_0(p)} \right], \tag{2.25}$$

$$G_{r12}(p) = \frac{1}{p}\left[Y_{12}(p) + \frac{Y_{10}(p)\, Y_{20}(p)}{pC_0 - Y_0(p)} \right]. \tag{2.26}$$

Datorită dificultăţilor matematice inversarea acestor imagini este posibilă numai cu ajutorul calculatoarelor.

2.5. INDUCTIVITĂȚILE ȘI CAPACITĂȚILE TERMICE TRANZITORII ALE PERETELUI CILINDRIC

Conform teoriei generale inductivitățile termice tranzitorii pot fi asociate numai tripolului redus echivalent și ele se determină cu relațiile

$$r_r(t) = r_r(\infty) + \frac{dl_r}{dt}; \quad l_r(t) = \int_0^t [r_r(t) - r_r(\infty)]dt. \tag{2.27}$$

În ceea ce privește capacitățile termice tranzitorii acestea pot fi asociate atît tripolului echivalent al peretelui cît și tripolului redus expresiile lor rezultînd din relațiile:

$$g(t) = g(\infty) + \frac{dc}{dt}; \quad c(t) = \int_0^t [g(t) - g(\infty)]\,dt. \tag{2.28}$$

3. CILINDRUL, CAZ PARTICULAR AL PERETELUI CILINDRIC

Determinarea admitanței și impedanței operaționale pentru cilindru și apoi pe baza acestora a parametrilor tranzitorii se poate face fie urmînd metoda generală prezentată în cazul peretelui cilindric, fie prin particularizarea relațiilor operaționale referitoare la peretele cilindric considerînd că $R_1 = 0$ și $\varphi_1(t) = 0$.

Într-adevăr se poate arăta cu ușurință că relațiile care se obțin particularizînd ecuațiile operaționale ale peretelui cilindric pentru $R_1 = 0$ și $\Phi_1(p) = 0$ sînt identice cu cele care s-ar fi obținut urmînd o cale analogă celei prezentate pentru peretele cilindric adică efectuînd un studiu direct asupra cilindrului.

Avînd în vedere cele arătate rezultă că cilindrul scufundat într-un mediu izoterm cu temperatura $\theta_2(t) \equiv \theta(t)$ reprezintă, din punctul de vedere al teoriei generale, un unipol termic adică un conductor termic a cărui interacțiune cu exteriorul se face printr-o singură față izotermă $S = S_2$ $(r = R_2 = R)$ numită bornă.

Particularizînd relațiile (1.15) și (1.17) se obține pentru cilindru:

$$Y_{11}(p) = 0,$$

$$Y_{22}(p) = -2\pi RL\lambda \sqrt{-\frac{p}{a}}\, \frac{J_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}\, R\right)}{J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}\, R\right)} = Y(p), \tag{3.1}$$

$$Y_{12}(p) = Y_{21}(p) = 0,$$

și deci ecuațiile (1.14) conduc la relația

$$\Phi_2(p) = Y_{22}(p) \cdot V_2(p),$$

care mai poate fi scrisă

$$\Phi(p) = Y(p) \cdot V(p), \tag{3.2}$$

cu

$$\Phi(p) \equiv \Phi_2(p),$$

$$V(p) \equiv V_2(p).$$

De asemenea prin particularizarea relațiilor (1.27) și (1.29) rezultă:

$$Z_{11}(p) = \infty,$$

$$Z_{22}(p) = -\frac{1}{2\pi RL\lambda} \frac{J_0\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}\, R\right)}{J_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}\, R\right)} = Z(p), \tag{3.3}$$

$$Z_{12}(p) = Z_{21}^{r}(p) = \infty,$$

și, în consecință, relațiile (1.26) conduc la

$$V_2(p) = Z_{22}(p) \cdot \Phi_2(p),$$

adică, cu notațiile făcute

$$V(p) = Z(p) \cdot \Phi(p). \tag{3.4}$$

Mărimile operaționale $Y(p)$ și $Z(p)$ care intervin în ecuațiile (3.2) și (3.4) reprezintă admitanța și respectiv impedanța cilindrului. Acestor ecuații, care de fapt reprezintă una și aceeași ecuație, le corespunde schema echivalentă a unipolului termic [1].

Admitanțele operaționale reduse (relațiile 1.19) precum și impedanțele operaționale reduse (relațiile 1.31) capătă în cazul cilindrului următoarele valori:

$$Y_{r11}(p) = 0,$$

$$Y_{r22}(p) = Y(p) + \frac{Y^2(p)}{pC_0 - Y(p)} = \frac{2\pi RL\lambda \sqrt{-\frac{p}{a}}\, J_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}\, R\right)}{J_2\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}\, R\right)} = Y_r(p), \tag{3.5}$$

$$Y_{r12}(p) = Y_{r21}(p) = 0,$$

şi respectiv :

$$Z_{r11}(p) = \infty,$$

$$Z_{r22}(p) = Z(p) - \frac{1}{pC_0} = \frac{J_2\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}\,R\right)}{2\pi RL\lambda\sqrt{-\frac{p}{a}}\,J_1\left(\sqrt{-\frac{p}{a}}\,R\right)} = Z_r(p), \tag{3.6}$$

$$Z_{r12}(p) = Z_{r21}(p) = \infty,$$

cu ajutorul cărora din ecuaţiile (1.18) şi (1.30) se obţin relaţiile

$$\Phi(p) = Y_r(p) \cdot [V(p) - \tilde{V}(p)], \tag{3.7}$$

şi respectiv

$$V(p) - \tilde{V}(p) = Z_r(p) \cdot \Phi(p), \tag{3.8}$$

în care

$$\tilde{V}(p) = \frac{1}{pC_0}\Phi(p).$$

Parametrii tranzitorii ai cilindrului se calculează avînd în vedere expresiile (3.1), (3.3), (3.5) şi (3.6) ale mărimilor operaţionale care intervin în relaţiile lor de definiţie. Prin inversarea imaginilor corespunzătoare (folosind metode similare celor utilizate la determinarea parametrilor tranzitorii în cazul peretelui cilindric) se obţin :

$$\frac{r(t)}{r_0} = \frac{t}{\tau} + \frac{1}{8}\left(1 - \sum_{k=1}^{\infty}\frac{8}{\xi_k^2}e^{-\xi_k^2\frac{t}{\tau}}\right), \tag{3.9}$$

$$\frac{g(t)}{g_0} = 4\sum_{i=1}^{\infty}e^{-\xi_i^2\frac{t}{\tau}}, \tag{3.10}$$

$$\frac{c(t)}{c_0} = \sum_{i=1}^{\infty}\frac{4}{\xi_i^2}(1 - e^{-\xi_i^2\frac{t}{\tau}}), \tag{3.11}$$

în care ξ_k reprezintă rădăcinile ecuaţiei

$$\frac{J_1(\xi)}{\xi} = 0,$$

ξ_i reprezintă rădăcinile ecuației $J_0(\xi) = 0$,

$$r_0 = \frac{1}{g_0} = \frac{1}{\pi L \lambda}; \quad \tau = r_0 C_0 = \frac{R^2}{a}; \quad c_0 = C_0.$$

Expresiile asimptotice ale parametrilor tranzitorii pentru valori mici ale timpului vor fi :

$$r(t) \simeq \frac{1}{\pi R L \lambda} \sqrt{\frac{at}{\pi}} \left[1 + \frac{\pi}{4R} \sqrt{\frac{at}{\pi}} + \frac{\pi}{4R^2} \frac{at}{\pi} + \dots \right], \tag{3.12}$$

$$g(t) \simeq 2\pi R L \lambda \frac{1}{\sqrt{\pi at}} \left[1 - \frac{\sqrt{\pi at}}{2R} - \frac{\pi at}{4\pi R^2} - \frac{\pi at \sqrt{\pi at}}{8\pi R^3} - \dots \right], \tag{3.13}$$

$$c(t) \simeq 4\pi R L \lambda \frac{1}{a} \sqrt{\frac{at}{\pi}} \left[1 - \frac{\pi}{4R} \sqrt{\frac{at}{\pi}} - \frac{\pi}{12R^2} \frac{at}{\pi} - \dots \right], \tag{3.14}$$

iar pentru valori mari ale timpului

$$r(t) \simeq r_0 \left(\frac{t}{\tau} + \frac{1}{8} \right); \quad g(t) \simeq 0; \quad c(t) \simeq C_0. \tag{3.15}$$

Reprezentările grafice corespunzătoare sînt date în figura 5.

Pentru parametrii termici tranzitorii reduși se obțin următoarele expresii :

$$\frac{r_r(t)}{r_0} = \frac{1}{8} \left(1 - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{8}{\xi_k^2} e^{-\xi_k^2 \frac{t}{\tau}} \right), \tag{3.16}$$

$$\frac{g_r(t)}{g_0} = 8 \left(1 + \sum_{h=1}^{\infty} \frac{1}{2} e^{-\xi_k^2 \frac{t}{\tau}} \right), \tag{3.17}$$

$$\frac{l_r(t)}{l_0} = -\frac{1}{192} \left(1 - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{192}{\xi_k^4} e^{-\xi_k^2 \frac{t}{\tau}} \right), \tag{3.18}$$

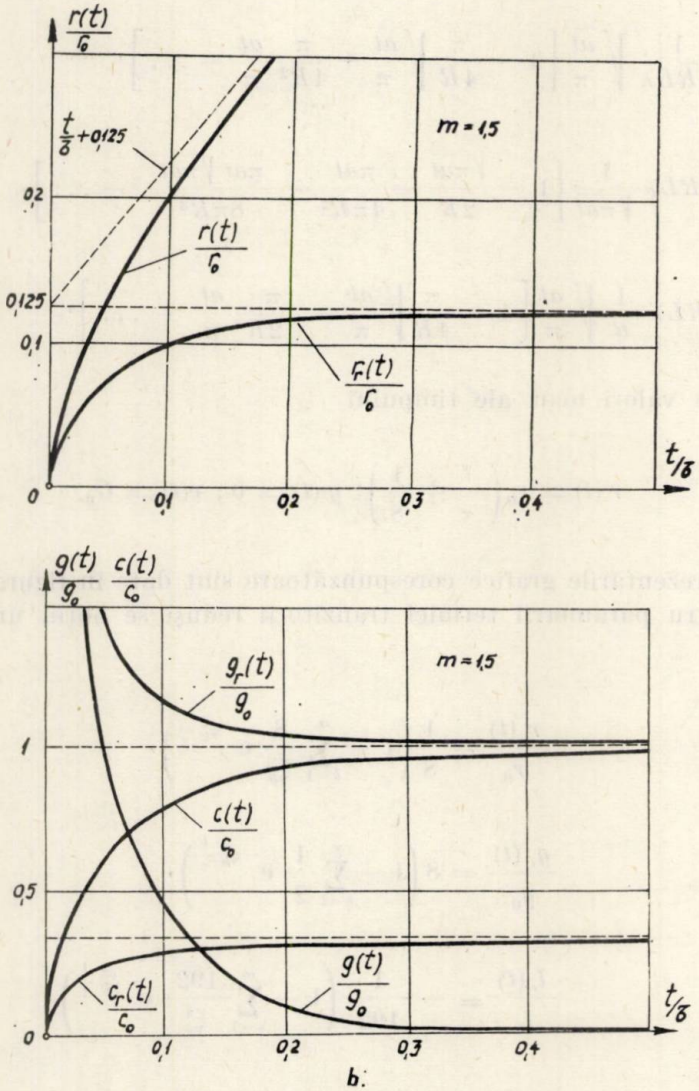
$$\frac{c_r(t)}{c_0} = \frac{1}{3} \left(1 - \sum_{h=1}^{\infty} \frac{12}{\xi_h^2} e^{-\xi_h^2 \frac{t}{\tau}} \right), \tag{3.19}$$

în care

$$l_0 = r_0^2 C_0 = \frac{R^2}{\pi L \lambda a},$$

ξ_k reprezintă rădăcinile ecuației $\dfrac{J_1(\xi)}{\xi} = 0$,

ξ_h reprezintă rădăcinile ecuației $\dfrac{J_2(\xi)}{\xi^2} = 0$.



b.

Fig. 5. — Parametrii tranzitorii ai cilindrului:

a — rezistențele termice tranzitorii;

b — conductanțele și capacitățile termice tranzitorii.

Expresiile asimptotice ale parametrilor tranzitorii reduși pentru valori mici ale timpului vor fi :

$$r_r(t) \simeq \frac{1}{\pi RL\lambda}\sqrt{\frac{at}{\pi}}\left[1 - \frac{3\pi}{4R}\sqrt{\frac{at}{\pi}} + \frac{\pi}{4R^2}\frac{at}{\pi} + \ldots\right], \tag{3.20}$$

$$g_r(t) \simeq 2\pi RL\lambda\frac{1}{\sqrt{\pi at}}\left[1 + \frac{3\sqrt{\pi at}}{2R} + \frac{15\pi at}{4\pi R^2} + \frac{15\pi at\sqrt{\pi at}}{8\pi R^3} + \ldots\right], \tag{3.21}$$

$$l_r(t) \simeq -\frac{t}{8\pi L\lambda}\left[1 - \frac{16}{3R}\sqrt{\frac{at}{\pi}} + \frac{3\pi}{R^2}\left(\frac{at}{\pi}\right) - \frac{4}{5R^3}\left(\frac{at}{\pi}\right)\sqrt{\frac{at}{\pi}} - \ldots\right], \tag{3.22}$$

$$c_r(t) \simeq 4\pi RL\lambda\frac{1}{a}\sqrt{\frac{at}{\pi}}\left[1 - \frac{5\pi}{4R}\sqrt{\frac{at}{\pi}} + \frac{5\pi}{4R^2}\frac{at}{\pi} + \frac{15\pi^2}{32R^3}\frac{at}{\pi}\sqrt{\frac{at}{\pi}} + \ldots\right], \tag{3.23}$$

ar pentru valori mari ale timpului :

$$r_r(t) \simeq \frac{1}{8\pi L\lambda}\,;\; g_r(t) \simeq 8\pi L\lambda\,;\; l_r(t) \simeq -\frac{1}{192\pi L\lambda\dfrac{a}{R^2}}\,;\; c_r(t) \simeq \frac{C_0}{3}\,. \tag{3.24}$$

Cu ajutorul parametrilor tranzitorii și al parametrilor tranzitorii reduși ecuațiile (3.2), (3.4) și respectiv (3.7), (3.8) capătă în valori instantanee formele corespunzătoare unipolilor termici [2].

4. CONCLUZII

Lucrarea de față constituie o aplicare, în cazul peretelui cilindric și a cilindrului infinit lung, a teoriei generale dezvoltată de acad. R. Rădulet, Al. Timotin și A. Țugulea într-o lucrare anterioară [2].

Studiul se referă numai la soluția de răspuns termic tranzitoriu a cîmpului termic variabil, deci ia în considerare existența unor condiții inițiale de echilibru termic. În aceste condiții ecuațiile temperaturilor funcție de fluxurile termice la nivelul suprafețelor de schimb de căldură

se pot exprima [2] cu ajutorul parametrilor numiți rezistențe și inductivități termice tranzitorii, iar ecuațiile fluxurilor termice funcție de temperaturi cu ajutorul conductanțelor și capacităților termice tranzitorii.

BIBLIOGRAFIE

1. R. Răduleț, A. Timotin, A. Țugulea, *Introducerea parametrilor tranzitorii în studiul circuitelor electrice liniare avînd elemente nefiliforme și pierderi suplimentare*, St. cerc. energ. electr., *4*, 857–929, (1966).
2. R. Răduleț, A. Timotin, A. Țugulea, *Réseaux thermiques et de diffusion en regime variable*, Rev. Roum. Sci. Techn. Electrotechn. et Energ., *2*, 229–260, (1969).
3. R. Răduleț, A. Timotin, A. Țugulea, *Réponse thermique transitoire d'une paroi plane*, Rev. Roum. Sci. Techn.-Electrotechn. et Energ., *3*, 485–521 (1971).

INFLUENȚA EFECTULUI PELICULAR TRANZITORIU ASUPRA TOPIRII RAPIDE A CONDUCTOARELOR PARCURSE DE CURENȚI INTENȘI

D. SĂMĂRESCU

621.3.011.538

Analiza fenomenului de topire rapidă a conductoarelor parcurse de curenți intenși prezintă o mare importanță în condițiile tehnicei moderne.

Explicațiile de pînă acum privind fenomenul de topire rapidă fără a avea în vedere influența efectului pelicular duc la concluzii care nu sînt în acord cu rezultatele experimentale.

În articol se face analiza fenomenelor electromagnetice și termice și se apreciază cantitativ și calitativ influența efectului pelicular tranzitoriu dîndu-se și exemple de calcul.

1. INTRODUCERE

Importanța cunoașterii fenomenului de încălzire a conductoarelor pentru curenți de scurtă durată a crescut odată cu creșterea curenților de defect (scurtcircuite, puneri la pămînt) și creșterea puterilor transmise prin liniile electrice.

În prezent se dispune încă de puține date referitoare la fenomenele de topire rapidă a conductoarelor străbătute de curenți intenși.

Calculul încălzirii conductoarelor pentru curenți de scurtă durată se face considerînd că [1]:

a) temperatura maximă este atinsă în timpul fenomenului tranzitoriu electric,

b) degradarea rezistenței mecanice a conductoarelor cu temperatura și timpul e cumulativă :

— G. I. Meyer a tratat primul încălzirea conductoarelor prin efect Joule ca un proces adiabatic și a remarcat importanța produsului patratului densității de curent și timpului ;

— A. Matthias ajunge la integrala $F(t) = \int_0^t i^2 \mathrm{d}t$ pe care o denumește solicitare termică.

În privința variației cu temperatura a constantelor fizice la început rezultatele cercetărilor nu concordau. Cea mai mare influență o are dependența rezistenței electrice cu temperatura.

A. Avramescu a fost primul care a considerat și aplicat în rezolvarea ecuației căldurii relația de dependență pătratică a rezistenței și căldurii specifice cu temperatura [2].

Cedarea de căldură are un rol important în cazul unor procese de încălzire de lungă durată, cu cantitatea de energie transferată mică, cînd se instituie starea staționară.

În cazul unui transfer de energie mai mare, se depășește limita de la starea staționară și conductorul poate atinge temperaturi mari în scurt timp. În cazul proceselor de scurtă durată cedarea de căldură se neglijează.

Lucrările teoretice au fost completate de relativ puține lucrări experimentale privind determinarea caracteristicilor temperatură — curent — timp a conductoarelor și sîrmelor la densități mari de curent. Secțiunile transversale nu sînt în general precizate și este de multe ori imposibil de calculat densitatea de curent j și deci $\int j^2 dt$.

2. PUNEREA ÎN ECUAȚIE

În cazul unui conductor suficient de lung $l > 200\ D$, conducția longitudinală se neglijează. Procesul de încălzire se presupune adiabatic.

Soluția ecuației căldurii, în coordonate cilindrice

$$\frac{\partial \theta(r,t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \theta(r,t)}{\partial r} = \frac{1}{a}\frac{\partial \theta(r,t)}{\partial t} - \frac{P(r,t)}{\lambda}, \tag{1}$$

cu condițiile inițiale $\theta(r,0) = f(r)$, pentru $0 \leqslant r \leqslant R$, și la limită

$$\lambda \frac{\partial \theta}{\partial r} = 0, \qquad t > 0, \qquad r = R,$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial r} = 0, \qquad t > 0, \qquad r = 0.$$

considerînd constantele termofizice independente de temperatură, se obține aplicînd principiul suprapunerii efectelor și metoda separării variabilelor. Soluția $\theta(r,t)$ se scrie sub forma $\theta(r,t) = U(r,t) + V(r,t) + W(r,t)$ [4].

$U(r,t)$ verifică ecuația omogenă cu condițiile la limită omogene și condiția inițială neomogenă.

Soluția găsită anterior este [6]

$$U(r,t)=\frac{2}{R^2}\sum_{j=1}^{\infty}\frac{J_0\left(\beta_j\frac{r}{R}\right)e^{-\left(\frac{\beta_j}{R}\right)^2at}}{J_1^2(\beta_j)}\int_0^R f(r)J_0\left(\beta_j\frac{r}{R}\right)r\mathrm{d}r. \tag{2}$$

$V(r,\ t)$ verifică ecuația neomogenă cu condiții inițiale și la limită nule

$$\frac{\partial^2 v}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial r}=\frac{1}{a}\frac{\partial v}{\partial t}-\frac{P}{\lambda},$$

și

$$v(R,t)=0,\qquad v(0,t)\neq\infty,$$

$$v(r,0)=0\qquad \frac{\partial v(0,t)}{\partial r}=0,$$

și are soluția găsită anterior

$$V(r,t)=\frac{\sigma}{\lambda}\sum_{n=1}^{\infty}e^{-a\left(\frac{\beta_n}{R}\right)^2t}J_0\left(\beta_n\frac{r}{R}\right)\int_0^t f_n(t)e^{a\left(\frac{\beta_n}{R}\right)^2t}\mathrm{d}t, \tag{3}$$

cu

$$f_n(t)=\frac{\int_0^R J_0\left(\beta_n\frac{r}{R}\right)r\,\mathrm{d}r\sum_{\nu=1}^{\infty}\sum_{\mu=1}^{\infty}\frac{J_0\left(\beta_\nu\frac{r}{R}\right)J_0\left(\beta_\mu\frac{r}{R}\right)}{\frac{1}{2^2}\beta_\nu\beta_\mu J_1(\beta_\nu)J_1(\beta_\mu)}e^{-\frac{\beta_\nu^2+\beta_\mu^2}{4}\frac{t}{T}}}{\frac{R^2}{2}J_1^2(\beta_n)}$$

$W(r,t)$ verifică ecuația omogenă cu condiția inițială omogenă și condițiile la limită

$$\frac{\partial^2 w}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial r}=\frac{1}{a}\frac{\partial w}{\partial t},$$

și

$$w(r,0)=0,$$

$$\lambda\frac{\partial\theta}{\partial r}\bigg|_{r=R=0}=0.$$

Soluția acestei probleme se obține din particularizarea soluției ecuației

$$\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial r} = \frac{1}{a}\frac{\partial w}{\partial t},$$

în condițiile

$$w(r, 0) = 0,$$

$$0 = q_0 = -\lambda \left.\frac{\partial w}{\partial r}\right|_{r=R} \quad \text{făcînd} \quad q_0 = 0.$$

Soluția va fi de forma

$$w(r, t) = A(r^2 + 4at) + \sum_{j=1}^{\infty} A_j J_0\left(\beta_j \frac{r}{R}\right) e^{-\left(\frac{\beta_j}{R}\right)^2 at} = 0, \tag{3}$$

care introdusă în condiția doua

$$2AR + \sum_{j=1}^{\infty} A_j J_0\left(\beta_j \frac{r}{R}\right) e^{-\left(\frac{\beta_j}{R}\right)^2 at} = 0,$$

rezultă $A = 0$ și

$$\sum_{j=1}^{\infty} A_j J_0\left(\beta_j \frac{r}{R}\right) e^{-\left(\frac{\beta_j}{R}\right)^2 at} = 0,$$

de unde cu condiția $W(r, 0) = 0$

$$\sum_{j=1}^{\infty} A_j J_0\left(\beta_j \frac{r}{R}\right) = 0, \quad \text{cu} \quad A_j = 0.$$

Soluția $W(r, t) = 0$.
Soluția ecuației este

$$\theta(r, t) = \frac{2}{R^2} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{J_0\left(\beta_j \frac{r}{R}\right) e^{-\left(\frac{\beta_j}{R}\right)^2 at}}{J_1^2(\beta_j)} \int_0^R f(r) J_0\left(\beta_j \frac{r}{R}\right) r\,dr + \tag{4}$$

$$+ \frac{\sigma}{\lambda} \sum_{j=1}^{\infty} e^{-a\left(\frac{\beta_j}{R}\right)^2 t} J_0\left(\beta_j \frac{r}{R}\right) \int_0^t f_n(t) e^{a\left(\frac{\beta_j}{R}\right)^2 t}\,dt.$$

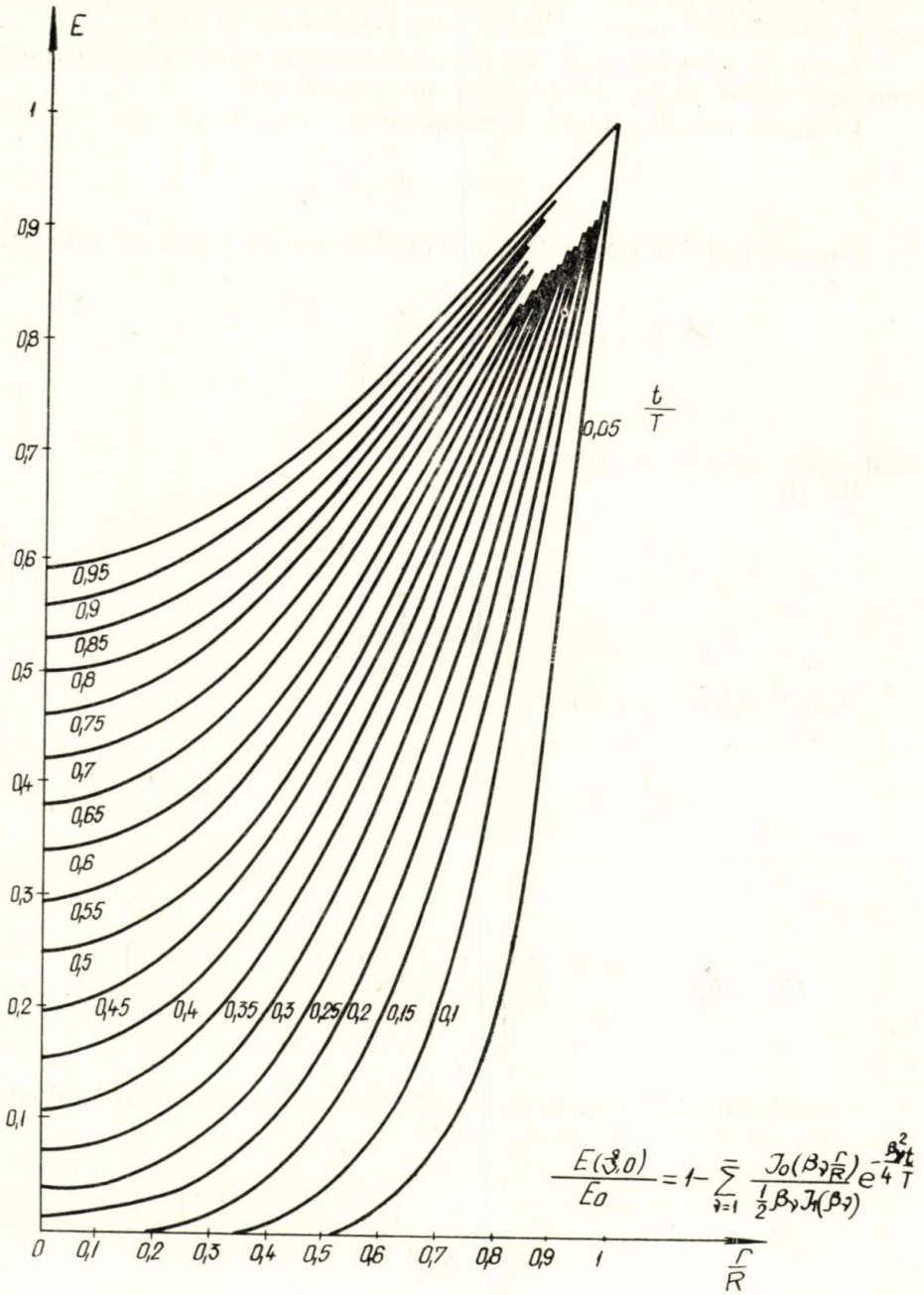


Fig. 1. — Intensitatea cîmpului electric în conductorul cilindric circular la aplicarea treptei de tensiune.

Din analiza soluției se observă că temperatura medie apare la o poziție radială fixă, aceeași pentru toate momentele de timp t.

Influența efectului pelicular tranzitoriu asupra încălzirii cînd considerăm constantele fizice independente de temperatură

Utilizînd valoarea medie a temperaturii, ecuația devine

$$\gamma c A l \, \partial\Theta = P \, \partial t. \tag{5}$$

Puterea termică tranzitorie dezvoltată este în regim de relaxație

$$P = \pi R^2 l \sigma E_a^2 \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\beta_\nu\right)^2} e^{-\left(\frac{\beta_\nu}{2}\right)^2 \frac{t}{T}},$$

având reprezentarea din figură.

Rezultă

$$\gamma c \partial\Theta = \sigma E_a^2 \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\beta_\nu\right)^2} e^{-\left(\frac{\beta_\nu}{2}\right)^2 \frac{t}{T}} \, \partial t. \tag{6}$$

Prin integrare obținem

$$\gamma c \int_{\theta_1}^{\theta_2} \partial\Theta = \sigma E_a^2 \int_{t_1}^{t_2} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\beta_\nu\right)^2} e^{-\left(\frac{\beta_\nu}{2}\right)^2 \frac{t}{T}} \partial t,$$

de unde

$$(\theta_2 - \theta_1) = \frac{\sigma E_a^2 T}{\gamma c} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\beta_\nu\right)^4} \left(e^{-\left(\frac{\beta_\nu}{2}\right)^2 \frac{t_1}{T}} - e^{-\left(\frac{\beta_\nu}{2}\right)^2 \frac{t_2}{T}} \right).$$

Considerăm că la timpul t_1, temperatura conductorului are valoarea cunoscută, în regim staționar, rezultă

$$\theta_2 = \theta_1 + \frac{\sigma E_a^2 T}{\gamma c} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\beta_\nu\right)^4} \left(e^{-\left(\frac{\beta_\nu}{2}\right)^2 \frac{t_1}{T}} - e^{-\left(\frac{\beta_\nu}{2}\right)^2 \frac{t_2}{T}} \right), \tag{7}$$

unde $T = \frac{1}{4} \sigma \mu R^2$.

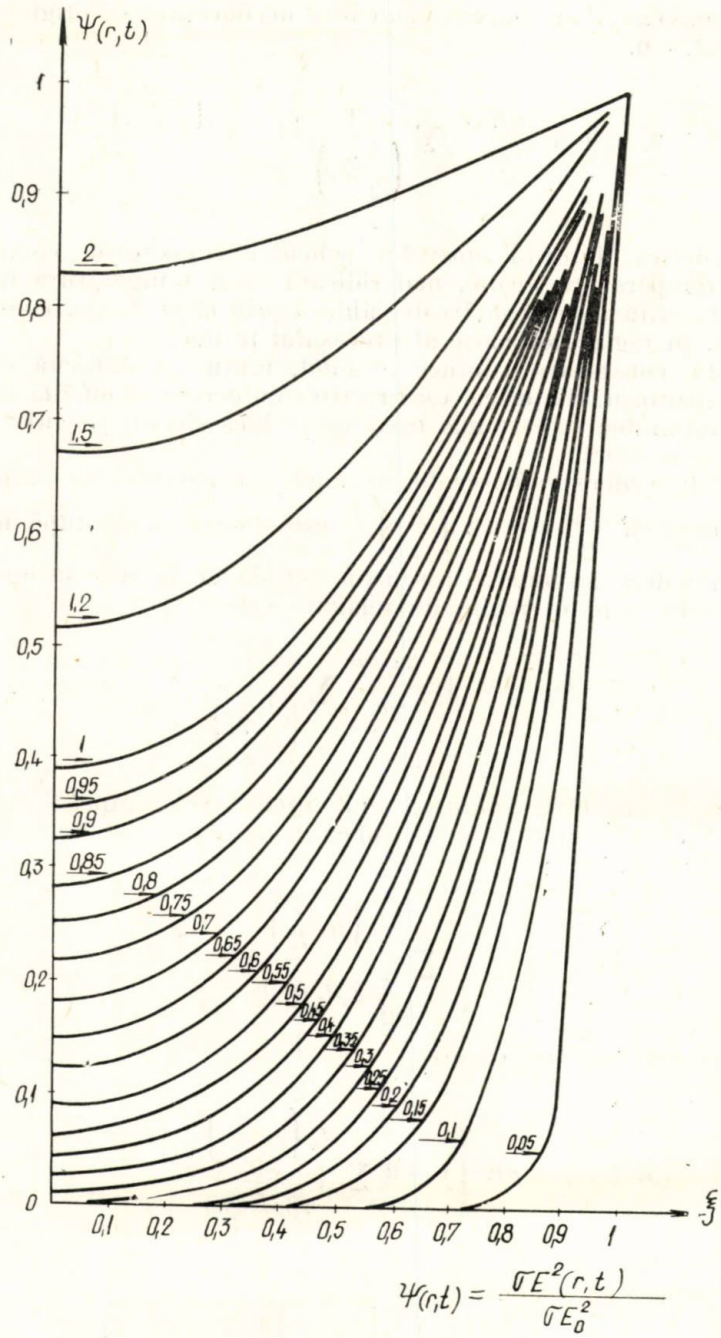


Fig. 2. — Puterea termică tranzitorie.

Este convenabil să alegem momentul deconectării ca origine a timpului adică $t = 0$.

Atunci $$\theta_2 = \theta_1 + \frac{\sigma E_a^2 T}{\gamma c} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\beta_\nu\right)^4}\left(1 - e^{-\left(\frac{\beta_\nu}{2}\right)^2 \frac{t}{T}}\right).$$

Se vede că datorită efectului pelicular tranzitoriu, conductorul prezintă o temperatură medie, mai ridicată decît temperatura în regim staţionar, datorită unei degajări de căldură prin efect Joule, considerată instantanee, în regim adiabatic al procesului termic.

Această constatare traduce în fond, faptul că datorită efectului pelicular tranzitoriu, timpul necesar răcirii conductorului pînă la temperatura mediului ambiant, este mai mare decît dacă efectul pelicular tranzitoriu nu se consideră.

Avînd în vedere valoarea foarte mică a constantei de timp T, se poate considera cu $\frac{\beta_\nu}{2} > 1$ că $\left(\frac{\beta_\nu}{2}\right)^2 \frac{t}{T}$ este foarte mare după un timp foarte scurt şi deci că temperatura medie iniţială de la care începe să se răcească conductorul în regim de relaxare este

$$\Theta_2 = \theta_1 + \frac{\sigma E_a^2 T}{\gamma c} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\beta_\nu\right)^4}. \tag{8}$$

În cazul conectării conductorului, intensitatea cîmpului electric în conductorul cilindric căruia i se aplică treapta de tensiune, în regim tranzitoriu are expresia

$$E(r, t) = 1 - \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{J_0\left(\beta_\nu \frac{r}{R}\right)}{\frac{1}{2}\beta_\nu J_1(\beta_\nu)} e^{-\left(\frac{\beta_\nu}{2}\right)^2 \frac{t}{T}}. \tag{9}$$

Puterea termică tranzitorie

$$\sigma E^2(r, t) = \sigma E^2 \left(1 - 2 \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{J_0\left(\beta_\nu \frac{r}{R}\right)}{\frac{1}{2}\beta_\nu J_1(\beta_\nu)} e^{-\left(\frac{\beta_\nu}{2}\right)^2 \frac{t}{T}} + \right.$$

$$\left. + \sum_{\mu=1}^{\infty} \sum_{\substack{\nu=1 \\ \mu=1}}^{\infty} \frac{J_0\left(\beta_\nu \frac{r}{R}\right) J_0\left(\beta_\mu \frac{r}{R}\right) e^{-\frac{1}{4}\left(\beta_\nu^2 + \beta_\mu^2\right)\frac{t}{T}}}{\frac{1}{4}\beta_\nu \beta_\mu J_1(\beta_\nu) J_1(\beta_\mu)} \right).$$

Puterea termică tranzitorie dezvoltată pe întreaga secțiune pe lungimea l, este

$$\int_0^R \sigma E^2(r,t)\,2\pi r l\,\mathrm{d}r = \pi R^2 \sigma l E_0^2 - 8\pi R^2 \sigma E_0^2 l \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\mathrm{e}^{-\left(\frac{\beta_\nu}{2}\right)^2 \frac{t}{T}}}{\beta_\nu^2} +$$

$$+ 4\pi R^2 l \sigma E_0^2 \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\beta_\nu^2} \mathrm{e}^{-\left(\frac{\beta_\nu}{2}\right)^2 \frac{t}{T}},$$

$$P(t) = \pi R^2 \sigma l E_0^2 - 4\pi R^2 \sigma l E_0^2 \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\beta_\nu^2} \mathrm{e}^{-\left(\frac{\beta_\nu}{2}\right)^2 \frac{t}{T}}.$$

Utilizînd temperatura medie din ecuația

$$\gamma c A l\, \partial\Theta = P \partial t \quad \text{cu} \quad A = \pi R^2,$$

alegînd $t_1 = 0$, temperatura conductorului are valoarea temperaturii mediului ambiant θ, și găsim temperatura medie a conductorului

$$\Theta_2 = \theta_1 + \frac{\sigma E_0^2 t}{\gamma c} - \frac{\sigma E_0^2 T}{\gamma c} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\beta_\nu\right)^4} \left(1 - \mathrm{e}^{-\left(\frac{\beta_\nu}{2}\right)^2 \frac{t}{T}}\right). \tag{11}$$

Relația anterioară arată că temperatura medie a conductorului în regim tranzitoriu electromagnetic, fără cedare de căldură, după conectarea la tensiunea treaptă, este mai mică decît temperatura care s-ar stabili în cazul cînd nu se ia în considerație efectul pelicular tranzitoriu.

Pentru $\left(\frac{\beta_\nu}{2}\right)^2 \frac{t}{T} \gg 1$ obținem

$$\Theta_2 = \theta_1 + \frac{\sigma E_0^2 t}{\gamma c} - \frac{\sigma E_0^2 T}{\gamma c} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\beta_\nu\right)^4}. \tag{12}$$

Pentru t foarte mic, interval de timp în care, nu avem cedare de căldură, obținem

$$\Theta_2 = \theta_1 - \frac{\sigma E_0^2 T}{\gamma c} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\beta_\nu\right)^4}. \tag{13}$$

Exemplu de calcul

În cazul unui conductor de Cu avînd $R = 4 \cdot 10^{-2}$ m

$$T = \frac{1}{4} \mu \sigma R^2 = 0{,}0285''.$$

Pentru $j = 5$ A/mm^2

$$\frac{\gamma E_0^2 T}{c\gamma} = 3{,}7\,; \qquad \sigma E_0^2 = 0{,}44 \cdot 10^6 \left[\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^3}\right] \quad \text{cu} \quad \alpha = 11{,}6 \left[\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2 {}^\circ\mathrm{C}}\right],$$

rezultă

$$\theta_1 \simeq \frac{MR}{2\alpha} = 23^\circ\mathrm{C},$$

$$\Theta_2 = \theta_1 + 3{,}7 f(t),$$

$$\text{cu} \quad f(t) = \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\beta_\nu\right)^4} \left(1 - \mathrm{e}^{-\left(\frac{\beta_\nu}{2}\right)^2 \frac{t}{T}}\right).$$

După un timp $t = 2T = 0{,}057''$, $f(t) = 0{,}465$ şi rezultă $\theta_2 = \theta_1 + 3{,}7 \cdot 0{,}465 = 24{,}72\,^\circ\mathrm{C}$ la deconectare; la conectare după acelaşi timp $t = 2T$ conductorul prezintă temperatura

$$\theta_2 = \theta_1 - 1{,}72\,^\circ\mathrm{C},$$

$$\text{cu} \quad \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\beta_\nu\right)^4} \simeq 0{,}5,$$

se deduc în cazul de mai sus, temperaturile maxime la deconectare $\theta_2 = 24{,}85^\circ\mathrm{C}$ şi minime la conectare $\theta_2 = \theta_1 - 1{,}85^\circ\mathrm{C}$, care se pot lua condiţii iniţiale pentru ecuaţia căldurii, la răcirea, respectiv încălzirea conductorului.

Influenţa efectului pelicular tranzitoriu în cazul real

Dacă ţinem seama de variaţia cu temperatura a constantelor termofizice şi anume [1], [2]:

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha_1 \theta + \zeta_1 \theta^2),$$

$$\lambda = \lambda_0 (1 + k_1 \theta_1 + \sigma_1 \theta^2),$$

$$l = l_0 (1 + \delta_1 \theta_1 + \xi_1 \theta^2), \tag{14}$$

$$\gamma = \gamma_0(1 + \delta_1\theta + \xi_1\theta^2),$$

$$c = c_0(1 + \beta_1\theta + \eta_1\theta^2),$$

obținem $\gamma_0 A_0 l_0 c_0 (1 + \beta_1\theta^2 + \eta_1\theta^2)\,\partial\theta = P\partial t$.

Ținînd seama de expresia puterii tranzitorii dezvoltată în regim de relaxație și efectuînd calculele corespunzătoare prezentate în anexa, obținem expresiile integralei $\frac{1}{l_0^2}\int_{t_1}^{t_2} v^2 dt [v^2 s/m^2]$ în funcție de temperatură.

Astfel la conectare

$$\frac{v_0^2}{l_0^2}\left[t - T\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{1}{\left(\frac{1}{2}\beta_\nu\right)^4}\left(1 - e^{-\left(\frac{\beta_\nu}{2}\right)^2\frac{t}{T}}\right)\right] = \gamma_0 c_0 \rho_0 \times$$

$$\times\int_{\theta_1}^{\theta_2}\frac{(1 + \alpha_1\theta + \zeta_1\theta^2)(1 + \beta_1\theta + \eta_1\theta^2)}{1 + \delta_1\theta_1 + \xi_1\theta^2}\,d\theta,$$

la deconectare

$$\frac{v_0^2 T}{l_0^2}\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{1}{\left(\frac{1}{2}\beta_\nu\right)^4}\left(1 - e^{-\left(\frac{\beta_\nu}{2}\right)^2\frac{t}{T}}\right) = \gamma_0 c_0\,\rho_0 \times$$

$$\times\int_{\theta_1}^{\theta_2}\frac{(1 + \alpha_1\theta + \zeta_1\theta^2)(1 + \beta_1\theta + \eta_1\theta^2)}{1 + \delta_1\theta + \xi_1\theta^2}\,d\theta -$$

$$-\int_{\theta}^{\theta_1}\frac{(1 + \alpha_1\theta + \zeta_1\theta^2)(1 + \beta_1\theta + \eta_1\theta^2)}{1 + \delta_1\theta + \xi_1\theta^2}\,d\theta.$$

Termenii din membrul drept sînt calculați în literatura de specialitate pentru diferite valori ale temperaturii.

În anexă pornind de la valorile calculate pentru

$$\int_0^{\theta}\frac{(1 + \alpha_1\theta + \zeta_1\theta^2)(1 + \eta_1\theta + \eta_1\theta^2)}{1 + \delta_1\theta + \xi_1\theta^2}\,d\theta,$$

se prezintă o nouă metodă (cu exemple de calcul) pentru determinarea timpului de topire la conductoare străbătute de curenți intenși, ținînd seama de influența efectului pelicular tranzitoriu.

Se iau ca referință valorile calculate de V. T. Morgan [1], pentru $\frac{1}{l_0^2}\int_0^t v^2 dt$ la temperaturile de topire ale cuprului (1083°C) și aluminiu (658°C).

Energia pentru topire pe unitatea de masă este atunci găsită $2{,}5 \cdot 10^2$ (J/kg) pentru cupru și $1{,}5.10^2$ (J/kg) pentru aluminiu.

Din relația

$$\frac{v_0^2}{l_0^2}\left[t - T\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{1}{\frac{1}{2}\beta_\nu^4}\left(1 - e^{-\left(\frac{\beta_\nu}{2}\right)^2\frac{t}{T}}\right)\right] = 2{,}5.10^2,$$

în care funcția $\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{1}{\frac{1}{2}\beta_\nu^4}\left(1 - e^{-\left(\frac{\beta_\nu^2}{2}\right)\frac{t}{T}}\right)$ a fost calculată pe baza unui program de calcul și reprezentată în diagramă pentru diferite valori $\frac{t}{T}$ se găsește grafic valoarea timpului de topire, la diferite densități de curent.

Metoda de calcul și rezultatele obținute sînt prezentate în anexă.

De fapt este vorba pentru cupru de rezolvarea ecuației $t = \frac{l_0^2}{v_0^2}2{,}5.10^2 + T\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{1}{\left(\frac{1}{2}\beta_\nu\right)^4}\left(1 - e^{-\left(\frac{\beta_\nu}{2}\right)^2\frac{t}{T}}\right)$ la diverse valori ale lui v_0.

Soluția problemei se află la intersecția reprezentărilor celor doi termeni.

Se găsesc timpi de topire de ordinul milisecundelor în acord cu datele exprimentale cunoscute [1].

Se vede că odată cu creșterea densității de curent influența efectului pelicular tranzitoriu asupra timpului și procesului de topire devine importantă și trebuie considerată în calcule. Metoda propusă dă rezultate corespunzătoare cu cele experimentale.

Considerații privind alți factori ce influențează topirea.

Atunci cînd densitățile de curent sînt foarte mari pot să apară patru situații distincte înaintea ruperii conductorului:

1. conductorul se încălzește pînă la temperatura de topire a materialului;
2. conductorul se topește la temperatura constantă;
3. conductorul ajunge la temperatura de fierbere;
4. conductorul se vaporizează.

Datorită acțiunii forțelor electromagnetice în fapt conductorul se rupe înainte de a se topi complet.

Se poate aprecia complexitatea procesului de rupere, și dacă, în ce privește cantitatea de energie pentru topirea unității de masă și energia pentru topirea completă se cunosc valorile cu precizie, energia necesară pentru fierbere este cunoscută numai pentru anumite metale, iar energia pentru vaporizare este și mai puțin cunoscută.

Evident valoarea solicitării termice $\int_0^t j^2 dt$ este în funcţie de momentul cînd apare ruperea.

Dacă în momentul ruperii metalul este topit complet se poate aprecia valoarea solicitării termice.

Dacă numai o parte din secţiune se topeşte şi o parte rămîne solidă, se consideră rezistenţa echivalentă pentru cele două secţiuni în paralel.

Cînd întregul conductor este topit se găsesc cu precizie pentru solicitarea termică valorile corespunzătoare.

Pentru situaţiile cînd conductorul ajunge la temperatura de fierbere sau se vaporizează nu se cunosc încă suficient de bine valorile caracteristice pentru solicitarea termică.

În timpul executării ca şi în funcţionare, datorită temperaturilor care apar, se produc modificări în structura cristalină a metalului şi se pare legate de acestea, modificări ale rezistenţei la rupere. Măsurătorile au arătat că astfel de modificări sînt mult mai puţin importante la cupru decît la aluminiu, unde fenomene de călire apar la temperaturi mult mai joase, şi consecutiv efectele sînt mai puternice.

Despre influenţa tensiunilor şi a toronării asupra fenomenelor de călire şi a pierderilor se cunosc mult mai puţine lucruri.

Se poate vorbi de o influenţă a istoriei termice a conductorului asupra proceselor care au loc în conductoare la încălzirea acestora cu curenţi de scurtă durată.

Se admite că pierderile de rezistenţă sînt cumulative şi că rezistenţa la rupere scade exponenţial cu temperatura şi timpul.

Evident atunci cînd curentul tranzitoriu se suprapune unui curent continuu, pierderile de rezistenţă de rupere cresc cumulativ.

Pentru conductoarele de oţel aluminiu, la care densitatea în oţel este doar o parte mică din cea în partea neferomagnetică în timpul încălzirii, cele două secţiuni se încălzesc la început pînă la temperaturi determinate de valoarea respectivă a energiei de intrare şi la sfîrşitul fenomenului tranzitoriu temperatura inimii de oţel, este mai mică decît a restului conductorului.

După terminarea procesului tranzitoriu evident are loc un proces de încălzire prin conducţie a inimii de oţel şi simultan o cedare de căldură prin convecţie de la conductor spre mediul exterior.

Experimental s-a demonstrat ca pentru densitate de curent de ordinul $10^8 - 10^{12}$ A/m^2 şi timpi de rupere mai mici ca 5 μs conductorul nu se topeşte complet înaintea ruperii.

Nu poate fi separată influenţa diferitelor efecte care au loc atunci cînd se produce o rupere în condiţiile de mai sus.

Valorile calculate anterior arată că timpul minim de rupere, fără a considera influenţa efectului pelicular tranzitoriu pentru $j = 10^{11}$ A/m^2 este $0{,}8 \cdot 10^{-4}$ s şi pentru $j = 10^{12}$ A/mm^2 este $0{,}8 \cdot 10^{-6}$ s $= 0{,}8$ μs.

Aceasta ar însemna ca în timpul acesta scurt să aibă loc topirea completă a conductorului ceea ce nu se întîmpla, conductorul fiind rupt înainte de a se topi complet deşi ruperea se produce într-un timp mai lung decît 0,8 μs.

Dacă se ia în considerare influența efectului pelicular tranzitoriu se găsește la același conductor, pentru $j = 10^{11}$ A/m², $t = 0{,}15 \cdot 10^{-2}$ s iar pentru $j = 10^{12}$ A/m² se găsește $t \sim 6\mu$s, deci valori mai mari decît în prima situație în acord cu datele experimentale de 5 μs conductorul neajungînd la temperatura de topire înainte de rupere.

Acest timp se poate calcula pe baza celor arătate mai sus.

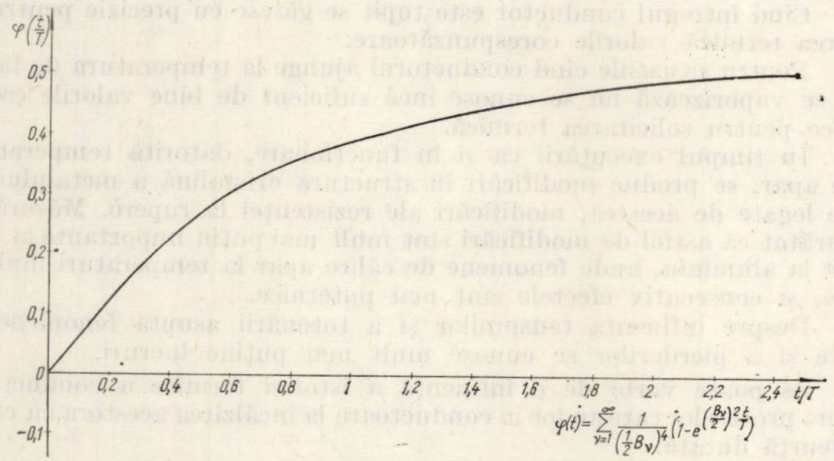


Fig. 3. — Funcția caracteristică pentru repartiția temperaturilor în conductor ținînd seama de efectul pelicular tranzitoriu.

Influența efectului pelicular tranzitoriu asupra topirii rapide a conductoarelor parcurse de curenți intenși în cazul excitației cu trepte de curent.

Rezolvînd ecuațiile lui Maxwell scrise pentru cîmpul magnetic transversal, se obține ușor expresia curentului

Din ecuația

$$\frac{\partial^2 \boldsymbol{H}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial r} - \frac{1}{r^2} \boldsymbol{H} - \mu \sigma \frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t} = 0, \tag{15}$$

utilizînd transformata Laplace, se obține după efectuarea transformatei inverse [7]

$$\boldsymbol{H}(r, t) = \frac{I_0}{2\pi R} \left[\frac{r}{R} + \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{J_1\left(\frac{r}{R} \beta_\nu\right)}{\frac{\beta_\nu}{2} J_0(\beta_\nu)} e^{-\left(\frac{\beta_\nu}{2}\right)^2 \frac{t}{T}} \right], \tag{16}$$

$$I(r, t) = 2\pi r H(r, t) = I_0 \frac{r}{R} \left[\frac{r}{R} + \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{J_1\left(\frac{r}{R} \beta_\nu\right)}{\frac{\beta_\nu}{2} J_0(\beta_\nu)} e^{-\left(\frac{\beta_\nu}{2}\right)^2 \frac{t}{T}} \right].$$

Densitatea curentului într-un punct situat la distanţa r de centrul conductorului se obţine cu relaţia

$$j(r,t) = \frac{1}{2\pi r}\frac{\partial I(r,t)}{\partial r}, \tag{17}$$

şi rezultă

$$j(r,t) = \frac{I_0}{\pi R^2}\left[1 + \sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{J_0\left(\beta_\nu \frac{r}{R}\right)}{J_0(\beta_\nu)} e^{-\left(\frac{\beta_\nu}{2}\right)^2 \frac{t}{T}}\right].$$

Din această expresie se poate obţine formula pierderilor Joule în fiecare punct din conductor

$$P(r,t) = \rho j^2(r,t),$$

$$P(r,t) = \rho \frac{I_0^2}{\pi^2 R^4}\left[1 + 2\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{J_0\left(\beta_\nu \frac{r}{R}\right)}{J_0(\beta_\nu)} e^{-\left(\frac{\beta_\nu}{2}\right)^2 \frac{t}{T}} + \right.$$

$$\left. + \sum_{\nu=1}^{\infty}\sum_{\mu=1}^{\infty}\frac{J_0\left(\beta_\nu \frac{r}{R}\right) J_0\left(\beta_\mu \frac{r}{R}\right)}{J_0(\beta_\nu) J_0(\beta_\mu)} . e^{-\left(\frac{\beta_\nu^2+\beta_\mu^2}{4}\right)\frac{t}{T}}\right],$$

unde β_ν şi β_μ sînt rădăcinile pozitive ale funcţiei Bessel de ordinul I, $J_1(x) = 0$, cu excepţia lui zero, şi are valorile [7]

$$\beta_1 = 3{,}83, \quad \beta_2 = 7{,}016, \quad \beta_3 = 10{,}173, \quad \beta_4 = 13{,}324\ldots$$

Integrînd pe întreaga secţiune găsim

$$2\pi\int_0^R P(r,t)\,r\,dr = 2\pi\rho\frac{I_0}{\pi^2 R^4}\left[\int_0^R r\,dr + 2\sum_{\nu=1}^{\infty} e^{-\left(\frac{\beta_\nu}{1}\right)^2 \frac{t}{R}}\int_0^R \frac{J_0\left(\beta_\nu \frac{r}{R}\right)}{J_0(\beta_\nu)} r\,dr + \right.$$

$$\left. + \sum_{\nu=1}^{\infty}\sum_{\mu=1}^{\infty} e^{-\frac{\beta_\nu^2+\beta_\mu^2}{4}\frac{t}{T}}\int_0^R \frac{J_0\left(\beta_\nu \frac{r}{R}\right) J_0\left(\beta_\mu \frac{r}{R}\right)}{J_0(\beta_\nu) J_0(\beta_\mu)} r\,dr\right].$$

Avînd în vedere relațiile [7] pentru $k \neq l$

$$\int_0^Z J_\nu(kz) J_\nu(lz) z\,dz = \frac{z}{k^2 - l^2} \{kJ_\nu(lz) J_{\nu+1}(kz) - lJ_\nu(kz) J_{\nu+1}(lz)\}$$

și

$$\int_0^Z z^\nu J_{\nu-1}(z)\,dz = [z^\nu J_\nu(z)]\Big|_0^Z.$$

Se obține

$$\int_0^R J_0\left(\beta_\nu \frac{r}{R}\right) r\,dr = \frac{R^2}{\beta_\nu^2 - \beta_\mu^2} \{\beta_\nu J_0(\beta_\mu) J_1(\beta_\nu) - \beta_\mu J_0(\beta_\nu) J_1(\beta_\mu)\} = 0,$$

pentru $\mu \neq \nu$. cînd $J_1(\beta_\nu) = 0$ și $J_1(\beta_\mu) = 0$. Pentru $\mu = \nu$ se are în vedere relația

$$\int_0^Z z\,[J_\nu(kz)]^2\,dz = \frac{1}{2} z^2 \left[(J_\nu^2(kz) + \left(1 + \frac{\nu^2}{k^2 z^2}\right) J_\nu^2(kz)\right],$$

și obținem

$$\int_0^R r J_0^2\left(\beta_\nu \frac{r}{R}\right) dr = \frac{1}{2} r^2 \left[J_0^2\left(\beta_\nu \frac{r}{R}\right) + J_0^2\left(\beta_\nu \frac{r}{R}\right)\right]\Big|_0^R = R^2 J_0(\beta_\nu),$$

Similar

$$\int_0^R r J_0\left(\beta_\nu \frac{r}{R}\right) dr = \frac{R^2}{\beta_\nu} J_1(\beta_\nu) = 0,$$

fiindcă β_ν sînt rădăcinile lui $J_1(x) = 0$.

Rezultă

$$P(t) = 2\rho l \frac{I_0^2}{\pi R^4} \left[\frac{R^2}{2} + \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{R^2 J_0(\beta_\nu) e^{-\left(\frac{\beta_\nu}{2}\right)^2 \frac{t}{T}}}{J_0^2(\beta_\nu)}\right] = \tag{18}$$

$$= \rho l \frac{I_0^2}{\pi R^2} \left[1 + 2 \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{e^{-\left(\frac{\beta_\nu}{2}\right)^2 \frac{t}{T}}}{J_0(\beta_\nu)}\right].$$

Ecuația căldurii are soluții de aceeași formă cu cele găsite anterior. Se poate deci, utiliza temperatura medie

$$\Theta = \frac{1}{A} \int_0^R \theta(r, t)\,dA = \frac{2}{R^2} \int_0^R \theta(r, t) r\,dr. \tag{19}$$

În regim adiabatic vom avea la conectare

$$\gamma c A l \delta\Theta = P(t) . \delta t.$$

Prin integrare obținem

$$\gamma c(\Theta_2 - \Theta_1) = \frac{\rho I_0^2}{\pi R^2}\left[t + 2T\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{e^{-\left(\frac{\beta_\nu}{2}\right)^2\frac{t}{T}}}{\left(\frac{\beta_\nu}{2}\right)^2 J_0(\beta_\nu)}\right],$$

$$\Theta_2 = \Theta_1 + \frac{\rho I_0^2}{\pi R^2 \gamma c}t + \frac{2\rho I_0^2 T}{\pi R^2 \gamma c}\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{1 - e^{-\left(\frac{\beta_\nu}{2}\right)^2\frac{t}{T}}}{\left(\frac{\beta_\nu}{2}\right)^2 J_0(\beta_\nu)},$$

$$\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{1}{\left(\frac{\beta_\nu}{2}\right)^2 J_0(\beta_\nu)} \sim -0{,}5 \quad \text{iar} \quad \sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{e^{-\left(\frac{\beta_\nu}{2}\right)^2\frac{t}{T}}}{\left(\frac{\beta_\nu}{2}\right)^2 J_0(\beta_\nu)},$$

are totdeauna o valoare absolută $< 0{,}5$ fiecare termen al ei fiind mai mic decît termenul corespunzător al primei serii.

Rezultă că

$$\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{1 - e^{-\left(\frac{\beta_\nu}{2}\right)^2\frac{t}{T}}}{\left(\frac{\beta_\nu}{2}\right)^2 J_0(\beta_\nu)},$$

este negativă și aceasta exprimă faptul că temperatura medie a conductorului în regim tranzitoriu electromagnetic, fără cedare de căldură, este mai mică decît temperatura care s-ar stabili în cazul cînd nu se ia în considerație efectul pelicular tranzitoriu

ANEXĂ

Influența efectului pelicular tranzitoriu în cazul real

Dacă ținem seama de variația cu temperatura a constantelor termofizice și anume [1], [2]:

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha_1\theta + \zeta_1\theta^2),$$
$$\lambda = \lambda_0(1 + k_1\theta + \sigma_1\theta^2),$$
$$L = L_0(1 + \delta\theta + \xi_1\theta^2),$$
$$\gamma = \gamma_0(1 + \delta_1\theta + \xi_1\theta^2),$$
$$C = C_0(1 + \beta_1\theta + \eta_1\theta^2),$$

obţinem

$$\gamma_0 A_0 l_0 c_0 (1 + \beta_1\theta + \eta_1\theta^2)\,\delta\theta = P\delta t.$$

Puterea termică tranzitorie dezvoltată în regim de relaxaţie

$$P = \pi R^2 \sigma l \frac{v_0^2}{l_0^2} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\beta_\nu\right)^2} e^{-\left(\frac{\beta_\nu}{2}\right)^2 \frac{t}{T}} =$$

$$= \frac{\pi R^2 V_0^2 (1 + \delta_1\theta + \xi_1\theta^2)}{\rho_0 (1 + \alpha_1\theta + \zeta_1\theta^2) l_0} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\beta_\nu\right)^2} e^{-\left(\frac{\beta_\nu}{2}\right)^2 \frac{t}{T}}.$$

Egalînd şi separînd variabilele obţinem

$$\frac{v_0^2}{l_0^2} \int_{t_1}^{t_2} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\beta_\nu\right)^2} e^{-\left(\frac{\beta_\nu}{2}\right)^2 \frac{t}{T}}\,\delta t = \gamma_0 c_0 \rho_0 \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{(1+\alpha_1\theta+\xi_1\theta^2)(1+\beta_1\theta+\eta_1\theta^2)}{1+\delta_1\theta+\zeta_1\theta^2}\,dt,$$

de unde rezultă

$$\frac{V_0^2\, T}{l_0^2} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\beta_\nu\right)^4} \left(e^{-\left(\frac{\beta_\nu}{2}\right)^2 \frac{t_1}{T}} - e^{-\left(\frac{\beta_\nu}{2}\right)^2 \frac{t_2}{T}}\right) =$$

$$= \gamma_0 c_0 \rho_0 \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{(1+\alpha_1\theta+\xi_1\theta^2)\,(1+\beta_1\theta+\eta_1\theta^2)}{1+\delta_1\theta+\zeta_1\theta^2}\,d\theta.$$

La conectare

$$P = \pi R^2 \sigma l \frac{V_0^2}{l_0^2} \left(1 - \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\beta_\nu\right)^4} e^{-\left(\frac{\beta_\nu}{2}\right)^2 \frac{t}{T}}\right) =$$

$$= \frac{\pi R_0^2 V_0^2 (1 + \delta_1\theta + \xi_1\theta^2)}{l_0 \rho_0 (1 + \alpha_1\theta + \zeta_1\theta^2)} \left(1 - \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\beta_\nu\right)^4} e^{-\left(\frac{\beta_\nu}{2}\right)^2 \frac{t}{T}}\right),$$

$$\frac{V_0^2}{l_0^2} \int_{t_1}^{t_2} \left(1 - \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\left(\frac{\beta_\nu}{2}\right)^4} e^{-\left(\frac{\beta_\nu}{2}\right)^2 \frac{t}{T}}\right) \delta t = \gamma_0 c_0 \rho_0 \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{(1+\alpha_1\theta+\xi_1\theta^2)\,(1+\beta_1\theta+\eta_1\theta^2)}{1+\delta_1\theta+\zeta_1\theta^2}\,d\theta.$$

Alegînd $t_1 = 0$ obţinem :
la deconectare

$$\frac{v_0^2 T}{l_0^2} \sum_{\nu=1}^{\infty} \left[\frac{1}{\left(\frac{1}{2}\beta_\nu\right)^4} \left(1 - e^{-\left(\frac{\beta_\nu}{2}\right)^2 \frac{t}{T}}\right)\right] = \gamma_0 c_0 \rho_0 \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{(1+\alpha_1\theta+\zeta_1\theta^2)(1+\beta_1\theta+\eta_1\theta^2)}{1+\delta_1\theta+\xi_1\theta^2} d\theta,$$

la conectare

$$\frac{v_0^2}{l_0^2}\left[t - T\sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\beta_\nu\right)^4}\left(1 - e^{-\left(\frac{\beta_\nu}{2}\right)^2 \frac{t}{T}}\right)\right] \delta t =$$

$$= \gamma_0 c_0 \rho_0 \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{(1+\alpha_1\theta+\zeta_1\theta^2)(1+\beta_1\theta+\eta_1\theta^2)}{1+\delta_1\theta+\xi_1\theta^2} d\theta.$$

Fenomenul este mai interesant la conectare întrucît atunci se poate produce distrugerea conductorului.

Am arătat că datorită efectului pelicular tranzitoriu temperatura medie a conductorului este mai mică decît cea care se stabileşte cînd nu se ţine seama de acest efect

La deconectare

$$\frac{v_0^2 T}{l_0^2} \sum_{\nu=1}^{\infty} \left[\frac{1}{\left(\frac{1}{2}\beta_\nu\right)^4} \left(1 - e^{-\left(\frac{\beta_\nu}{2}\right)^2 \frac{t}{T}}\right)\right] =$$

$$= \gamma_0 c_0 \rho_0 \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{(1+\alpha_1\theta+\zeta_1\theta^2)(1+\beta_1\theta+\eta_1\theta^2)}{1+\delta_1\theta+\xi_1\theta^2} d\theta -$$

$$- \int_{\theta_2}^{\theta_1} \frac{(1+\alpha_1\theta+\zeta_1\theta^2)(1+\beta_1\theta+\eta_1\theta^2)}{1+\delta_1\theta+\xi_1\theta^2} d\theta.$$

Termenii din membrul drept sînt reprezentaţi pentru diferite valori ale temperaturii θ [1]; θ_1 este temperatura staţionară, se cunoaşte şi se poate găsi avînd expresia :

$$\theta_1 = \theta_0 + \frac{M}{4\lambda}(R^2 - r^2) + \frac{M}{2\alpha} R \quad \text{cu} \quad M = \sigma E_0^2; \quad E_0 = \frac{v_0}{l_0}.$$

Se poate reprezenta diferenţa integralelor deci se poate găsi valoarea expresiei din membrul stîng. Prin această metodă se găseşte şi valoarea sumei infinite.

Cînd $E = 0{,}035 \frac{V}{m}$ am găsit $\theta_1 = \theta_0 + 23°$ cu $\theta_0 = 30°C$ găsim $\theta_1 = 53°C$.

La conectare cunoscîndu-se valoarea expresiei

$$\gamma_0 c_0 \rho_0 \int_0^{\theta} \frac{(1 + \alpha\theta + \zeta_1\theta^2)(1 + \beta_1\theta + \eta_1\theta^2)}{1 + \delta_1\theta + \xi_1\theta^2} \, dt$$

se cunoaşte şi valoarea membrului I.

$$\frac{v_0^2}{l_0^2}\left[t - T\sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\beta_\nu\right)^4}\left(1 - e^{-\left(\frac{\beta_\nu}{2}\right)^2 \frac{t}{T}}\right)\right]$$

La temperatura de topire a cuprului 1083°C corespunde valoarea $2{,}5 \cdot 10^2$ pentru $\frac{1}{l_0^2}\int_0^{t_2} v^2 dt$ [1].

La 658°C temperatura de topire la aluminiu corespunde $1{,}5 \cdot 10^2$ pentru $\frac{1}{l_0^2}\int_0^{t_2} v^2 \, dt$.

Cu cît $\frac{v_0^2}{l_0^2}$ este mai mare cu atît timpul este mai mic.

Am arătat că la densitatea de 5 A/mm^2 am găsit $E_0^2 = 0{,}44 \cdot 10^6 \cdot \frac{1}{57} \cdot 10^{-6} = 0{,}077$ şi timpul de topire ar rezulta $t = \frac{2{,}5 \cdot 10^2}{0{,}077} = 2{,}5 \cdot 10^2$ s, dacă şi în acest caz transformarea ar fi adiabatică ceea ce nu se întîmplă.

Pentru $j = 50$ A/mm^2 $= 50 \cdot 10^6$ A/m^2

$$E_0^2 = \rho^2 j^2 = 2500 \cdot 10^{12}\ 3{,}1 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-12} = 0{,}78 \text{ v/m},$$

şi obţinem $t = 2{,}5 \cdot 10^2 \cdot \frac{1}{0{,}78} = 320''$,

pentru $j = 500$ A/mm^2 $= 5 \cdot 10^8$ A/m2,

$$E_0^2 = \rho^2 j = 25 \cdot 10^{16} \cdot 10^{-12} \cdot 3{,}1 \cdot 10^{-4}, = 78$$

şi obţinem $t = \frac{2{,}5 \cdot 10^2}{78} = 3{,}2''$,

obţinem la topire

$$\frac{v_0^2}{l_0^2}\left[t - T\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{1}{\left(\frac{1}{2}\beta_\nu\right)^4}\left(1 - e^{-\left(\frac{\beta_\nu}{2}\right)^2\frac{t}{T}}\right)\right] = 2{,}5\cdot 10^2 \text{ pentru cupru şi } 1{,}5\cdot 10^2$$

pentru aluminiu atunci cînd se obţine topire în toată masa.

Expresia $\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{1}{\left(\frac{1}{2}\beta_\nu\right)^4}\left(1 - e^{-\left(\frac{\beta_\nu}{2}\right)^2\frac{t}{T}}\right)$ am calculat-o anterior şi are valoarea $\simeq 0{,}5$ la $\frac{t}{T} = 2{,}5$ ceea ce cu $T = \frac{1}{4}\sigma\mu R^2$ corespunde la t foarte mic. Se găseşte $t = \frac{l_0^2}{V_0^2}2{,}5\cdot 10^2 + T\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{1}{\left(\frac{1}{2}\beta_\nu\right)^4}\left(1 - e^{-\left(\frac{\beta_\nu}{2}\right)^2\frac{t}{T}}\right)$.

Aproximativ timpul minim la care se topeşte conductorul va fi $t = 2{,}5\cdot 10^2\ \frac{l_0^2}{V_0^2}\left(\frac{l_0}{V_0}\right.$ cu cît este mai mic cu atît timpul este mai mic$\left.\right)$.

Pentru densităţi de curent de ordinul 10^{12} A/m2 cunoscute în procese fizice reale

$$E_0^2 = 10^{24}\cdot 3{,}1\cdot 10^{-16} = 3{,}1\cdot 10^8,$$

şi $t = \frac{2{,}5\cdot 10^2}{3{,}1\cdot 10} = 0{,}8.10^{-6}$ s pentru timpi aşa de scurţi termenul al doilea $T\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{1}{\left(\frac{1}{2}\beta_\nu\right)^4} \simeq 0{,}5\,T$ cu $T = \frac{1}{4}\sigma\mu R^2$.

De fapt rezolvarea ecuaţiei

$$t = \frac{l_0^2}{V_0^2}2{,}5\cdot 10^2 + T\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{1}{\left(\frac{1}{2}\beta_\nu\right)^4}\left(1 - e^{-\left(\frac{\beta_\nu}{2}\right)^2\frac{t}{T}}\right),$$

se face căutînd intersecţia celor doi termeni care reprezintă soluţia problemei, evident în coordonate $\frac{t}{T}$.

Pentru un conductor de cu $R = 10^{-2}$ m am găsit $T = 18 \cdot 10^{-4}$ s.

j A/m^2	$\frac{t}{T}$
$5 \cdot 10^6$	$\frac{2,5 \cdot 10^2}{0,078} \cdot \frac{1}{18 \cdot 10^{-4}} =$ mare
10^9	$\frac{0,8}{18 \cdot 10^4} = 444$
10^{10}	$\frac{0,8 \cdot 10^{-2}}{18 \cdot 10^{-4}} = 4,4$
$8 \cdot 10^{10}$	$\frac{12,8 \cdot 10^{-4}}{18 \cdot 10^{-4}} = 0,7$
10^{11}	$\frac{0,8 \cdot 10^{-4}}{18 \cdot 10^{-4}} = 0,044$
11^{12}	$\frac{0,8 \cdot 10^{-6}}{18 \cdot 10^{-4}} = 0,044 \cdot 10^{-2}$

Din diagrama :

la $j = 10^{10}$ A/m2 rezulta $\frac{t}{T} = 0,73$. Deci $t = 0,73 \cdot 18 \cdot 10^{-4} = 13,14 \cdot 10^{-4} = 0,13 \cdot 10^{-2}$ şi $t = 0,83 \cdot 18 \cdot 10^{-4} = 0,15 \cdot 10^{-2}$ s la $j = 8 \cdot 10^{10}$ A/m2.

Se vede că odată cu creşterea densităţii de curent influenţa efectului pelicular devine preponderenţa, întîrzierea distrugerii conductorului fiind apreciabilă.

CONCLUZII

Influenţa efectului pelicular tranzitoriu asupra topirii conductoarelor parcurse de curenţi intenşi se manifestă prin micşorarea temperaturii iniţiale a conductoarelor faţă de situaţii cînd acest efect este neglijat şi deci prin mărirea timpului de topire.

Acest fapt se evidenţiază pentru prima dată deoarece în lucrările anterioare din cauza ipotezelor folosite nu a putut fi analizat.

Rezultatele obţinute pentru timpul de topire sînt apropiate de cele experimentale.

În lucrare este prezentată o soluţie originală pentru ecuaţia căldurii obţinută folosind metoda separării variabilelor dezvoltării în serii Bessel-Fourier şi principiul suprapunerii efectelor.

Metoda de calcul a timpului de topire se poate utiliza în cazul conductoarelor cilindrice parcurse de curenţi intenşi cînd influenţa efectului pelicular tranzitoriu este deosebită.

LISTA DE SIMBOLURI UTILIZATE :

a $= \frac{\lambda}{C\gamma}$ difuzivitatea termică, m^2/s;
A = secţiunea, m^2;
c = căldura specifică, J/kg°C;
f = frecvenţa, Hz;
E = intensitatea cîmpului electric V/m;
D = inducţia cîmpului electric, c/m^2;
H = intensitatea cîmpului magnetic, ASP/m;
B = inducţia cîmpului magnetic, T;
J = densitatea de curent, A/m^2;
I = intensitatea curentului electric, A;
l = lungimea, m;
r = raza vectoare, m;
P = puterea, W;
W = energia, Ws;
V = tensiunea, V;
K = coeficientul de creştere a rezistenţei în ca;
θ = temperatura °C;
t = timpul, s;
λ = conductivitatea termică W/m°C;
ρ = rezistivitatea m;
γ = densitatea kg/m^3;
α_1 = coeficient de variaţie al rezistivităţii cu temperatura, $°C^{-1}$;
ζ_1 = coeficient de variaţie al rezistivităţii cu (temperatura), $°C^{-2}$;
k_1 = coeficient de variaţie al conductivităţii termice cu temperatura, $°C^{-1}$;
σ_1 = coeficient de variaţie al conductivităţii termice cu (temperatura)^2, $°C^{-2}$
δ_1 = coeficient de variaţie al lungimii cu temperatura, $°C^{-1}$;
ξ_1 = coeficient de variaţie al lungimii cu (temperatura)^2, $°C^{-2}$;
β_1 = coeficient de variaţie al căldurii specifice cu temperatura, $°C^{-1}$;
η_1 = coeficient de variaţie al căldurii specifice cu (temperatura), $°C^{-2}$;
α = coeficient de convecţie, W/m^2 °C;
ω = pulsaţia, rad/s;
R = rezistenţa;
ε_0 = permitivitatea vidului;
R_t = rezistenţa termică, °C m/W;
K_t = capacitatea termică, $\frac{WS}{°Cm}$;
Θ = temperatura medie, °C.

Alte simboluri sînt explicitate în text.

BIBLIOGRAFIE

1. V. T. MORGAN, *Rating of conductors for short — duration currents*, Proc IEE, **118**, *3/4*, 555—570, (1971).
2. A. AVRAMESCU, *Uber der Berechnung der Kurzschlusserwärnung*, Electrotech, **Z**, *59*, 985—988, (1938).
3. A. AVRAMESCU, *Beitrage zur erwär munggsberechung elektrischer leiter Bucureşti*, 1944.
4. N. TEODORESCU, *Ecuaţiile fizicii matematice*, Edit. didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1961.
5. A. AVRAMESCU, *Efectul pelicular tranzitoriu*, Buletin ştiinţific al Academiei R.S.R., *3—4*, 225—239 (1952).
6. D. SĂMĂRESCU, *Contribuţii privind calculul temperaturii cablurilor in regim tranzitoriu termic şi electromagnetic*. Comunicare sesiunea ICPET 1973.
7. E. CONSTANTINESCU, *Efectul pelicular tranzitoriu*, Buletin ştiinţific al Academiei RSR, 3 255—270 (1952).

STUDIUL PĂTURILOR ȘI TOLELOR FEROMAGNETICE CU ANIZOTROPIE MAGNETICĂ UNIAXIALĂ ÎN CÎMPURI MAGNETICE ALTERNATIVE DE MICĂ INTENSITATE. III. APROXIMAȚIA FRECVENȚELOR JOASE

H. GAVRILĂ

621.318.22 : 621.3.017.3

În studiul păturilor subțiri și tolelor feromagnetice se introduce „aproximația frecvențelor joase", definită prin condiția $f \ll \frac{\pi}{2} \frac{1}{\mu_0 \sigma \Delta^2}$, în care f este frecvența cîmpului magnetic aplicat, σ conductivitatea materialului, Δ grosimea păturii. Interesul practic deosebit al acestei aproximații constă în aceea că ea cuprinde frecvențele industriale. Se particularizează rezultatele anterior obținute privitoare la cîmpul electromagnetic local și mediu, caracteristicile de material și pierderile magnetice. Verificările experimentale sînt în foarte bună concordanță cu rezultatele teoretice obținute. Ele constituie totodată o excelentă confirmare a teoriei structurii dinamice de domenii.

1. INTRODUCERE

În ultima vreme, literatura de specialitate indică o creștere considerabilă a atenției acordate de cercetători studiului proprietăților păturilor subțiri și tolelor feromagnetice, lucru ușor de înțeles avînd în vedere remarcabila extindere a domeniilor lor de aplicare în tehnică, cît și deosebitul interes științific pe care îl prezintă un asemenea studiu în fizica corpului solid.

Așa cum s-a mai arătat, cele două categorii de corpuri prezintă o mare asemănare din punctul de vedere al proprietăților lor magnetice deosebirea vizînd mai ales grosimea și condițiile tehnologice de obținere. Din acest motiv, în lucrări anterioare [1], [2], autorul a inițiat studiul lor în cadrul unei teorii unitare, desemnîndu-le cu termenul comun de pături feromagnetice.

Așa cum au arătat lucrările fundamentale ale lui Kittel [3] și Landau și Lifshitz [4], proprietățile păturilor feromagnetice sînt în principal determinate de elementele specifice structurii lor de domenii. La materia-

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 2, p. 453–478, 1974

lele cu anizotropie magnetică uniaxială, care fac obiectul de studiu al prezentei lucrări, această structură constă din domenii de magnetizare spontană de formă paralelipipedică, cu lungimea l (paralelă cu axa z), grosimea Δ (egală cu cea a păturii feromagnetice) şi lăţimea a (paralelă cu axa y), feţele mari ale păturii fiind paralele cu planul yOz, iar originea sistemului de coordonate alegîndu-se în centrul unui domeniu oarecare. Magnetizările de saturaţie $\boldsymbol{M}_s$ ale domeniilor învecinate sînt orientate antiparalel, după direcţia axei z, care este astfel şi axa de cea mai uşoară magnetizare a materialului. Pereţii dintre domenii, normali pe feţele mari ale tolei şi deci paraleli cu planul xOz, s-au presupus a fi de tip Bloch. Într-o primă aproximaţie, folosită curent şi reţinută şi în această lucrare, grosimea peretelui, foarte mică faţă de lăţimea domeniului, se neglijează.

La aplicarea unui cîmp magnetic exterior, paralel cu direcţia privilegiată a structurii de domenii (axa z), pereţii se deplasează mărind volumul domeniilor magnetizate în sensul cîmpului în dauna celorlalte, ceea ce are ca efect magnetizarea globală a păturii. S-a presupus că în această deplasare peretele fie rămîne rigid, nedeformabil [5]—[7], fie suferă deformări importante numai în imediata vecinătate a suprafeţei, în interior avînd deplasări mult mai mici de la poziţia sa de echilibru [8]—[10].

O îmbunătăţire apreciabilă a modului de descriere a fenomenului magnetizării păturii feromagnetice se obţine însă dacă se admite că pereţii dintre domenii se comportă ca nişte membrane elastice, astfel încît, la valori suficient de mici ale intensităţii cîmpului aplicat (sub pragul de coercitivitate), ei se curbează, rămînînd însă fixaţi superficial [1], [2]. O asemenea comportare a pereţilor Bloch, a cărei posibilitate a fost prevăzută de unii autori [11]—[13], nu a fost însă suficient studiată teoretic, deşi s-a arătat că este indispensabilă explicării anumitor proprietăţi ale materialului feromagnetic, iar recent a fost confirmată şi experimental [14].

Ipoteza avansată este justificată de aglomerarea naturală sau artificială a impurităţilor şi incluziunilor din pătura feromagnetică în imediata vecinătate a feţelor sale şi prin anizotropia magnetică superficială a materialului feromagnetic (foarte importantă la aceste sisteme, practic bidimensionale); ea se poate interpreta ca echivalentul fenomenologic al efectului cuantic cunoscut sub numele de „fixare de spin".

În lucrările anterior menţionate [1], [2] autorul a determinat soluţia sistemului de ecuaţii Maxwell pentru pătura feromagnetică cu anizotropie magnetică uniaxială în cîmpuri magnetice sinusoidale de mică intensitate, aplicate paralel cu structura de domenii a păturii şi cu condiţii la limită corespunzătoare, şi a calculat mărimile ce caracterizează cîmpul magnetic mediu stabilit şi pierderile. Principalele rezultate obţinute se recapitulează în capitolul 2 al prezentei lucrări, astfel încît, după definirea aproximaţiei propuse (cap. 3), aproximaţie de considerabil interes practic, să poată fi corespunzător particularizate (cap. 4 şi 5). În capitolul 6 se face verificarea rezultatelor teoretice obţinute, prin compararea lor cu măsurătorile experimentale efectuate. Aceste verificări se referă la variaţia pierderilor şi permeabilităţii magnetice cu intensitatea şi frecvenţa cîmpului magnetic aplicat. În fine, ultimul capitol este destinat comentării rezultatelor obţinute.

2. CÎMPUL ELECTROMAGNETIC LOCAL ŞI MEDIU ÎN CAZUL GENERAL

Se consideră aplicat un cîmp magnetic sinusoidal, paralel cu axa de cea mai uşoară magnetizare a păturii feromagnetice

$$\boldsymbol{H}_0(t) = H_0 \cdot \sin\ \omega t \cdot \boldsymbol{k}. \tag{1}$$

Ţinînd cont de cîmpul de reacţie al curenţilor turbionari induşi, se notează cu $\boldsymbol{H}\ (x, y, t)$ cîmpul magnetic rezultant, cu simetrie plan paralelă, din interiorul păturii. Domeniile fiind magnetizate la saturaţie, sistemul de ecuaţii satisfăcut de mărimile ce descriu cîmpul electromagnetic local este :

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{H} = \sigma \boldsymbol{E},$$

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{E} = -\mu_0 \frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t}, \tag{2}$$

σ fiind conductivitatea electrică a materialului. Soluţia acestui sistem s-a determinat impunînd următoarele condiţii :

— condiţia de periodicitate a cîmpului pe lăţimea a a domeniului ;

— condiţia la limită pe feţele mari ale păturii :

$$H\left(\pm \frac{\Delta}{2},\ y,\ t\right) = H_0(t)\,; \tag{3}$$

— luarea în consideraţie a ecuaţiei ce dă elongaţia $u(x, t)$ a peretelui faţă de poziţia sa de echilibru

$$-\sigma_B \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + m_B \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \beta \frac{\partial u}{\partial t} + \alpha u = 2\mu_0 M_s \cdot H\left(x, \frac{a}{2}, t\right), \tag{4}$$

integrată cu condiţia la limită

$$u\left(\pm \frac{\Delta}{2}, t\right) = 0, \tag{5}$$

conformă ipotezei fixării superficiale a pereţilor. În ecuaţia de mai sus, în membrul stîng figurează suma dintre termenii deformării elastice a peretelui, cel inerţial, cel de amortizare şi respectiv cel datorat interacţiunii peretelui în mişcare cu imperfecţiunile de structură ale reţelei cristaline, iar în membrul drept diferenţa presiunilor magnetice exercitate pe cele două feţe ale peretelui de cîmpul magnetic rezultant. În ecuaţia (4) s-au notat : σ_B şi

m_B — densitatea superficială de energie și masa efectivă a peretelui Bloch, β — coeficientul de amortizare, α — constanta elastică a materialului;

— condiția satisfăcută de componenta tangențială a intensității cîmpului electric la traversarea peretelui dintre domenii

$$\frac{\partial}{\partial t} u(x,t) = -\frac{1}{\mu_0 M_s} E_x\left(x, \frac{a}{2}, t\right). \tag{6}$$

Intensitatea cîmpului magnetic rezultant, soluție a sistemului de ecuații (2), a fost scrisă ca o sumă de doi termeni. În imagine complexă ea este

$$\underline{H}(x, y) = \underline{H}_1(x) + \underline{H}_{sd}(x, y), \tag{7}$$

în care

$$\underline{H}_1(x) = \underline{H}_0 \frac{\operatorname{ch} \underline{\gamma} x}{\operatorname{ch} \frac{\underline{\gamma}\Delta}{2}} = \underline{H}_0 - \underline{H}_0 \sum_m{}' (-1)^{\frac{m-1}{2}} \frac{4}{m\pi} \frac{j\omega}{\omega_m + j\omega} \cos \frac{m\pi}{\Delta} x, \tag{8}$$

reprezintă componenta cîmpului datorită numai inducției electromagnetice locale (de transformare), iar

$$\underline{H}_{sd}(x, y) = j \sum_m{}' \frac{\omega_m}{\omega} \underline{H}_m \cos \frac{m\pi}{\Delta} x +$$

$$+ 2j \sum_m{}' \sum_n{}'' (-1)^{\frac{n}{2}} \frac{\omega_m}{\omega} \frac{\omega_m + j\omega}{\omega_{mn} + j\omega} \underline{H}_m \cos \frac{m\pi}{\Delta} x \cdot \cos \frac{n\pi}{a} y, \tag{9}$$

reprezintă componenta datorată structurii dinamice de domenii a păturii feromagnetice.

În relațiile de mai sus s-au folosit notațiile:

$$\underline{\gamma}_0^2 = j\mu_0 \sigma \omega, \tag{10}$$

$$\omega_m = \frac{1}{\mu_0 \sigma} \left(\frac{m\pi}{\Delta}\right)^2, \quad \omega_{mn} = \frac{1}{\mu_0 \sigma} \left[\left(\frac{m\pi}{\Delta}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{a}\right)^2\right], \tag{10^{I}}$$

$$\underline{H}_m = (-1)^{\frac{m-1}{2}} \frac{4}{m\pi} \frac{\omega_m}{\omega_m + j\omega} \underline{H}_0 \frac{1}{\underline{h}_m \underline{R}_m}, \tag{10^{II}}$$

$$\underline{h}_m = \frac{\omega_m + j\omega}{j\omega} \frac{\mu_0 \sigma a \Delta}{2\pi m} \frac{\omega_m}{\omega} \underline{\Gamma}_m, \tag{10^{III}}$$

$$\underline{h}_{mn} = (-1)^{\frac{n}{2}} \frac{\omega_{mn} + j\omega}{j\omega} \frac{\mu_0 \sigma a \Delta}{4\pi m} \frac{\omega_{mn}}{\omega} \underline{\Gamma}_m,$$

$$\underline{R}_m = R_m e^{j\varphi_m} = 1 - \frac{1}{\underline{h}_m} - \sum_p{}'' (-1)^{\frac{p}{2}} \frac{1}{\underline{h}_{mp}}, \qquad (10^{IV})$$

$$\underline{\Gamma}_m = \Gamma_m e^{-j\varphi_m} = \omega \left(\operatorname{cth} \frac{m\pi a}{2\Delta} + \beta T_m \right) - j\alpha_m T_m, \qquad (10^{V})$$

$$\alpha_m = \alpha - m_B \omega^2 + \left(\frac{m\pi}{\Delta} \right)^2 \sigma_B, \qquad T_m = \frac{m\pi}{2 (\mu_0 M_s)^2 \sigma \Delta}, \qquad (10^{VI})$$

iar simbolurile $\sum_m{}'$ și $\sum_n{}''$ arată că sumările corespunzătoare se efectuează numai pentru valorile impare și respectiv pare ale numerelor naturale m și respectiv n.

Componentele intensității cîmpului electric se calculează acum cu ajutorul primei ecuații (2):

$$\underline{E}_x(x, y) = \frac{1}{\sigma} \frac{\partial}{\partial y} \underline{H}(x, y), \qquad \underline{E}_y(x, y) = -\frac{1}{\sigma} \frac{\partial}{\partial x} \underline{H}(x, y). \qquad (11)$$

Pe baza expresiilor de mai sus ale cîmpului electromagnetic local se calculează mărimile ce descriu cîmpul magnetic mediu în pătura feromagnetică :

— inducția magnetică medie

$$\widetilde{\underline{B}} = \mu_0 \left[\underline{H}_0 \frac{\operatorname{th} \frac{\underline{\gamma}_0 \Delta}{2}}{\frac{\underline{\gamma}_0 \Delta}{2}} + \frac{2}{\pi} \sum_m{}' (-1)^{\frac{m+1}{2}} \frac{1}{m} \left(\frac{\omega_m}{\omega} \right)^2 \underline{H}_m \right], \qquad (12)$$

— intensitatea medie a cîmpului magnetic stabilit

$$\widetilde{\underline{H}} = \underline{H}_0 \frac{\operatorname{th} \frac{\underline{\gamma}_0 \Delta}{2}}{\frac{\underline{\gamma}_0 \Delta}{2}} + \frac{2}{\pi} \sum_m{}' (-1)^{\frac{m+1}{2}} \frac{1}{m} \frac{\omega_m}{j\omega} \underline{H}_m, \qquad (13)$$

— magnetizarea medie

$$\widetilde{\underline{M}} = j \frac{2}{\pi} \sum_m{}' (-1)^{\frac{m+1}{2}} \frac{1}{m} \frac{\omega_m + j\omega}{j\omega} \frac{\omega_m}{j\omega} \underline{H}_m. \qquad (14)$$

Cu ajutorul lor s-au calculat apoi permeabilitatea magnetică complexă

$$\underline{\mu}(\omega) = \mu_0 \frac{1 + \frac{2}{\pi}\,\underline{T}\sum_m{}'(-1)^{\frac{m+1}{2}}\,\frac{1}{m}\left(\frac{\omega_m}{\omega}\right)^2\frac{\underline{H}_m}{\underline{H}_0}}{1 + \frac{2}{\pi}\,\underline{T}\sum_m{}'(-1)^{\frac{m+1}{2}}\,\frac{1}{m}\,\frac{\omega_m}{\mathrm{j}\omega}\,\frac{\underline{H}_m}{\underline{H}_0}} \tag{15}$$

și susceptibilitatea magnetică complexă

$$\underline{\chi}(\omega) = \frac{\mathrm{j}\,\frac{2}{\pi}\,\underline{T}\sum_m{}'(-1)^{\frac{m+1}{2}}\,\frac{1}{m}\,\frac{\omega_m + \mathrm{j}\omega}{\mathrm{j}\omega}\,\frac{\omega_m}{\mathrm{j}\omega}\,\frac{\underline{H}_m}{\underline{H}_0}}{1 + \frac{2}{\pi}\,\underline{T}\sum_m{}'(-1)^{\frac{m+1}{2}}\,\frac{1}{m}\,\frac{\omega_m}{\mathrm{j}\omega}\,\frac{\underline{H}_m}{\underline{H}_0}}, \tag{16}$$

unde

$$\underline{T} = \frac{\underline{\gamma}_0\Delta}{2}\,\mathrm{cth}\,\frac{\underline{\gamma}_0\Delta}{2}. \tag{17}$$

În fine, în domeniul de comportare liniară a materialului, analizat în lucrarea de față, apar două categorii de pierderi, dintre care cele mai importante sînt cele prin curenți turbionari. Considerînd microcurenții turbionari ca fiind datorați integral structurii de domenii a materialului, iar cei macroturbionari inducției electromagnetice locale (de transformare), se obțin următoarele expresii ale acestor pierderi :

— pierderile prin macrocurenți turbionari

$$p_1 = \frac{\alpha_0}{\sigma\Delta}\,H_0^2\,\frac{\mathrm{sh}\,\alpha_0\Delta - \sin\alpha_0\Delta}{\mathrm{ch}\,\alpha_0\Delta + \cos\alpha_0\Delta} = \frac{4}{\sigma\Delta^2}\,H_0^2\sum_m{}'\frac{\omega^2}{\omega_m^2 + \omega^2}, \tag{18}$$

— pierderile prin microcurenți turbionari

$$p_{sd} = \frac{1}{2\sigma}\sum_m{}'\left(\frac{\omega_m}{\omega}\right)^2\left(\frac{m\pi}{\Delta}\right)^2 H_m^2 + \tag{19}$$

$$+\frac{1}{\sigma}\sum_m{}'\sum_n{}''\left(\frac{\omega_m}{\omega}\right)^2\frac{\omega_m^2 + \omega^2}{\omega_{mn}^2 + \omega^2}\left[\left(\frac{m\pi}{\Delta}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{a}\right)^2\right]H_m^2,$$

— pierderile de interacție a macro- și microcurenților turbionari

$$p_{1-sd} = \frac{2}{\pi\sigma}\sum_m{}'(-1)^{\frac{m+1}{2}}\,\frac{1}{m}\left(\frac{m\pi}{\Delta}\right)^2\left(\frac{\omega_m}{\omega_m + \mathrm{j}\omega}\,\underline{H}_0\,\underline{H}_m^* + \frac{\omega_m}{\omega_m - \mathrm{j}\omega}\,\underline{H}_0^*\,\underline{H}_m\right). \tag{20}$$

În afara acestora, un rol adesea important joacă pierderile datorate caracterului amortizat al mișcării pereților dintre domenii

$$p_\beta = 4\,\frac{\beta\omega^2}{(\mu_0 M_s)^2\,\sigma^2\,a\,\Delta^2}\,H_0^2 \sum_m{}' \frac{\omega_m^2}{\omega_m^2+\omega^2}\,\frac{1}{R_m^2\,\Gamma_m^2}\,. \tag{21}$$

3. DEFINIREA APROXIMAȚIEI FRECVENȚELOR JOASE

Într-o categorie largă de aplicații, mai ales tehnice, o importanță deosebită prezintă domeniul frecvențelor joase care se va defini în cele ce urmează prin condiția

$$\omega \ll \omega_m = \frac{1}{\mu_0\sigma}\left(\frac{m\pi}{\Delta}\right)^2, \qquad m = 1,3,5,\ldots \tag{22}$$

Evident, realizarea condiției pentru $m = 1$ asigură îndeplinirea ei și pentru orice altă valoare impară a numărului natural m; condiția se mai poate atunci scrie

$$f \ll f_1 = \frac{\pi}{2}\,\frac{1}{\mu_0\sigma\Delta^2}\,. \tag{22'}$$

Aproximația este astfel valabilă într-un domeniu de valori ale frecvenței ce depinde de rezistivitatea materialului, dar în special de grosimea păturii feromagnetice, cu cît aceasta este mai mică, cu atît mai mari fiind valorile frecvențelor ce se pot încadra în această aproximație.

În domeniul de valori ale frecvenței mai sus definit, expresiile (10^{III}) capătă forma

$$\underline{h}_m = \frac{m\pi}{2}\,\frac{a}{\Delta}\,\frac{\omega_m}{\omega}\,\frac{\underline{\Gamma}_m}{j\omega}, \qquad \underline{h}_{mn} = (-1)^{\frac{n}{2}}\,\frac{m\pi}{4}\,\frac{a}{\Delta}\,\frac{\omega_{mn}}{\omega}\,\frac{\underline{\Gamma}_m}{j\omega}, \tag{23}$$

și, întrucît se poate arăta că argumentul mărimii complexe $\underline{\Gamma}_m$ tinde spre valoarea $\frac{\pi}{2}$, ele sînt practic reale. Pe de altă parte, conform formulei (10^{III}), raportul $\frac{\Gamma_m}{\omega}$ este cu mult mai mare ca unitatea și ținînd seama de definiția (22), rezultă că indiferent de raportul în care se află parametrii de structură a și Δ, mărimile (23) verifică inegalitățile:

$$|\underline{h}_m| \gg 1, \qquad |\underline{h}_{mn}| \gg 1,$$

şi odată cu aceasta, conform notaţiei (10^{IV}), putem adopta

$$\underline{R}_m = R_m e^{j\varphi_m} \simeq 1.$$

Expresiile (8) şi (9) ale celor două componente ale intensităţii cîmpului magnetic, datorate inducţiei electromagnetice locale (de transformare) şi respectiv structurii de domenii, capătă acum formele :

$$\underline{H}_1(x) = \underline{H}_0 \left[1 - \sum_m{}' (-1)^{\frac{m-1}{2}} \frac{4}{m\pi} \frac{j\omega}{\omega_m} \cos \frac{m\pi}{\Delta} x \right], \tag{24}$$

$$\underline{H}_{sd}(x, y) = j \sum_m{}' \frac{\omega_m}{\omega} \underline{H}_m \cos \frac{m\pi}{\Delta} x + \tag{24'}$$

$$+ 2j \sum_m{}' \sum_n{}'' (-1)^{\frac{n}{2}} \frac{\omega_m}{\omega} \frac{\omega_m}{\omega_{mn}} \underline{H}_m \cos \frac{m\pi}{\Delta} x \cos \frac{n\pi}{a} y,$$

în care, ţinînd seama de simplificările introduse de aproximaţia adoptată, expresia ($10''$) a constantei complexe $\underline{H}_m$ devine

$$\underline{H}_m = j(-1)^{\frac{m-1}{2}} \frac{8}{\mu_0 \sigma a \Delta} \left(\frac{\omega}{\omega_m} \right)^2 \underline{\Gamma}_m^{-1}. \tag{25}$$

Componentele intensităţii cîmpului electric vor avea de asemenea expresii corespunzător mai simple.

Rezultatele de mai sus arată însăşi semnificaţia aproximaţiei adoptate : posibilitatea neglijării acelei componente a cîmpului magnetic care reprezintă contribuţia microcurenţilor turbionari la fenomenul de inducţie electromagnetică locală (de transformare), în comparaţie cu acea parte a cîmpului datorată integral structurii de domenii. Cu alte cuvinte, aproximaţia corespunde acelui domeniu de valori ale frecvenţei, pentru care se poate face o separare netă a cîmpului datorat fenomenului de inducţie (şi deci a macrocurenţilor turbionari) de cel datorat numai structurii de domenii (şi deci de microcurenţii turbionari).

Dar, în afară de aceasta, o analiză atentă poate evidenţia şi alte caracteristici. Astfel, din formula (24) se observă că cîmpul de reacţie datorat macrocurenţilor turbionari, descris local de termenul

$$- \underline{H}_0 \sum_m{}' (-1)^{\frac{m-1}{2}} \frac{4}{m\pi} \frac{j\omega}{\omega_m} \cos \frac{m\pi}{\Delta} x,$$

este cu mult mai mic decît cîmpul magnetic aplicat $\underline{H}_0$, chiar în centrul domeniului ($x=0$), putînd fi neglijat. Această concluzie se regăseşte în faptul că primul termen din expresia generală a intensităţii cîmpului mag-

netic mediu, adică tocmai cel corespunzător inducției electromagnetice locale (de transformare), este în aproximația dată

$$\frac{8}{\pi^2}\,\underline{H}_0 \sum_m{}' \frac{1}{m^2}\,\frac{\omega_m}{\omega_m + \mathrm{j}\omega} \simeq \frac{8}{\pi^2}\,\underline{H}_0 \sum_m{}' \frac{1}{m^2} = \underline{H}_0.$$

Pe de altă parte, cîmpul de reacție al microcurenților turbionari este cel descris de termenul $\underline{H}_{sd}$ prin expresia (24′). Se vede că, mai ales în centrul domeniului unde acești curenți sînt maximi, termenii sumei sînt comparabili cu cîmpul magnetic aplicat, raportul în care ei se află față de acesta fiind în principal definit de $\frac{1}{m^2}\,\frac{\omega}{\Gamma_m}$. Raportul este astfel cu atît mai important cu cît ne aflăm mai aproape de limita superioară a domeniului de valori permise ale frecvenței și cu cît valoarea constantei elastice α a materialului este mai mică. Rezultă că, exceptînd valorile foarte mici ale frecvenței și cele excesiv de mari ale constantei elastice α, cîmpul magnetic de reacție al microcurenților turbionari (datorat structurii de domenii) nu poate fi neglijat.

4. CÎMPUL MAGNETIC MEDIU ȘI PROPRIETĂȚILE DE MATERIAL

Așa cum s-a observat mai sus, dezvoltarea în serie Fourier

$$\frac{\mathrm{th}\,\frac{\underline{\gamma}_0 \Delta}{2}}{\frac{\underline{\gamma}_0 \Delta}{2}} = \frac{8}{\pi^2} \sum_m{}' \frac{1}{m^2}\,\frac{\omega_m}{\omega_m + \mathrm{j}\omega},$$

devine, în aproximația (22)

$$\frac{\mathrm{th}\,\frac{\underline{\gamma}_0 \Delta}{2}}{\frac{\underline{\gamma}_0 \Delta}{2}} \simeq \frac{8}{\pi^2} \sum_m{}' \frac{1}{m^2} = 1,$$

ceea ce este echivalent cu a considera că frecvența ω are valori atît de mici încît în dezvoltarea în serie a funcțiunii $\mathrm{th}\,\frac{\underline{\gamma}_0 \Delta}{2}$ se poate reține numai primul termen semnificativ. Corespunzător, mărimea $\underline{T}$ introdusă prin relația (17) devine egală cu unitatea, iar expresiile mărimilor ce descriu cîmpul magnetic mediu în pătura feromagnetică se simplifică considerabil. Particularizînd formulele (12)—(14) se obțin următoarele forme pentru :

— inducția magnetică medie

$$\underline{\widetilde{B}} = \mu_0 \left[\underline{H}_0 + \frac{2}{\pi} \sum_m{}' (-1)^{\frac{m+1}{2}} \frac{1}{m} \left(\frac{\omega_m}{\omega} \right)^2 \underline{H}_m \right], \qquad (26)$$

— intensitatea cîmpului magnetic mediu

$$\underline{\widetilde{H}} = \underline{H}_0 + \frac{2}{\pi} \sum_m{}' (-1)^{\frac{m+1}{2}} \frac{1}{m} \frac{\omega_m}{\mathrm{j}\omega} \underline{H}_m, \tag{27}$$

— magnetizarea medie

$$\underline{\widetilde{M}} = \mathrm{j} \frac{2}{\pi} \sum_m{}' (-1)^{\frac{m-1}{2}} \frac{1}{m} \left(\frac{\omega_m}{\omega}\right)^2 \underline{H}_m. \tag{28}$$

Utilizînd expresia (25) a constantei complexe $\underline{H}_m$, ele se mai pot scrie :
— inducţia magnetică medie

$$\underline{\widetilde{B}} = \mu_0 \underline{H}_0 \left(1 - \mathrm{j} \frac{16}{\pi} \frac{1}{\mu_0 \sigma a \Delta} \sum_m{}' \frac{1}{m \underline{\Gamma}_m}\right), \tag{26'}$$

— intensitatea cîmpului magnetic mediu:

$$\underline{\widetilde{H}} = \underline{H}_0 \left(1 - \frac{16}{\pi^3} \omega \frac{\Delta}{a} \sum_m{}' \frac{1}{m^3 \underline{\Gamma}_m}\right), \tag{27'}$$

— magnetizarea medie:

$$\underline{\widetilde{M}} = - \underline{H}_0 \frac{16}{\pi} \frac{1}{\mu_0 \sigma a \Delta} \sum_m{}' \frac{1}{m \underline{\Gamma}_m}. \tag{28'}$$

Cît priveşte constantele de material ale păturii feromagnetice expresiile lor (15) şi (16) devin:
— permeabilitatea magnetică complexă

$$\underline{\mu}(\omega) = \mu_0 \frac{1 - \mathrm{j} \frac{16}{\pi} \frac{1}{\mu_0 \sigma a \Delta} \sum_m{}' \frac{1}{m \underline{\Gamma}_m}}{1 - \frac{16}{\pi^3} \omega \frac{\Delta}{a} \sum_m \frac{1}{m^3 \underline{\Gamma}_m}}, \tag{29}$$

— susceptibilitatea magnetică complexă

$$\underline{\chi}(\omega) = \frac{\frac{16}{\pi} \frac{1}{\mu_0 \sigma a \Delta} \sum_m{}' \frac{1}{m \underline{\Gamma}_m}}{-1 + \frac{16}{\pi^3} \omega \frac{\Delta}{a} \sum_m{}' \frac{1}{m^3 \underline{\Gamma}_m}}. \tag{30}$$

5. PIERDERILE

Privitor la calculul diferitelor tipuri de pierderi, trebuie observat că aici se evidenţiază unul din cele mai de seamă avantaje ale aproximaţiei studiate. Într-adevăr, în formulele (18)—(21), ce dau expresiile acestor pierderi în cazul general, apar factori de forma $(\omega_m^2+\omega^2)$, a căror aproximare prin ω_m^2 devine excelentă la frecvenţe care se pot apropia foarte mult de limita impusă prin relaţia (22).

Astfel, apelînd la dezvoltarea în serie (18), expresia pierderilor prin macrocurenţi turbionari devine

$$p_1 = \frac{4}{\sigma\Delta^2} H_0^2 \sum_m{}' \left(\frac{\omega}{\omega_m}\right)^2 = \frac{1}{24} \mu_0^2 \omega^2 \sigma \Delta^2 H_0^2. \tag{31}$$

Se observă că la acelaşi rezultat se putea ajunge pornind şi de la forma integrală, dezvoltînd funcţiile hiperbolice şi trigonometrice în serie de puteri ale argumentului $(\alpha_0\Delta)$ şi reţinînd numai primii termeni semnificativi ai acestor dezvoltări. Operaţia are sens numai la valori mici ale frecvenţei, ceea ce concordă cu observaţia formulată la începutul paragrafului precedent.

Prin particularizarea formulelor (19)—(21) şi ţinînd cont de expresia (25) a constantei complexe $\underline{H}_m$ se obţin corespunzător următoarele formule pentru pierderile specifice prin microcurenţi turbionari:

$$p_{sd} = \frac{16}{\pi^2} \frac{\omega^2}{\sigma a^2} H_0^2 \sum_m{}' \frac{1}{m^2 \Gamma_m^2} + \frac{32}{\pi^2} \frac{\omega^2}{\sigma a^2} H_0^2 \sum_m{}' \sum_n{}'' \frac{1}{m^2 \Gamma_m^2 \left[1 + \frac{n^2}{m^2}\left(\frac{\Delta}{a}\right)^2\right]}, \tag{32}$$

de interacţie a macro- şi microcurenţilor turbionari

$$p_{1-sd} = \frac{16}{\pi^3} \mu_0 \omega^2 \frac{\Delta}{a} H_0^2 \sum_m{}' \frac{1}{m^3 \Gamma_m} \left(\sin \varphi_m - \frac{\omega}{\omega_m} \cos \varphi_m\right), \tag{33}$$

şi respectiv pentru cele datorate mişcării amortizate a pereţilor dintre domenii

$$p_\beta = 4 \frac{\beta \omega^2}{(\mu_0 M_s)^2 \sigma^2 a \Delta^2} H_0^2 \sum_m \frac{1}{\Gamma_m^2}. \tag{34}$$

O formă interesantă, utilă calculului efectiv al acestor pierderi se obţine exprimîndu-le în unităţi

$$p^{(0)} = \frac{1}{\sigma\Delta^2} H_0^2, \tag{35}$$

şi notîndu-le corespunzător :

— pierderile prin curenţi turbionari

$$^0p_1 = \frac{1}{24}(\gamma_0 \Delta)^4,$$

$$^0p_{sd} = \frac{16}{\pi^2}\left(\frac{\Delta}{a}\right)^2 \left\{ \sum_m{}' \frac{1}{m^2}\left(\frac{\omega}{\Gamma_m}\right)^2 + 2 \sum_m{}' \sum_n{}'' \frac{1}{m^2}\left[1 + \frac{n^2}{m^2}\left(\frac{\Delta}{a}\right)^2\right]^{-1}\left(\frac{\omega}{\Gamma_m}\right)^2 \right\},$$

$$^0p_{1-sd} = \frac{16}{\pi^3}(\gamma_0 \Delta)^2 \frac{\Delta}{a} \sum_m{}' \frac{1}{m^3}\frac{\omega}{\Gamma_m}\left[\sin\varphi_m - \frac{(\gamma_0 \Delta)^2}{\pi^2 m^2}\cos\varphi_m\right], \qquad (36)$$

— pierderile datorate amortizării în mişcarea pereţilor

$$^0p_\beta = 4 \frac{\beta}{(\mu_0 M_s)^2 \sigma \Delta} \frac{\Delta}{a} \sum_m{}' \left(\frac{\omega}{\Gamma_m}\right)^2. \qquad (37)$$

Avantajul acestor forme constă în aceea că toate variabilele au fost introduse prin intermediul unor parametri adimensionali, ceea ce permite sistematizarea eficientă a calculelor şi programarea lor pe calculator, ca şi formularea unor noi concluzii utile.

Astfel aproximaţia (22) corespunde faptului că parametrul adimensional

$$(\gamma_0 \Delta)^2 = 2\left(\frac{\Delta}{\delta_0}\right)^2 = \pi^2 \frac{\omega}{\omega_1},$$

în care δ_0 este adîncimea echivalentă de pătrundere a cîmpului la permeabilitatea μ_0, este cu mult mai mic decît unitatea, ceea ce, comparînd formulele de mai sus, arată că cea mai importantă categorie de pierderi o reprezintă cele prin microcurenţi turbionari şi eventual (în măsura în care coeficientul de amortizare β are valori ridicate) cele de amortizare, iar pierderile prin macrocurenţi turbionari sînt perfect neglijabile*). Ceilalţi parametri adimensionali din formulele (36) şi (37) sînt mai dificil de apreciat numai pe baza unor considerente generale : astfel, raportul $\frac{\Delta}{a}$ depinde aparent numai de geometria configuraţiei de domenii, dar în realitate nu se poate calcula decît cunoscînd constante de material specifice, ceea ce în cazul raportului $\frac{\omega}{\Gamma_m}$ este evident, aşa cum s-a mai discutat.

*) Astfel, de exemplu, pentru tola tratată termic experimentată (vezi capitolul următor), la inducţia de 50 Gs şi frecvenţa de 1000 Hz, cele trei componente ale pierderilor prin curenţi turbionari şi respectiv pierderile prin amortizare au următoarele valori relative, în unităţi $p^{(0)} = 16{,}693$ W/m³, la valoarea de echilibru 0,015 mm găsită pentru lăţimea domeniului de structură :

$^0p_1 = 2 \cdot 10^{-8}$; $^0p_{1-sd} = 0{,}46 \cdot 10^{-3}$; $^0p_{sd} = 0{,}929$; $^0p_\beta = 0{,}151$ (trebuie totuşi observat că din pierderile de amortizare, aproximativ 80 % se datorează tot curenţilor turbionari, aşa cum rezultă din modul particular de calcul al coeficientului de amortizare β, [22]).

6. EXPERIMENTUL

a. MATERIALUL EXPERIMENTAT

Verificarea experimentală a rezultatelor a fost făcută pentru tole din oţel silicios ARMCO M5—X, cu grăunţe orientate, de grosime 0,3 mm (grosime efectivă $\Delta = 0{,}29$ mm).

Este cunoscut faptul că oţelul silicios are o structură cubică cu volum centrat (BCC), cu trei axe echivalente de cea mai uşoară magnetizare. În condiţii speciale de obţinere a materialului policristalin industrial, acesta capătă însă o pronunţată anizotropie magnetică uniaxială, marea majoritate a cristalitelor avînd aceeaşi orientare [15] — [21], iar structura de domenii a fiecărei cristalite avînd forma presupusă în această lucrare (vezi şi [1]). Procedeul tehnologic curent de obţinere a tolelor din oţel silicios cu asemenea caracteristici magnetice este laminarea la rece; acest procedeu a fost folosit şi la producerea tolelor ARMCO studiate.

Analiza chimică a arătat că conţinutul în siliciu al aliajului este de 3 %, ceea ce constituie în general limita pînă la care mai sînt posibile prelucrările prin deformare la rece, dar la care rezistivitatea materialului a crescut suficient în raport cu cea a fierului pur, fără ca magnetizaţia de saturaţie să fie afectată. Valoarea sa asigură astfel un bun compromis între diferitele tendinţe contradictorii ce însoţesc variaţia procentului de siliciu.

Din tolele menţionate s-au tăiat după direcţia de laminare un număr de probe cu lăţimea de 8 mm şi lungimea de cîţiva zeci de centimetri, din care s-au confecţionat toruri. Pe periferia acestora s-au dispus două înfăşurări: una primară, uniform bobinată, cu $N_1 = 50$ spire şi o a doua secundară, cu un număr variabil N_2 de spire.

Pentru ca rezultatele măsurătorilor să nu fie viciate de cîmpurile parazite, mai ales la frecvenţe mari, în timpul experienţei probele au fost introduse într-o cutie ecranată magnetic.

În fine, pentru a putea evidenţia influenţa tratamentului termic de recoacere pentru recristalizarea secundară asupra structurii şi proprietăţilor magnetice ale materialului studiat, o parte din probe au fost supuse unui asemenea tratament.

b. MĂSURAREA EXPERIMENTALĂ A PIERDERILOR ŞI PERMEABILITĂŢII MAGNETICE

Determinarea experimentală a acestor mărimi s-a făcut pentru valori mici ale inducţiei cîmpului magnetic stabilit: $(5 \ldots 100) \cdot 10^{-4}$ T, astfel încît materialul să se afle încă în domeniul de comportare lineară, şi pentru valori ale frecvenţei în domeniul 100...10.000 Hz.

Pentru măsurători s-a folosit o punte de impedanţă de tip Maxwell, dublu ecranată, care permite determinarea directă a rezistenţei R_s şi a inductanţei echivalente L_s serie a probei măsurate cu o eroare mai mică de 1 %. Puntea a fost alimentată de la un generator de audio-frecvenţă *R.C.*, iar pentru acord şi pentru măsurătoarea de echilibrare a punţii s-a folosit un voltmetru electronic selectiv.

Probele folosite au fost torurile dublu bobinate descrise în paragraful precedent. Inducţia magnetică dorită s-a realizat ridicînd tensiunea de alimentare a înfăşurării primare pînă ce la bornele înfăşurării secundare se obţine tensiunea corespunzătoare

$$U_2 = \sqrt{2}\,\pi f S N_2 B,$$

în care S este secţiunea efectivă a circuitului magnetic toroidal. Tensiunile primară şi secundară s-au măsurat cu un voltmetru electronic cu scări adecvate.

O măsurătoare în curent continuu a servit la determinarea rezistenţei R_{Cu} a înfăşurării primare, permiţînd astfel calculul diferenţei $R_s - R_{Cu}$ ce corespunde pierderilor din materialul feromagnetic.

O importantă limitare a experienţei a fost impusă de faptul că, deşi tensiunea maximă de alimentare a punţii este de 10V, tensiunea maximă ce poate fi obţinută la bornele probei este numai

$$U_{\text{probă}} = U_{\text{alim.}} \frac{\omega L_s}{\omega L_s + 1000\, R_s}.$$

Măsurătorile s-au efectuat asupra a două seturi de cîte 5 probe, unele tratate termic (T), iar celelalte nu (NT). În figura 1 s-a reprezentat dependenţa $B \sim H_0$ pentru diferite valori ale frecvenţei, iar în figura 2 dependenţa $\mu_{rel} \sim f$ pentru diferite valori ale inducţiei magnetice, pentru ambele grupe de probe.

c. COMPARAREA REZULTATELOR TEORETICE CU EXPERIENŢA

S-au calculat pierderile magnetice specifice şi permeabilitatea magnetică „aparentă" (adică determinată ca raport între inducţia magnetică stabilită şi intensitatea cîmpului magnetic aplicat, şi nu mediu stabilit) pentru inducţiile magnetice medii de 5, 10, 20, 50, 100 Gs, la frecvenţele de 100, 200, 500, 1000, 2000, 5000 Hz. Întrucît în această gamă de frecvenţe

$$f \ll f_1 \simeq 7 \text{ MHz},$$

în calcule s-a putut adopta aproximaţia frecvenţelor joase. Pentru calculul pierderilor specifice prin curenţi turbionari şi de amortizare s-au folosit formulele (36) şi respectiv (37), iar pentru calculul permeabilităţii magnetice „aparente" s-a folosit formula (26′) separînd componentele sale, reală şi imaginară

$$\mu_{rel,r} = 1 + \frac{16}{\pi} \frac{1}{(\gamma_0 \Delta)^2} \frac{\Delta}{a} \sum_m{}' \frac{1}{m} \frac{\omega}{\Gamma_m} \sin \varphi_m,$$

$$\mu_{rel,i} = \frac{16}{\pi} \frac{1}{(\gamma_0 \Delta)^2} \frac{\Delta}{a} \sum_m{}' \frac{1}{m} \frac{\omega}{\Gamma_m} \cos \varphi_m, \tag{38}$$

şi calculînd apoi modulul său : $\mu_{rel} = (\mu^2_{rel,r} + \mu^2_{rel,i})^{1/2}$.

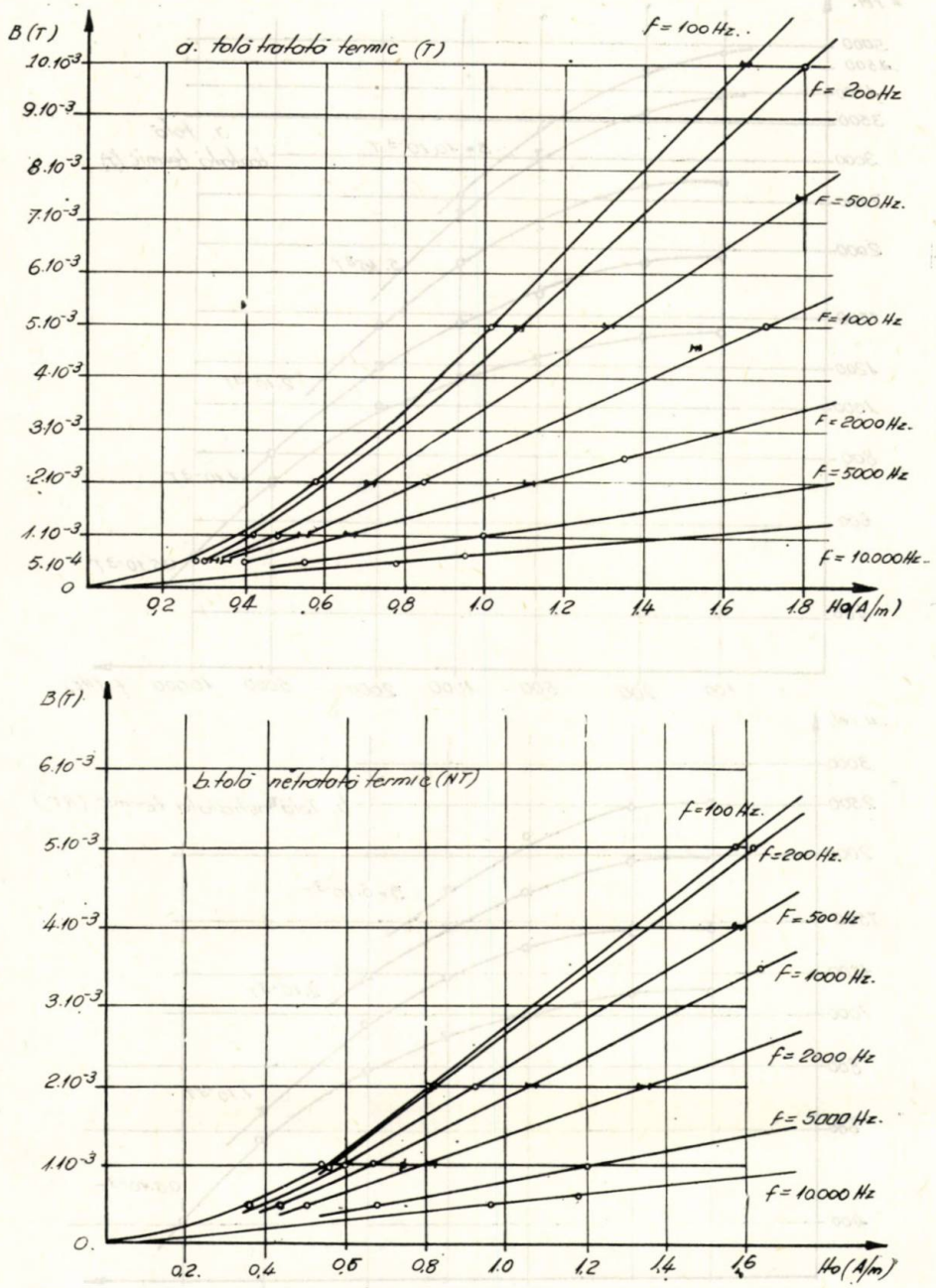


Fig. 1.— Dependența $B \sim H_0$ la diferite valori ale frecvenței pentru tola tratată (*a*) și respectiv cea netratată (*b*) termic.

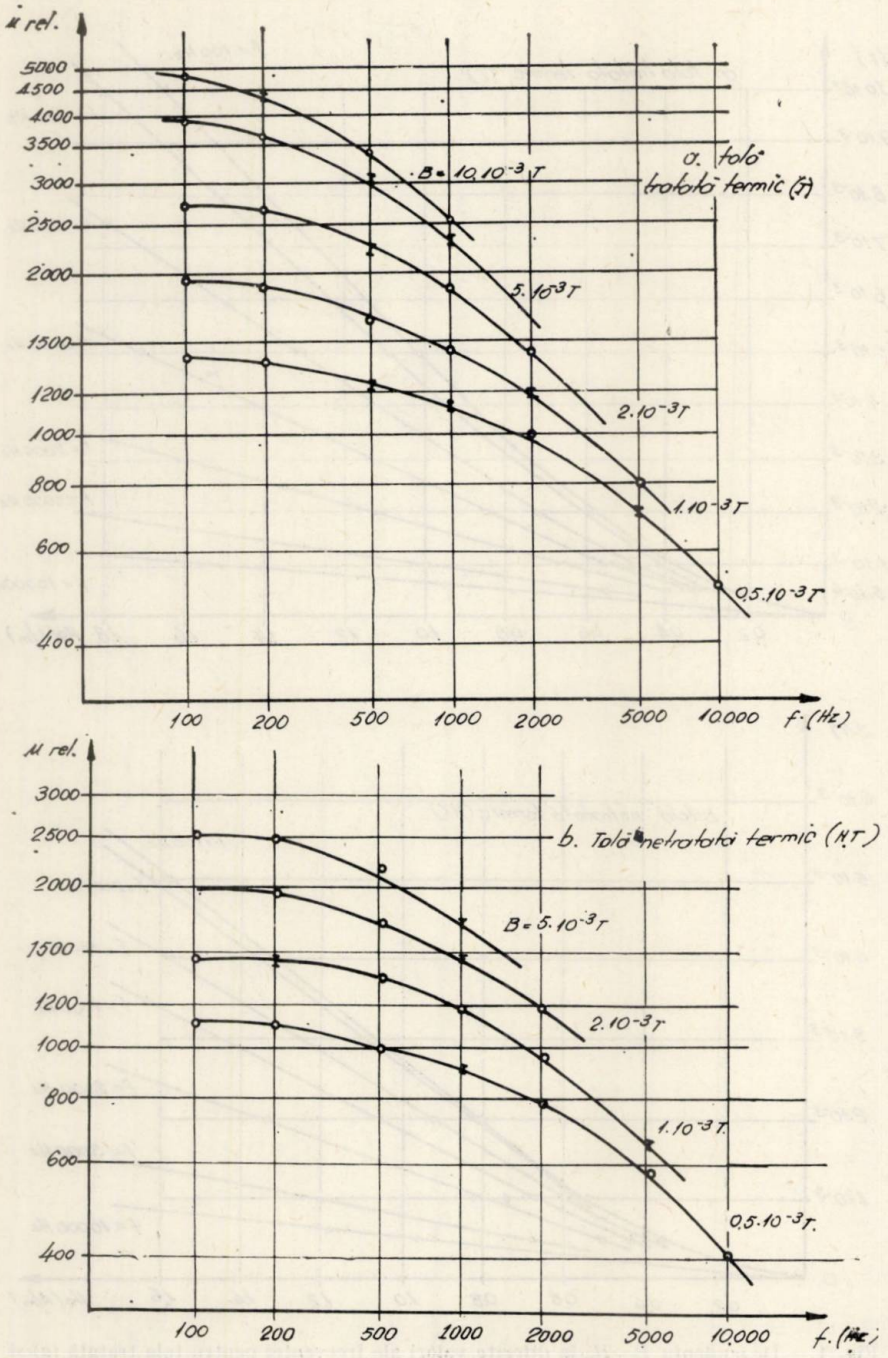


Fig. 2.— Dependența $\mu_{rel} \sim f$ la diferite valori ale inducției magnetice pentru tola tratată (*a*) și respectiv cea netratată (*b*) termic.

În calcule s-au adoptat următoarele valori ale constantelor fizice de material[22]:

— magnetizația de saturație: $\mu_0 M_s = 2{,}03$ T;

— rezistivitatea $\rho = 48 \cdot 10^{-8}$ Ωm;

— densitatea superficială de energie a peretelui

$$\sigma_B = 1{,}566 \cdot 10^{-3} \text{ J/m}^2;$$

— masa efectivă a peretelui Bloch: $m_B = 0{,}342 \cdot 10^{-10}$ kg/m² (termenii corespunzători sînt astfel perfect neglijabili);

— coeficientul de amortizare $\beta = 2564 \dfrac{Js}{m^4}$,

— constanta elastică a materialului, α, s-a determinat printr-o metodă de iterație, cu ajutorul relației

$$\mu(\omega = 0) = \mu_0 \left[1 + \frac{32}{\pi^2} \frac{\mu_0 M_s^2}{a} \sum_m{}' \frac{1}{m^2 \cdot \alpha_m(\omega = 0)} \right],$$

$$\alpha_m(\omega = 0) = \alpha + \left(\frac{m\pi}{\Delta} \right)^2 \sigma_B, \tag{39}$$

valorile $\mu(\omega = 0)$ obținîndu-se prin extrapolarea curbelor trasate în figura 2.

Calculele s-au efectuat cu ajutorul calculatorului IBM.1130 al Centrului de Calcul al Institutului Politehnic București.

Din sumele conținute în expresiile menționate s-a reținut un număr corespunzător de termeni, care să asigure determinarea valorilor calculate cu o eroare mai mică de 1%.

O parte a rezultatelor obținute în calculul pierderilor magnetice s-au prezentat în tabelele 1 și 2, pentru tola T și respectiv NT. De asemenea, unele din aceste rezultate s-au prezentat în figurile 3 și 4 pentru pierderile magnetice specifice și în figurile 5 și 6 pentru permeabilitatea magnetică „aparentă" (relativă).

7. CONCLUZII

Trebuie observat, așa cum rezultă din tabela 1, că se confirmă o dată mai mult faptul că pierderile specifice determinate experimental rămîn apreciabil mai mari decît cele calculate cu ajutorul formulei clasice exacte

$$p_{\text{clasic}} = \frac{\alpha}{\sigma\Delta} H_0^2 \frac{\operatorname{sh} \alpha\Delta - \sin \alpha\Delta}{\operatorname{ch} \alpha\Delta + \cos \alpha\Delta}; \quad \alpha^2 = \frac{1}{2} \mu\sigma\omega. \tag{40}$$

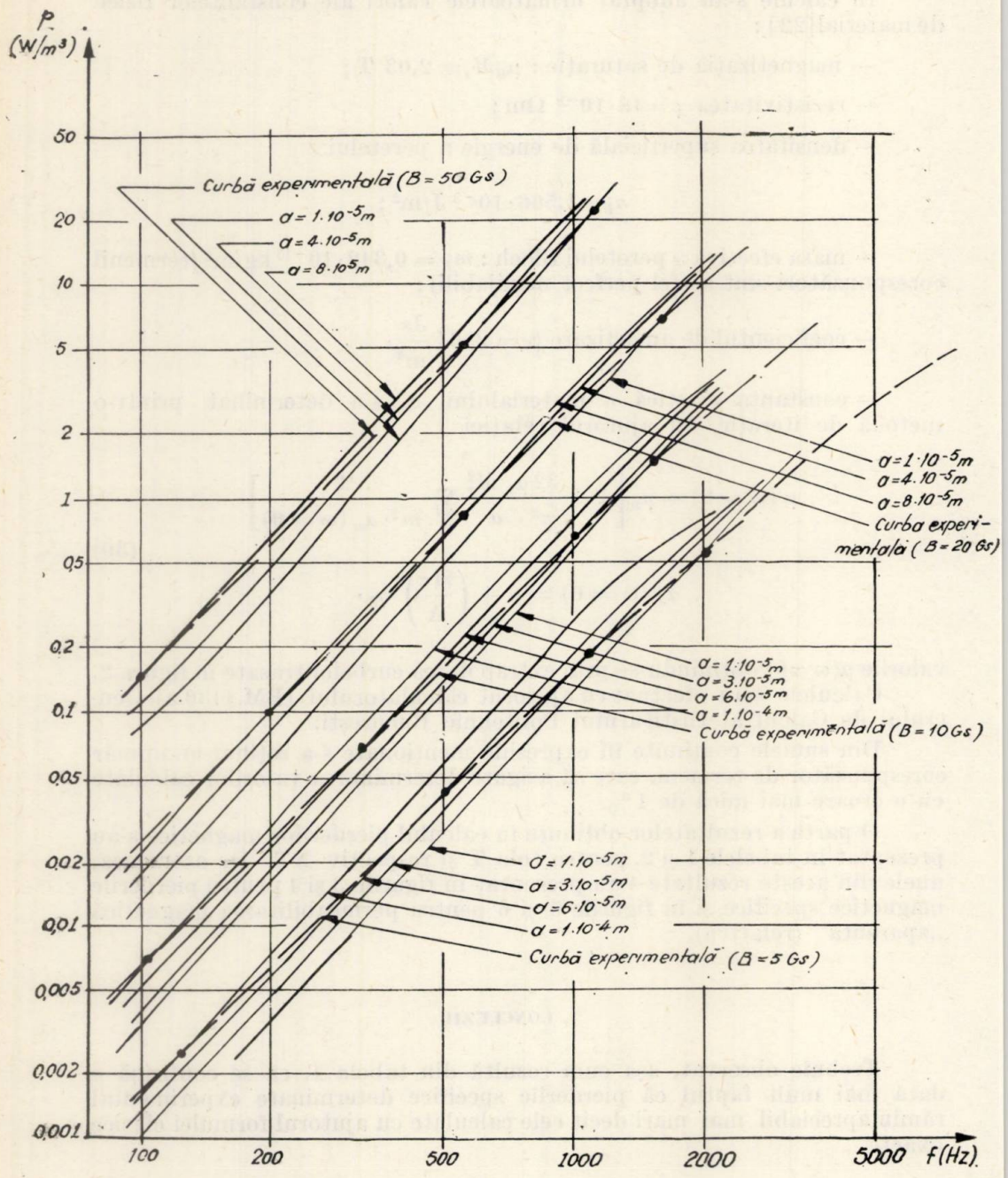


Fig. 3.— Pierderile magnetice totale specifice la tola tratată termic pentru diferite valori ale lăţimii domeniului de structură şi inducţiei magnetice.

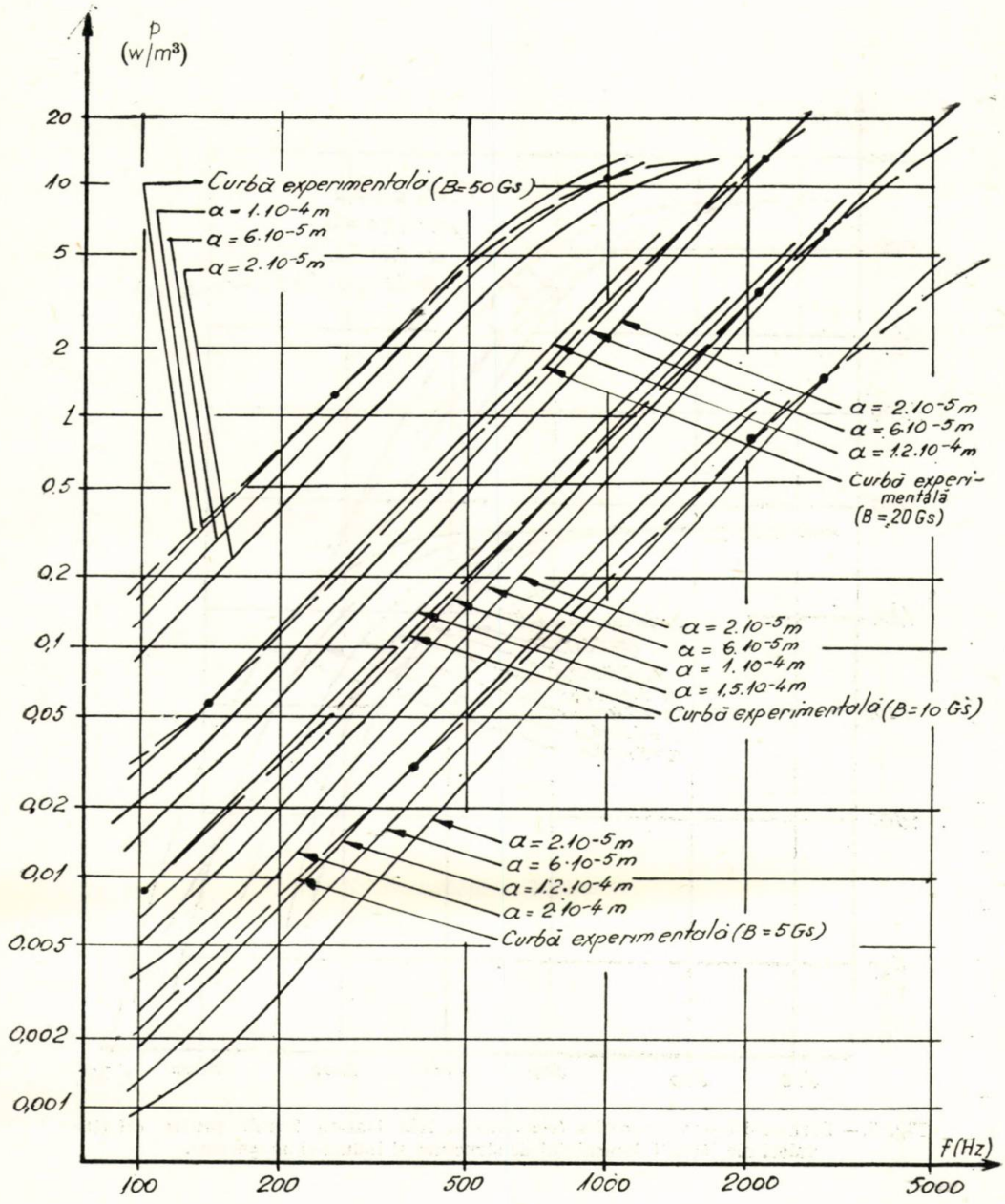


Fig. 4.— Pierderile magnetice totale specifice la tola netratată termic pentru diferite valori ale lăţimii domeniului de structură şi inducţiei magnetice.

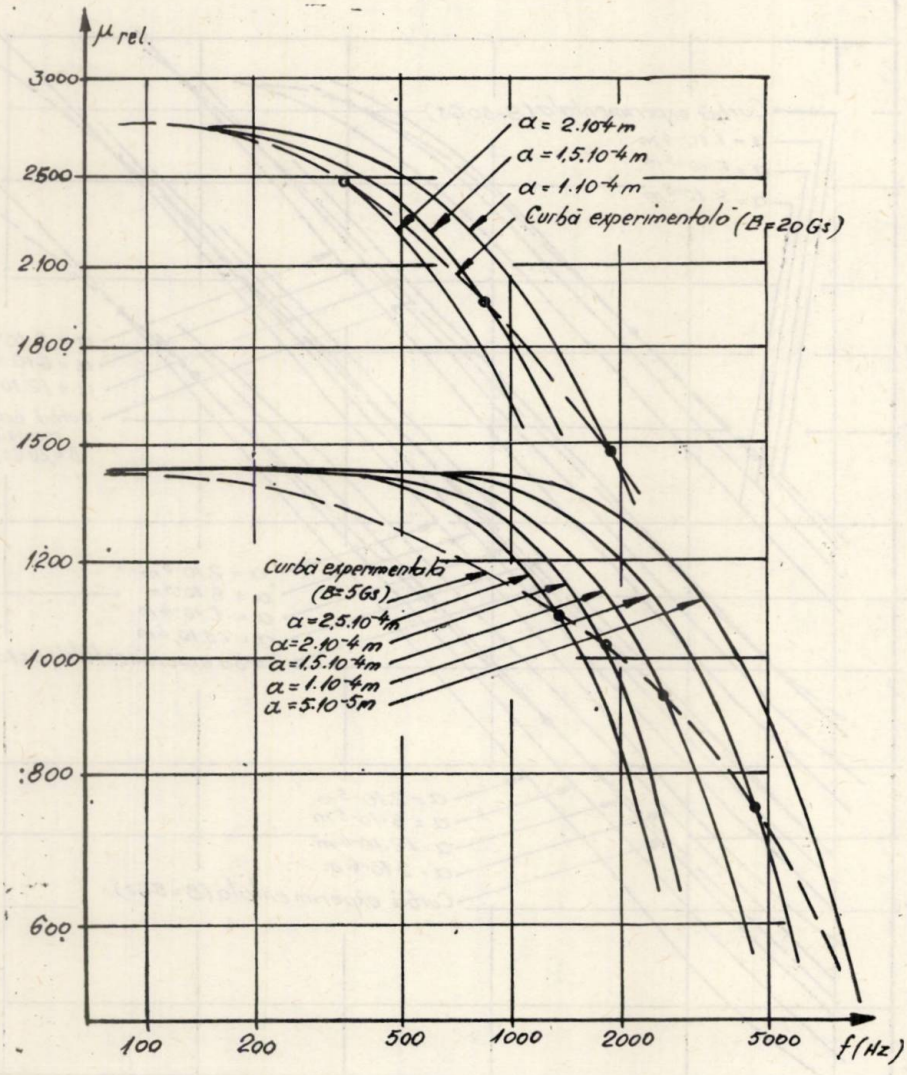


Fig. 5.— Permeabilitatea magnetică (relativă) la tola tratată termic pentru diferite valori ale lăţimii domeniului de structură şi inducţiei magnetice.

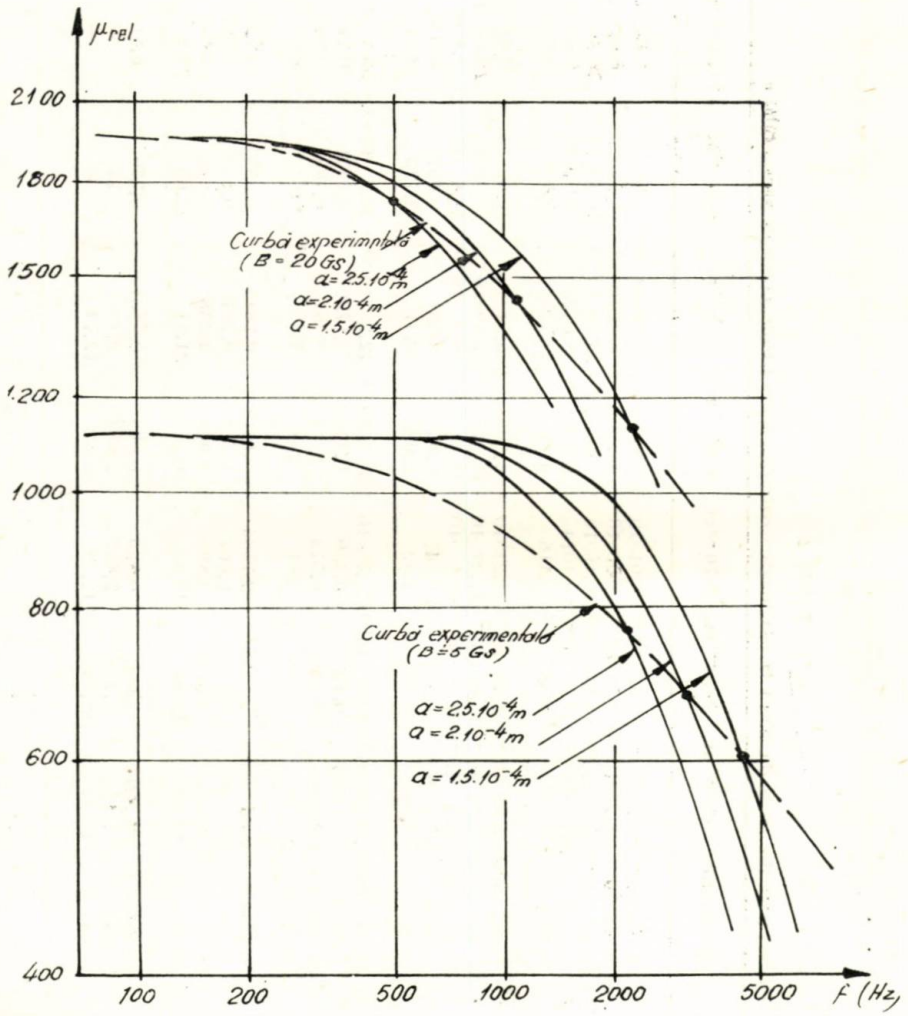


Fig. 6.— Permeabilitatea magnetică (reativă) la tola netratată termic pentru diferite valori ale lăţimii domeniului de structură şi inducţiei magnetice.

Tabela 1

Pierderi magnetice totale (în W/m³) la tola tratată termic (T), pentru diferite valori ale parametrului *a*

f, Hz	*B*, Gs	clasic	experimental	$1\cdot10^{-5}$ m	$2\cdot10^{-5}$m	$3\cdot10^{-5}$m	$4\cdot10^{-5}$m	$6\cdot10^{-5}$m	$8\cdot10^{-5}$m	$1\cdot10^{-4}$ m	$1{,}2\cdot10^{-4}$ m
100	5	$0{,}718\cdot10^{-3}$	$1{,}596\cdot10^{-3}$	$0{,}84\cdot10^{-3}$	$0{,}92\cdot10^{-3}$	$1{,}01\cdot10^{-3}$	$1{,}10\cdot10^{-3}$	$1{,}27\cdot10^{-3}$	$1{,}41\cdot10^{-3}$	$1{,}64\cdot10^{-3}$	$1{,}84\cdot10^{-3}$
	10	$2{,}876\cdot10^{-3}$	$6{,}285\cdot10^{-3}$	$3{,}37\cdot10^{-3}$	$3{,}71\cdot10^{-3}$	$4{,}06\cdot10^{-3}$	$4{,}39\cdot10^{-3}$	$5{,}11\cdot10^{-3}$	$5{,}84\cdot10^{-3}$	$6{,}60\cdot10^{-3}$	$7{,}37\cdot10^{-3}$
	20	$11{,}22\cdot10^{-3}$	$24{,}88\cdot10^{-3}$	$13{,}45\cdot10^{-3}$	$14{,}81\cdot10^{-3}$	$16{,}16\cdot10^{-3}$	$17{,}57\cdot10^{-3}$	$20{,}40\cdot10^{-3}$	$23{,}40\cdot10^{-3}$	$26{,}36\cdot10^{-3}$	$29{,}43\cdot10^{-3}$
	50	$71{,}76\cdot10^{-3}$	0,1503	$84{,}1\cdot10^{-3}$	$92{,}7\cdot10^{-3}$	0,1014	0,1102	0,1279	0,1464	0,1652	0,1842
	100	0,2872	0,5721	0,3455	0,3803	0,416	0,452	0,525	0,600	0,676	0,754
200	5	$2{,}87\cdot10^{-3}$	$6{,}387\cdot10^{-3}$	$3{,}51\cdot10^{-3}$	$3{,}86\cdot10^{-3}$	$4{,}21\cdot10^{-3}$	$4{,}57\cdot10^{-3}$	$5{,}31\cdot10^{-3}$	$6{,}05\cdot10^{-3}$	$6{,}83\cdot10^{-3}$	$7{,}64\cdot10^{-3}$
	10	$11{,}50\cdot10^{-3}$	$25{,}41\cdot10^{-3}$	$14{,}42\cdot10^{-3}$	$15{,}85\cdot10^{-3}$	$17{,}31\cdot10^{-3}$	$18{,}77\cdot10^{-3}$	$21{,}80\cdot10^{-3}$	$24{,}88\cdot10^{-3}$	$28{,}05\cdot10^{-3}$	$31{,}27\cdot10^{-3}$
	20	$45{,}88\cdot10^{-3}$	$98{,}10\cdot10^{-3}$	$57{,}2\cdot10^{-3}$	$62{,}9\cdot10^{-3}$	$68{,}6\cdot10^{-3}$	$74{,}5\cdot10^{-3}$	$86{,}4\cdot10^{-3}$	$98{,}6\cdot10^{-3}$	0,1109	0,1233
	50	0,2861	0,5978	0,3726	0,4095	0,447	0,485	0,561	0,637	0,713	0,798
	100	1,134	2,32	1,611	1,77	1,93	2,088	2,41	2,723	3,04	3,31
500	5	$17{,}85\cdot10^{-3}$	$42{,}23\cdot10^{-3}$	$28{,}23\cdot10^{-3}$	$30{,}93\cdot10^{-3}$	$33{,}75\cdot10^{-3}$	$36{,}5\cdot10^{-3}$	$42{,}2\cdot10^{-3}$	$47{,}9\cdot10^{-3}$	$53{,}6\cdot10^{-3}$	$59{,}7\cdot10^{-3}$
	10	$71{,}18.10^{-3}$	0,1611	0,1165	0,1277	0,139	0,1502	0,1726	0,1951	0,2172	0,239
	20	0,2838	0,628	0,484	0,529	0,573	0,618	0,761	0,788	0,867	0,94
	50	1,7524	3,829	3,25	3,536	3,81	4,08	4,57	5,01	5,4	5,72
1 000	5	$70{,}73\cdot10^{-3}$	0,1586	0,1274	0,1388	0,1506	0,1618	0,1845	0,2057	0,2259	0,2451
	10	0,2798	0,646	0,5708	0,62	0,667	0,712	0,797	0,874	0,942	1,000
	20	1,105	2,73	2,458	2,642	2,809	2,968	3,238	3,451	3,608	3,712
	50	6,71	18,014	17,56	18,55	19,4	20,11	21,11	21,65	21,8	—
2 000	5	0,2746	0,5364	0,5604	0,600	0,639	0,668	0,733	0,779	0,814	0,837
	10	1,072	2,381	2,611	2,758	2,882	2,984	3,14	3,22	—	—
	20	4,153	9,944	11,73	12,13	12,42	12,62	12,74	—	—	—

Tabela 2

Pierderile magnetice totale (în W/m³) la tola netratată termic (NT), pentru diferite valori ale parametrului *a*

f, Hz	*B*, Gs	experimental	$2 \cdot 10^{-5}$ m	$4 \cdot 10^{-5}$ m	$6 \cdot 10^{-5}$ m	$8 \cdot 10^{-5}$ m	$1 \cdot 10^{-4}$ m	$1{,}2 \cdot 10^{-4}$ m	$1{,}5 \cdot 10^{-4}$ m	$2 \cdot 10^{-4}$ m	$2{,}5 \cdot 10^{-4}$ m
100	5	$2{,}242 \cdot 10^{-3}$	$0{,}92 \cdot 10^{-3}$	$1{,}09 \cdot 10^{-3}$	$1{,}26 \cdot 10^{-3}$	$1{,}44 \cdot 10^{-3}$	$1{,}63 \cdot 10^{-3}$	$1{,}82 \cdot 10^{-3}$	$2{,}11 \cdot 10^{-3}$	$2{,}62 \cdot 10^{-3}$	$3{,}15 \cdot 10^{-3}$
	10	$8{,}53 \cdot 10^{-3}$	$3{,}69 \cdot 10^{-3}$	$4{,}37 \cdot 10^{-3}$	$5{,}07 \cdot 10^{-3}$	$5{,}81 \cdot 10^{-3}$	$6{,}55 \cdot 15^{-3}$	$7{,}32 \cdot 10^{-3}$	$8{,}51 \cdot 10^{-3}$	$10{,}55 \cdot 10^{-3}$	$12{,}66 \cdot 10^{-3}$
	20	$32{,}12 \cdot 10^{-3}$	$14{,}79 \cdot 10^{-3}$	$17{,}55 \cdot 10^{-3}$	$20{,}38 \cdot 10^{-3}$	$23{,}30 \cdot 10^{-3}$	$26{,}32 \cdot 10^{-3}$	$29{,}38 \cdot 10^{-3}$	$34{,}12 \cdot 10^{-3}$	$42{,}30 \cdot 10^{-3}$	$50{,}80 \cdot 10^{-3}$
	50	0,1834	$91{,}90 \cdot 10^{-3}$	0,1108	0,1290	0,1472	0,1665	0,1859	0,2152	0,2670	0,32
200	5	$8{,}03 \cdot 10^{-3}$	$3{,}76 \cdot 10^{-3}$	$4{,}46 \cdot 10^{-3}$	$5{,}17 \cdot 10^{-3}$	$5{,}91 \cdot 10^{-3}$	$6{,}68 \cdot 10^{-3}$	$7{,}44 \cdot 10^{-3}$	$8{,}61 \cdot 10^{-3}$	$10{,}69 \cdot 10^{-3}$	$12{,}81 \cdot 10^{-3}$
	10	$30{,}32 \cdot 10^{-3}$	$13{,}06 \cdot 10^{-3}$	$17{,}50 \cdot 10^{-3}$	$20{,}28 \cdot 10^{-3}$	$23{,}20 \cdot 10^{-3}$	$26{,}13 \cdot 10^{-3}$	$29{,}20 \cdot 10^{-3}$	$33{,}80 \cdot 10^{-3}$	$41{,}90 \cdot 10^{-3}$	$49{,}90 \cdot 10^{-3}$
	20	0,116	$60 \cdot 10^{-3}$	$71{,}1 \cdot 10^{-3}$	$82{,}6 \cdot 10^{-3}$	$94{,}2 \cdot 10^{-3}$	0,1062	0,1183	0,1368	0,1687	0,2015
	50	0,716	0,3964	0,47	0,545	0,621	0,70	0,779	0,897	1,098	1,294
500	5	$49{,}89 \cdot 10^{-3}$	$27{,}82 \cdot 10^{-3}$	$32{,}90 \cdot 10^{-3}$	$38{,}07 \cdot 10^{-3}$	$43{,}3 \cdot 10^{-3}$	$48{,}7 \cdot 10^{-3}$	$54{,}1 \cdot 10^{-3}$	$62{,}2 \cdot 10^{-3}$	$75{,}8 \cdot 10^{-3}$	$88{,}9 \cdot 10^{-3}$
	10	0,1838	0,1061	0,1251	0,1444	0,1642	0,1837	0,204	0,231	0,280	0,323
	20	0,723	0,453	0,532	0,612	0,693	0,772	0,848	0,960	1,127	1,266
	50	4,512	3,009	3,523	4,03	4,52	5,00	5,44	6,04	6,87	7,46
1 000	5	0,1963	0,1275	0,1495	0,1716	0,1931	0,2144	0,2349	0,2631	0,3052	0,3380
	10	0,752	0,519	0,603	0,686	0,766	0,840	0,910	1,001	1,118	—
	20	3,107	2,322	2,672	2,990	3,290	3,543	3,76	4,01	4,25	—
	35	10,69	8,67	9,81	10,79	11,58	12,20	12,82	13,06	—	—
2 000	5	0,8183	0,646	0,738	0,820	0,891	0,952	1,000	1,050	1,088	—
	10	3,207	2,677	2,992	3,250	3,472	3,591	3,684	3,736	—	—
	20	11,64	11,34	12,31	12,95	13,32	13,44	—	—	—	—

De asemenea, se observă că teoria clasică este incapabilă să explice efectele tratamentului termic, care şi în cazul probelor analizate a adus o sensibilă îmbunătăţire a proprietăţilor magnetice: micşorarea pierderilor şi creşterea permeabilităţii magnetice.

Calculele făcute arată că pierderile magnetice specifice cresc monoton cu lăţimea domeniului de structură, fiind întotdeauna mai mari decît cele calculate clasic. La valori bine determinate ale frecvenţei şi inducţiei magnetice există însă o anumită valoare critică a parametrului a, după care variaţia devine monoton descrescătoare. Considerăm că această variaţie este nefizică şi deci domeniul respectiv trebuie înlăturat, corespunzînd probabil unei limitări a ipotezelor de calcul adoptate.

Din examinarea tabelelor 1 şi 2 a figurilor 3 şi 4 se observă că la anumite valori ale parametrului a se obţine coincidenţa pierderilor măsurate experimental cu cele calculate teoretic. Punctul de coincidenţă se deplasează spre valorile mici ale parametrului odată cu creşterea frecvenţei şi a intensităţii cîmpului aplicat. Acest rezultat constituie o *excelentă verificare a teoriei structurii dinamice de domenii*. De exemplu, la tola T, pentru frecvenţa de 500 Hz, la inducţiile de 5, 10, 20, 50 Gs, punctele de coincidenţă corespund unor lăţimi de domeniu de respectiv 60, 50, 42 şi 30 μm, iar pentru inducţia de 10 Gs, la frecvenţele de 100, 200, 500 şi 1 000 Hz, unor lăţimi de domeniu de respectiv 90, 82, 50 şi 24 μm.

Pentru cele mai mici valori ale frecvenţei şi intensităţii cîmpului, punctele de coincidenţă trebuie să corespundă unor valori ale lăţimii domeniilor de structură foarte apropiate de cele observate static, în absenţa cîmpului. Valorile corespunzătoare ce rezultă din tabelele 1 şi 2 sînt 96 şi respectiv 160 μm pentru tola T şi respectiv NT. Dar aceste valori sînt în bună concordanţă cu cele determinate prin observare directă, prin metoda Bitter [22], numai pentru tola T, la tola NT fiind mult superioare celor măsurate direct. Aceasta se explică prin faptul că valorile menţionate mai sus rezultă din compararea rezultatelor experimentale cu valori ale pierderilor calculate în ipoteza orientării riguroase a tuturor cristalitelor după direcţia de laminare şi deci a cîmpului aplicat. Ori această ipoteză este apropiată de realitate numai la tola T şi nu este decît cu totul aproximativă la tola NT, ceea ce aduce creşterea considerabilă a pierderilor (vezi [23]).

Observaţii asemănătoare pot fi făcute şi privitor la dependenţa permeabilităţii magnetice de frecvenţă şi inducţia magnetică, pentru diferite valori ale lăţimii domeniului de structură (vezi fig. 5 şi 6). Numai că punctele în care se realizează coincidenţa valorilor măsurate experimental cu cele calculate teoretic corespund acum unor valori ale parametrului a în general mai mari decît valorile corespunzătoare determinate în analiza pierderilor, pentru aceeaşi frecvenţă şi inducţie magnetică. Considerăm că aceasta se datorează probabil unei aprecieri insuficient de exacte a coeficientului de amortizare β.

În concluzie, se poate afirma că teoria expusă oferă o metodă corectă şi eficace pentru calculul pierderilor în tola din material feromagnetic în domeniul iniţial de comportarea lineară a materialului. Buna coincidenţă a rezultatelor teoretice cu măsurătorile experimentale arată că această metodă poate fi utilizată chiar în situaţia în care structura de domenii a materialului nu are în întregime forma presupusă în lucrare. Într-adevăr, la grosimi mari ale tolei, cum este cea experimentată de autor, multe cris-

talite au pereții de domenii înclinați la 45° în raport cu fețele tolei, și nu normali pe acestea. Cu cît grosimea tolei este mai mică, numărul cristalitelor cu structură normală crește și modelul se apropie de realitatea fizică. Analiza efectuată arată însă că pentru aplicarea teoriei esențială rămîne condiția ca cristalitele să aibă în număr cît mai mare orientarea direcției de laminare.

În încheiere, doresc să adresez mulțumiri deosebite asistentului ing. Dorin Irimescu, cu sprijinul amabil al căruia au fost efectuate calculele numerice prezentate în această lucrare.

BIBLIOGRAFIE

1. H. Gavrilă, *Studiul pălurilor și tolelor feromagnetice cu anizotropie magnetică uniaxială în cîmpuri magnetice alternative de mică intensitate. I. Cîmpul electromagnetic local*, St. cerc. energ. electr., **22**, *3*, 623–38 (1972).
2. H. Gavrilă, *Idem. II. Cîmpul magnetic mediu și calculul pierderilor*, St. cerc. energ. electr., **23**, *1*, 59–75 (1973).
3. Ch. Kittel, *Physical theory of ferromagnetic domains*, Rev. Modern Physics, **21**, *4*, 541–83 (1949).
4. L. Landau, E. Lifshitz, *Theory of dispersion of magnetic permeability in ferromagnetic bodies*, Physik. Zeit. S.U., **8**, 153–69 (1935).
5. H. J. Williams, W. Shockeley, Ch. Kittel, *Studies of the propagation velocity of a ferromagnetic domains boundary*, Phys. Rev., **80**, *12*, 1090–4 (1950).
6. R. H. Pry, C. P. Bean, *Calculation of the energy loss in magnetic sheet material using a domain model*, J. Appl. Phys., **30**, *4*, 88–89S (1959).
7. K. M. Polivanov, *Dinamiceskie harakteristiki ferromagnetikov*, Izv. Akad. Nauk SSSR (seria Fizika), **XIV**, *4*, 449–64 (1962).
8. L. Néel, *Influence de la subdivision en domaines élémentaires sur la perméabilité en haute fréquence des corps férromagnétiques conducteurs*, Ann. Inst. Fourier (Grenoble), *III*, 301–19 (1951).
9. G. Brouwer, *Electrical analog of the eddy-current-limited domain-boundary motion in ferromagnetics*, J. Appl. Phys., **26**, *11*, 1297–301 (1955).
10. J. J. Becker, *Magnetization changes and losses in conducting ferromagnetic materials*, J. Appl. Phys., **34**, *4(II)*, 1327–32 (1963).
11. E. Feldtkeller, *Coupled walls in multilayer films*, J. Appl. Phys., **39**, *2(II)*, 1181–90 (1968).
12. W. Andrä, *On the motion of partially pinned Bloch walls in magnetic thin films*, Phys. Status Solidi, **4a**, *2*, 380–6 (1971).
— *On the Bloch wall motion in multilayer films*, Czech. J. Phys., **B21**, *4–5*, 522–4 (1971).
13. J. E. L. Bishop, E. W. Lee, *The behaviour of ferromagnetic sheets in alternating electric and magnetic fields*, Proc. Royal Soc. (London), **276 A**, *1364*, 96–111 (1963).
14. C. Tănăsoiu, *Contribuții la studiul structurii de domenii și al proceselor de magnetizare în ferite uniaxe cu anizotropie puternică*, St. cerc. fiz., **23**, *10*, 1163–92 (1971).
15. K. Sixtus, *Anisotropie in Eisen–Silizium–Einkristallen nach Glühen im Magnetfeld*, Zeit. f. Angew. Physik, **28**, *5*, 270–4 (1970).
16. W. Morrill, *Oriented crystals: Their growth and their effects on magnetic properties*, General Electr. Rev., **53**, *8*, 16–21 (1950).

17. H. Hu, G. Wiener, *Correlation of energy losses with perfection of crystal orientation and domain structure*, J. Appl. Phys., **30**, *4S*, 86—7 (1959).
18. L. J. Regitz, *Simultaneous observation of grain structure and orientation in oriented silicon steel*, IEEE Trans. Magnetics, **6**, *3*, 576—9 (1970).
19. G. W. Wiener, *Metallurgy of oriented silicon steels*, J. Appl. Phys., **35**, *3*, 820—1 (1964).
20. B. Wyslocky, K. Stoiński, *Anisotropic magnetic properties of an iron-silicon alloy*, Acta Phys. Polonica, **22**, fasc. *2*, 363—7 (1962).
21. W. S. Paxton, *Simulated dynamic behaviour of domains in oriented electrical steel sheets*, J. Appl. Phys., **38**, *3*, 1081—3 (1967).
22. H. Gavrilă, Teză de doctorat, Inst. Politehnic Bucureşti, 1972.
23. H. Gavrilă, *Studiul păturilor şi tolelor feromagnetice cu anizotropie magnetică uniaxială în cîmpuri magnetice alternative de mică intensitate. IV*, St. cerc. energ. electr. (în curs de publicare).

CALCULUL CÎMPULUI MAGNETIC DE DISPERSIE LA TRANSFORMATOARE

C. GHIȚĂ

621.314.2.017

În lucrare se prezintă un procedeu de calcul al cîmpului magnetic din interiorul ferestrei unui transformator monofazat, folosind metoda funcțiunii lui Green. Se calculează, de asemenea, forțele axiale și radiale care se exercită asupra diferitelor porțiuni ale înfășurărilor transformatorului.

Cîmpul magnetic de dispersie din fereastra transformatorului, a fost calculat în anul 1928 de E. Roth, considerîndu-se permeabilitatea fierului infinită, curentul de mers în gol nul și configurația plan paralelă a spectrului liniilor de cîmp [1]. În 1936, E. Roth a rezolvat aceeași problemă, însă pentru un cîmp cu simetrie cilindrică [2], în care caz calculele devin mult mai complicate. Apariția calculatoarelor numerice, a permis calcul comod al cîmpului magnetic de dispersie al transformatorului, folosind cele două expresii date de E. Roth.

Calculele au arătat că pentru componentele axiale ale inducției cîmpului magnetic, ambele expresii conduc la rezultate practic identice, dar pentru componentele radiale ale inducției cîmpului magnetic, rezultatele sînt aceleași doar în cazul înfășurărilor cu solenații echilibrate, iar în cazul înfășurărilor cu solenații dezechilibrate, ipoteza configurației plan paralele a spectrului liniilor de cîmp, conduce la valori mai mari decît cele determinate experimental [3].

Expresiile găsite de E. Roth, pentru cîmpul magnetic de dispersie al transformatorului, prezintă două dezavantaje : conțin serii duble Fourier, respectiv Fourier — Bessel și seriile sînt slab convergente.

Prezenta lucrare își propune să găsească pentru cîmpul magnetic de dispersie al transformatorului, expresii care să conțină serii simple Fourier, puternic convergente. Metoda folosită se bazează pe integrarea ecuației lui Poisson, pentru potențialul-vector al cîmpului magnetic de dispersie, folosind metoda funcțiunii lui Green [4]—[7].

În lucrare, se calculează componenta tangențială a cîmpului magnetic, existent la suprafața de separație aer-fier, în cazul înfășurărilor cu solenații necompensate și se arată că aceasta are o influență foarte mică asupra cîmpului magnetic rezultant din fereastră. De această componentă

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 2, p. 479—494, 1974

a cîmpului magnetic de dispersie, trebuie să se țină seama la calculul transformatoarelor multiplicatoare de frecvență, la care curentul de mers în gol capătă valori mai mari decît la transformatoarele obișnuite.

1. CALCULUL CÎMPULUI MAGNETIC REZULTANT DIN FEREASTRĂ

Se va determina cîmpul magnetic de dispersie al transformatorului, în următoarele ipoteze simplificatoare:

— se neglijează curbura înfășurărilor; acestea sînt considerate de lungime infinită — cîmpul magnetic nu depinde de coordonata z și poate fi considerat, deci, plan paralel;

— curenții de deplasare dintre spirele bobinelor și curenții turbionari induși în tolele circuitului feromagnetic, se consideră nuli;

— permeabilitatea fierului se presupune infinită.

Dacă se cunoaște potențialul-vector al cîmpului magnetic de dispersie, inducția magnetică se poate calcula cu ajutorul formulei

$$\boldsymbol{B} = \operatorname{rot} \boldsymbol{A}. \tag{1}$$

Potențialul-vector se determină integrînd ecuația liniară cu derivate parțiale și coeficienți constanți

$$\Delta \boldsymbol{A}(x, y) = -\mu_0 \boldsymbol{J}(x, y), \tag{2}$$

pe suprafața Σ a ferestrei, cu condiții de tip Neumann, pe frontiera Γ a suprafeței Σ. Integrarea ecuației (2) se face folosind formula celor trei potențiale, conform căreia potențialul-vector se scrie sub forma

$$\boldsymbol{A}(x, y) = \int_{\Sigma} \boldsymbol{J}(x_0, y_0)\, G(x, y\,;\, x_0, y_0)\, \mathrm{d}x_0\, \mathrm{d}y_0 + \\ + \frac{1}{\mu_0} \int_{\Gamma} G(x, y\,;\, x_0, y_0) \frac{\partial \boldsymbol{A}(x_0, y_0)}{\partial n}\, \mathrm{d}s_0 + \boldsymbol{A}_0, \tag{3}$$

în care $G(x, y\,;\, x_0, y_0)$ este funcțiunea lui Green pentru operatorul lui Laplace și pentru condiții de frontieră de tip Neumann, iar $\boldsymbol{A}_0$ este o constantă arbitrară.

Funcțiunea lui Green este definită de următoarele relații

$$\Delta G(x, y\,;\, x_0, y_0) = -\mu_0\, \delta(x - x_0)\delta(y - y_0), \tag{4}$$

$$\frac{\partial G(x, y\,;\, x_0, y_0)}{\partial n} = -\frac{\mu_0}{l_\Gamma}, \tag{5}$$

în care $\delta(x - x_0)\ \delta(y - y_0)$ se numește „funcția delta", bidimensională, în coordonate carteziene, a lui Dirac, iar l_Γ este lungimea curbei Γ.

Cîmpul de dispersie rezultant B din fereastra transformatorului, se poate considera ca superpoziţia a două cîmpuri; unul, notat cu B' aflat în ipoteza în care cele două înfăşurări au solenaţii echilibrate şi celălalt, notat cu B^*, dat numai de solenaţia de dezechilibru, numită şi solenaţie de mers în gol, ca şi cînd aceasta ar exista singură în fereastră

$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{B}' + \boldsymbol{B}^*. \tag{6}$$

a. CALCULUL CÎMPULUI DE DISPERSIE ÎN IPOTEZA SOLENAŢIILOR ECHILIBRATE

Soluţia ecuaţiei (4) cu condiţia pe frontieră (5), care prezintă interes în acest caz, are forma a două expresii distincte [7], fiecare fiind vala-

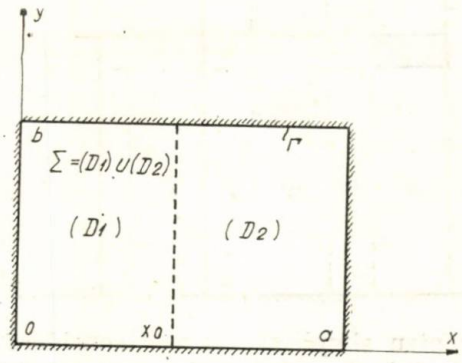


Fig. 1. — Împărţirea dreptunghiului în subdomenii.

bilă într-unul din cele două subdomenii în care s-a împărţit suprafaţa Σ, prin dreapta de ecuaţiei $x = x_0$ (fig. 1).

Cele două expresii ale funcţiunii lui Green se scriu condensat sub următoarea formă:

$$G_{1,2}(x, y;\ x_0, y_0) = \frac{\mu_0}{2b(a+b)}[(x^2 - y^2) + (x_0^2 - y_0^2)] +$$

$$+ \frac{\mu_0}{2(a+b)}[(x+y) + (x_0+y_0)] - \mu_0 \frac{x_>}{b} + \tag{7}$$

$$+ \frac{2\mu_0}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{ch}\frac{n\pi x_<}{b} \operatorname{ch}\frac{n\pi(a-x_>)}{b} \cos\frac{n\pi y}{b} \cos\frac{n\pi y_0}{b}}{n \operatorname{sh}\frac{n\pi a}{b}} + G_0,$$

în care $x_<$ şi $x_>$ reprezintă pe x, respectiv pe x_0 pentru domeniul 1, cînd se află G_1 şi reprezintă pe x_0, respectiv pe x pentru domeniul 2, cînd se află G_2.

Pentru calculul cîmpului de dispersie se va considera un transformator cu galeți, atît pe înfășurarea de joasă tensiune, cît și pe cea de înaltă tensiune. Galeții de joasă tensiune au aceeași dimensiune radială $a_1' - a_1$ și înălțimi diferite $b_{1j}' - b_{1j}$; galeții de înaltă tensiune au de asemenea aceeași dimensiune radială $a_2' - a_2$ și înălțimi diferite (fig. 2), în care j se consideră ordinul galetului.

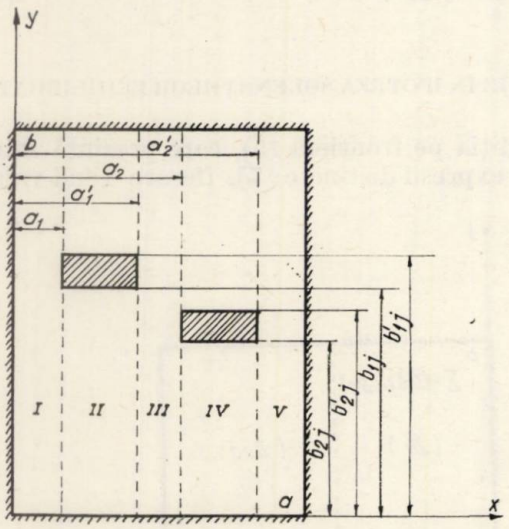


Fig. 2 — Galeții de ordinul j, aparținînd celor două înfășurări ale transformatorului.

Pentru simplitate se vor considera cele două înfășurări ca avînd același număr de galeți, notat cu l. Se împarte suprafața Σ a ferestrei în cinci subdomenii cum se arată în figura 2.

Potențialul-vector al cîmpului magnetic de dispersie, va avea deci cinci expresii distincte, corespunzătoare celor cinci subdomenii și la fel și inducția magnetică.

Neglijarea solenației de mers în gol duce la anularea cîmpului magnetic tangențial pe frontiera Γ și relația (3) devine

$$\boldsymbol{A}'(x, y) = \int_{\Sigma} \boldsymbol{J}(x_0, y_0)\, G(x, y\,;\, x_0, y_0)\, \mathrm{d}x_0\, \mathrm{d}y_0 + \boldsymbol{A}_0'. \tag{3'}$$

În consecință, cele cinci expresii ale potențialului-vector, luînd în seamă relațiile (3') și (7) se scriu sub următoarea formă :

$$\left\{\begin{aligned}
\boldsymbol{A}_{\mathrm{I}}'(x, y) &= \sum_{j=1}^{l} \left(\int_{a_1}^{a_1'} \int_{b_{1j}}^{b_{1j}'} \boldsymbol{J}_{1j} G_1\, \mathrm{d}x_0\, \mathrm{d}y_0 + \int_{a_2}^{a_2'} \int_{b_{2j}}^{b_{2j}'} \boldsymbol{J}_{2j} G_1\, \mathrm{d}x_0\, \mathrm{d}y_0 \right) + \boldsymbol{A}_{\mathrm{I}0}', \\
\boldsymbol{A}_{\mathrm{II}}'(x, y) &= \sum_{j=1}^{l} \left(\int_{a_1}^{x} \int_{b_{1j}}^{b_{1j}'} \boldsymbol{J}_{1j} G_2\, \mathrm{d}x_0\, \mathrm{d}y_0 + \int_{x}^{a_1'} \int_{b_{1j}}^{b_{1j}'} \boldsymbol{J}_{1j} G_1\, \mathrm{d}x_0\, \mathrm{d}y_0 + \right. \\
&\quad \left. + \int_{a_2}^{a_2'} \int_{b_{2j}}^{b_{2j}'} \boldsymbol{J}_{2j} G_1\, \mathrm{d}x_0\, \mathrm{d}y_0 \right) + \boldsymbol{A}_{\mathrm{II}0}',
\end{aligned}\right. \tag{8}$$

$$\left\{\begin{aligned}
A'_{III}(x,y) &= \sum_{j=1}^{l}\left(\int_{a_1}^{a'_1}\int_{b_{1j}}^{b'_{1j}} J_{1j}G_2\,dx_0\,dy_0 + \int_{a_2}^{a'_2}\int_{b_{2j}}^{b'_{2j}} J_{2j}G_1\,dx_0\,dy_0\right) + A'_{III_0},\\
A'_{IV}(x,y) &= \sum_{j=1}^{l}\left(\int_{a_1}^{a'_1}\int_{b_{1j}}^{b'_{1j}} J_{1j}G_2\,dx_0\,dy_0 + \int_{a_2}^{x}\int_{b_{2j}}^{b'_{2j}} J_{2j}G_2\,dx_0\,dy_0 +\right.\\
&\qquad \left. + \int_{x}^{a'_2}\int_{b_{2j}}^{b'_{2j}} J_{2j}G_1\,dx_0\,dy_0\right) + A'_{IV_0},\\
A'_{V}(x,y) &= \sum_{j=1}^{l}\left(\int_{a_1}^{a'_1}\int_{b_{1j}}^{b'_{1j}} J_{1j}G_2\,dx_0\,dy_0 + \int_{a_2}^{a'_2}\int_{b_{2j}}^{b'_{2j}} J_{2j}G_2\,dx_0\,dy_0\right) + A'_{V_0}.
\end{aligned}\right.$$

Funcţiile J_{1j}, J_{2j} şi G_1, G_2 din relaţiile (8) au argumentele (x_0, y_0), respectiv $(x, y\,;\ x_0, y_0)$.

În cazul în care cele două înfăşurări au un număr diferit de galeţi, l_1 şi l_2, pe cele două înfăşurări, expresiile potenţialului-vector sînt asemănătoare cu (8)

$$A'_I(x,y) = \sum_{j=1}^{l_1}\int_{a_1}^{a'_1}\int_{b_{1j}}^{b'_{1j}} J_{1j}G_1\,dx_0\,dy_0 + \sum_{j=1}^{l_2}\int_{a_2}^{a'_2}\int_{b_{2j}}^{b'_{2j}} J_{2j}G_1\,dx_0\,dy_0 + A'_{I0}\ \text{etc.}$$

Ţinînd seama de sensurile reale ale curenţilor din cele două înfăşurări, valorile densităţilor de curent (de calcul) corespunzătoare galetului de ordinul j se află uşor

$$\left\{\begin{aligned}
J_{1j} &= \frac{w_{1j}I_1}{(a'_1 - a_1)(b'_{1j} - b_{1j})},\\
J_{2j} &= -\frac{w_{2j}I_2}{(a'_2 - a_2)(b'_{2j} - b_{2j})},
\end{aligned}\right. \tag{9}$$

w_{1j} şi w_{2j} fiind numerele de spire ale galeţilor de ordinul j.

Integrarea ecuaţiilor (8) permite determinarea valorilor potenţialului-vector în cele cinci regiuni (vezi anexa 1). Conform cu ipotezele anunţate, potenţialul-vector este paralel cu axa z şi în consecinţă componentele inducţiei magnetice de dispersie după axele x, respectiv y sînt date de formulele :

$$\left\{\begin{aligned}
B'_x &= \frac{\partial A'}{\partial y},\\
B'_y &= -\frac{\partial A'}{\partial x}.
\end{aligned}\right. \tag{10}$$

Înlocuind valorile potențialului-vector aflate anterior cu ajutorul relațiilor (8), în formulele (10), se găsesc pentru componentele radiale ale inducției magnetice din cele cinci regiuni, expresiile :

$$\begin{cases} B'_{\mathrm{I}x}(x,y) = P(b-2y) - \sum\limits_{n=1}^{\infty}(E_1+E_2)\sin\dfrac{n\pi y}{b}\operatorname{ch}\dfrac{n\pi x}{b}, \\ B'_{\mathrm{II}x}(x,y) = P(b-2y) + \sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{n\pi y}{b}\left[B_1 - C_1\operatorname{ch}\dfrac{n\pi(a'-x)}{b} - \right. \\ \qquad \left. -(D_1+E_2)\operatorname{ch}\dfrac{n\pi x}{b}\right], \\ B'_{\mathrm{III}x}(x,y) = P(b-2y) + \sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{n\pi y}{b}\left[F_1\operatorname{ch}\dfrac{n\pi(a-x)}{b} - E_2\operatorname{ch}\dfrac{n\pi x}{b}\right], \\ B'_{\mathrm{IV}x}(x,y) = P(b-2y) + \sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{n\pi y}{b}\left[B_2 + (F_1-C_2)\operatorname{ch}\dfrac{n\pi(a-x)}{b} - \right. \\ \qquad \left. - D_2\operatorname{ch}\dfrac{n\pi x}{b}\right], \\ B'_{\mathrm{V}x}(x,y) = P(b-2y) + \sum\limits_{n=1}^{\infty}(F_1+F_2)\sin\dfrac{n\pi y}{b}\operatorname{ch}\dfrac{n\pi(a-x)}{b}, \end{cases} \tag{11}$$

iar pentru componentele axiale ale inducției magnetice, expresiile :

$$\begin{cases} B'_{\mathrm{I}y}(x,y) = -P(b+2x) - \sum\limits_{n=1}^{\infty}(E_1+E_2)\cos\dfrac{n\pi y}{b}\operatorname{sh}\dfrac{n\pi x}{b}, \\ B'_{\mathrm{II}y}(x,y) = -P(b+2x) + G_1(x-a_1) + \sum\limits_{n=1}^{\infty}\cos\dfrac{n\pi y}{b}\times \\ \qquad \times\left[C_1\operatorname{sh}\dfrac{n\pi(a-x)}{b} - (D_1+E_2)\operatorname{sh}\dfrac{n\pi x}{b}\right], \\ B'_{\mathrm{III}y}(x,y) = -P(b+2x) + H_1 - \sum\limits_{n=1}^{\infty}\cos\dfrac{n\pi y}{b}\left[F_1\operatorname{sh}\dfrac{n\pi(a-x)}{b} + E_2\operatorname{sh}\dfrac{n\pi x}{b}\right], \\ B'_{\mathrm{IV}y}(x,y) = -P(b+2x) + H_1 + G_2(x-a_2) - \\ \qquad -\sum\limits_{n=1}^{\infty}\cos\dfrac{n\pi y}{b}\left[(F_1-C_2)\operatorname{sh}\dfrac{n\pi(a-x)}{b} + D_2\operatorname{sh}\dfrac{n\pi x}{b}\right], \\ B'_{\mathrm{V}y}(x,y) = -P(b+2x) + H_1 + H_2 - \sum\limits_{n=1}^{\infty}(F_1+F_2)\cos\dfrac{n\pi y}{b}\operatorname{sh}\dfrac{n\pi(a-x)}{b}, \end{cases} \tag{12}$$

unde s-au notat :

$$\left\{\begin{aligned}
P &= \sum_{j=1}^{l}\left[\frac{J_{1j}\mu_0(b'_{1j}-b_{1j})(a'_1-a_1)}{2b(a+b)}+\frac{J_{2j}\mu_0(b'_{2j}-b_{2j})(a'_2-a_2)}{2b(a+b)}\right],\\
B_i &= Q_i \operatorname{sh}\frac{n\pi a}{b},\\
C_i &= Q_i \operatorname{sh}\frac{n\pi a_i}{b},\\
D_i &= Q_i \operatorname{sh}\frac{n\pi(a-a'_i)}{b},\\
E_i &= Q_i\left[\operatorname{sh}\frac{n\pi(a-a'_i)}{b}-\operatorname{sh}\frac{n\pi(a-a_i)}{b}\right],\\
F_i &= Q_i\left(\operatorname{sh}\frac{n\pi a'_i}{b}-\operatorname{sh}\frac{n\pi a_i}{b}\right),\\
H_i &= \sum_{j=1}^{l}\frac{J_{ij}\mu_0}{b}(a'_i-a_i)(b'_{ij}-b_{ij}),\\
G_i &= \sum_{j=1}^{l}\frac{J_{ij}\mu_0}{b}(b'_{ij}-b_{ij}),\\
Q_i &= \sum_{j=1}^{l}J_{ij}\frac{2\mu_0 b}{n^2\pi^2}\cdot\frac{\sin\dfrac{n\pi b_{ij}}{b}-\sin\dfrac{n\pi b'_{ij}}{b}}{\operatorname{sh}\dfrac{n\pi a}{b}}.
\end{aligned}\right. \tag{13}$$

În relaţiile (13) i poate lua valoarea 1 sau 2.

De-a lungul liniilor de separaţie dintre regiuni, componentele axială şi radială ale inducţiei magnetice, verifică condiţiile de trecere

$$B'_{Ix}|_{x=a_1} = B'_{IIx}|_{x=a_1}, \quad B'_{Iy}|_{x=a_1} = B'_{IIy}|_{x=a_1} \text{ etc.}$$

Se presupune, cazul particular, al înfăşurărilor cu galeţi de aceeaşi înălţime şi aşezaţi simetric pe înălţimea coloanei (fig. 3).

În acest caz densitățile de curent de calcul sînt aceleași pentru toți galeții înfășurării; funcțiunea Q_i se scrie astfel

$$Q_i = J_i \frac{2\mu_0 b}{n^2\pi^2} \cdot \frac{1}{\operatorname{sh} \frac{n\pi a}{b}} \sum_{j=1}^{l} \left(\sin \frac{n\pi b_{ij}}{b} - \sin \frac{n\pi b'_{ij}}{b} \right).$$

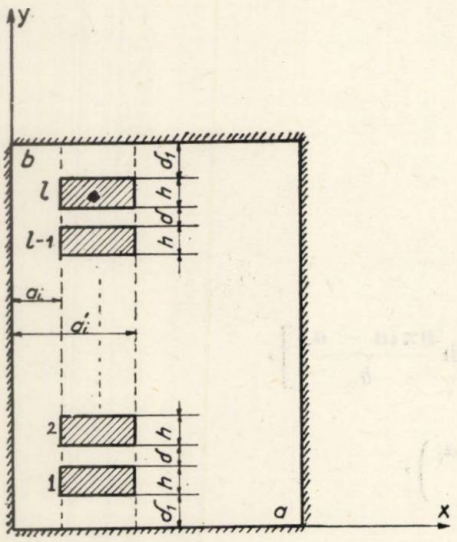


Fig. 3.— Așezarea simetrică a galeților pe înălțimea coloanei (i=1,2).

Se transformă diferența de sinuși din expresia lui Q_i în produs și după cîteva calcule simple se găsește că

$$\sum_{j=1}^{l} \left(\sin \frac{n\pi b_{ij}}{b} - \sin \frac{n\pi b'_{ij}}{b} \right) = 2 \sin \frac{n\pi}{2b} (b_{ij} - b'_{ij}) \cos \frac{n\pi}{2} =$$

$$= \begin{cases} 2 \sin \dfrac{n\pi h}{2b}, & \text{pentru } n = 2, 4, 6, \ldots \\ 0, & \text{pentru } n = 1, 3, 5, \ldots \end{cases}$$

Prin urmare în cazul dispunerii simetrice a galeților, presupuși egali ca dimensiuni, pe înălțimea coloanei, sumele infinite care apar în expresiile cîmpurilor axiale și radiale sînt nenule, numai pentru valori pare date lui n.

b. CALCULUL CÎMPULUI DE DISPERSIE DAT DE SOLENAȚIA DE MERS ÎN GOL

Potențialul-vector al cîmpului de dispersie, produs de solenația de mers în gol, ca și cînd aceasta ar exista singură în fereastră, se determină cu ajutorul ecuației

$$A^*(x, y) = \frac{1}{\mu_0} \int_\Gamma G(x, y; x_0, y_0) \frac{\partial A(x_0, y_0)}{\partial n} \, ds_0. \qquad (14)$$

Pentru cazul cîmpului plan-paralel, utilizînd relaţia (1), rezultă că în orice punct al frontierei dreptunghiulare Γ, cîtul dintre derivata după normala din acel punct a potenţialului-vector şi permeabilitatea vidului, este egal cu cîmpul magnetic tangenţial. Prin urmare integrarea ecuaţiei (14) este posibilă după ce se determină componenta tangenţială a cîmpului magnetic pe frontiera Γ.

Componenta tangenţială a cîmpului magnetic produsă de un conductor, care parcurge fereastra paralel cu axa z, şi prin care circulă un curent, depinde de forma şi dimensiunile ferestrei şi de valoarea curentului, dar nu depinde de poziţia conductorului în fereastră [8].

Acest cîmp se poate calcula, transformînd conform domeniul dreptunghiular al ferestrei, pe interiorul unui cerc. Problema este complet rezolvată în lucrarea [8]. Se află şi se reprezintă grafic în sistemul de coordonate x, y (fig. 2), punct cu punct cîmpul tangenţial, pentru fiecare latură a dreptunghiului. Deoarece nu este posibilă exprimarea analitică explicită a cîmpului tangenţial în funcţie de coordonatele (x, y), se procedează astfel :

Se exprimă analitic cîmpul magnetic tangenţial pentru cele patru laturi ale frontierei sub forma

$$H_t = a_0 u^k + a_1 u^{k-1} + a_2 u^{k-2} + \ldots + a_k,$$

în care u poate fi x sau y, iar k este în general un număr întreg. Constantele $a_0, a_1, a_2, \ldots, a_k$ se determină rezolvînd un sistem algebric de $k + 1$ ecuaţii cu $k + 1$ necunoscute folosind reprezentările grafice ale cîmpului tangenţial. În acest fel, se găsesc expresii analitice aproximative pentru cîmpul tangenţial, necesare rezolvării cu ajutorul calculatorului numeric a integralei de contur (14). Cu cît k este mai mare, cu atît cîmpul H_t este aproximat mai bine.

Pentru simplificarea calculelor se preferă, în acest caz, soluţia ecuaţiei (4) cu condiţia pe frontieră (5) pusă sub forma unei singure expresii [7]

$$G(x, y\,;\, x_0, y_0) = G_0 - \frac{\mu_0}{2(a+b)}\left[\left(\frac{x^2 + x_0^2}{a} + \frac{y^2 + y_0^2}{b}\right) - (x + y + x_0 + y_0)\right] +$$

$$+ \frac{4\mu_0}{\pi^2 ab}\left[\sum_{s=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos\frac{s\pi x}{a}\cos\frac{n\pi y}{b}\cos\frac{s\pi x_0}{a}\cos\frac{n\pi y_0}{b}}{\left(\frac{s}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2} + \right. \tag{15}$$

$$\left. + \frac{1}{2}\left(a^2 \sum_{s=1}^{\infty}\frac{1}{s^2}\cos\frac{s\pi x}{a}\cos\frac{s\pi x_0}{a} + b^2 \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}\cos\frac{n\pi y}{b}\cos\frac{n\pi y_0}{b}\right)\right],$$

în care G_0 este o constantă arbitrară. Integrarea numerică a ecuaţiei (14) este acum posibilă (vezi anexa 2). La scrierea programului pentru calcu-

lator, trebuie să se țină seama de faptul că în colțurile dreptunghiului, cîmpul tangențial are valoare infinită.

2. CALCULUL SOLICITĂRILOR ELECTRODINAMICE EXERCITATE ASUPRA ÎNFĂȘURĂRILOR

Înfășurările transformatorului parcurse de curenți, se află în cîmpul de dispersie din fereastra acestuia. Asupra diferiților galeți, se vor exercita forțe axiale și radiale, care supun la eforturi mecanice, izolația și părțile de consolidare mecanică ale înfășurărilor. În regimul de scurtcircuit, solicitările electrodinamice ating valori foarte mari; de aceea pentru proiectarea transformatorului, aceste solicitări trebuie aflate cît mai precis. Forțele radiale, raportate la unitatea de lungime, care se exercită asupra galetului j (sau porțiunii j din înfășurare, în cazul înfășurărilor continue) din înfășurarea de joasă, respectiv înaltă tensiune, sînt date de formulele :

$$\begin{cases} F_{x_{1j}} = \int_{a_1}^{a'_1} \int_{b_{1j}}^{b'_{1j}} J_{1j}(x, y)\, B_{\mathrm{II}_y}(x, y)\, \mathrm{d}x\, \mathrm{d}y, \\ F_{x_{2j}} = \int_{a_2}^{a'_2} \int_{b_{2j}}^{b'_{2j}} J_{2j}(x, y)\, B_{\mathrm{IV}_y}(x, y)\, \mathrm{d}x\, \mathrm{d}y. \end{cases} \tag{16}$$

Similar se pot scrie formule și pentru forțele axiale :

$$\begin{cases} F_{y_{1j}} = \int_{a_1}^{a'_1} \int_{b_{1j}}^{b'_{1j}} J_{1j}(x, y)\, B_{\mathrm{II}_x}(x, y)\, \mathrm{d}x\, \mathrm{d}y, \\ F_{y_{2j}} = \int_{a_2}^{a'_2} \int_{b_{2j}}^{b'_{2j}} J_{2j}(x, y)\, B_{\mathrm{IV}_x}(x, y)\, \mathrm{d}x\, \mathrm{d}y. \end{cases} \tag{17}$$

Integralele duble (16) și (17) se pot calcula cu ajutorul calculatorului numeric (vezi anexa 2).

3. COMPARAREA REZULTATELOR

Determinarea cîmpului magnetic B', de la punctul 1.a., are la bază aceleași ipoteze simplificatoare cu ale lui E. Roth. Metoda de rezolvare este însă alta și rezultatele finale sînt puse sub o formă mai simplă și mult mai convenabilă pentru calcul. Din punct de vedere al mărimii erorilor de determinare ale cîmpului magnetic, nu există deosebiri față de cele constatate experimental de E. Roth.

Este util de determinat cîmpul magnetic rezultant de dispersie din fereastră și prin alte metode, pentru a se putea compara rezultatele și erorile de determinare.

În lucrare se va folosi pentru comparație metoda imaginilor magnetice, pentru calculul cîmpului, luînd în considerare numai imaginile de

ordinul întîi față de coloană. Se vor neglija influența jugurilor și grosimea înfășurărilor [9].

Calculele se vor efectua pentru un transformator cu înfășurări continue ($l_1 = l_2 = 1$), dispuse simetric pe înălțimea coloanei, funcționînd în regim nominal de scurtcircuit și fiind caracterizat de următoarele mărimi: $a = 0{,}162$ m; $b = 1{,}11$ m; $a_1 = 0{,}02$ m; $a_1' = 0{,}06$ m; $b_1 = 0{,}09$ m; $b_1' = 1{,}02$ m; $a_2 = 0{,}08$ m; $a_2' = 0{,}122$ m; $b_2 = 0{,}14$ m; $b_2' = 0{,}97$ m; $J_1 = 2{,}19 \cdot 10^7 \frac{A}{m^2}$; $J_2 = -2{,}35 \cdot 10^7 \frac{A}{m^2}$; $w_1 I_1 = 815\,000\,A$; $w_2 I_2 = -811\,000\,A$.

Seriile simple Fourier care apar în expresiile cîmpurilor magnetice radiale și axiale s-au determinat însumînd primii 10 termeni pari. Seriile duble din expresia (15) s-au calculat considerînd $s = 15$, $n = 15$. Valorile componentelor inducției magnetice rezultante calculate pentru cîteva puncte din interiorul ferestrei, sînt date în tabelă și în figura 4.

Tabelă

Coordonata x [m]	Coordonata y [m]	Inducția calculată cu relațiile din lucrare		Inducția calculată cu metoda imaginilor	
		axială [T]	radială [T]	axială [T]	radială [T]
0,05	0,185	0,826	−0,352	0,752	−0,21
	0,555	0,743	0	0,740	0
	0,925	0,826	0,352	0,752	0,21
0,07	0,185	1,01	0,511	0,835	0,483
	0,555	1,11	0	1,02	0
	0,925	[illegible]	−0,511	0,835	−0,483
0,09	0,185	[illegible]	0,553	0,662	0,434
	0,555	0,7[illegible]	0	0,671	0
	0,925	0,707	−0,553	0,662	−0,434

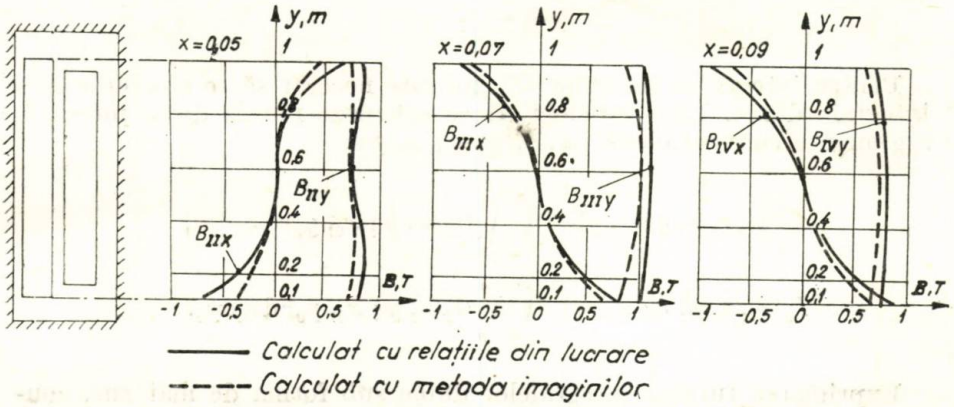


Fig. 4. — Componentele inducției magnetice în regiunile II, III, IV.

În primul rînd se observă că valorile componentelor inducției magnetice, determinate cu metoda imaginilor, sînt în general mai mici decît cele determinate cu relațiile din lucrare. Pentru a se obține rezultate mai apropiate prin cele două metode trebuie, cînd se aplică metoda imaginilor, să se țină seama de grosimea înfășurărilor și să se ia în considerație pe lîngă imaginile de ordinul întîi față de coloane, și imaginile de ordinul întîi față de juguri, cît și imaginile de ordinul doi, trei și așa mai departe, pînă la imaginile de ordinul n, față de juguri și față de coloane. În cazul cînd n crește la infinit, cele două metode conduc la același rezultat. Influența imaginilor de ordine superioare asupra cîmpului magnetic de dispersie din fereastra transformatorului, este destul de însemnată, fapt ce rezultă și din lucrarea [16] în care pentru a calcula acest cîmp, cu o bună precizie, se folosesc 282 de imagini.

În al doilea rînd se constată că componentele inducției cîmpului magnetic dat de solenația de mers în gol, au valori foarte mici, în regimul de scurtcircuit, pentru care s-au efectuat calculele (sub 1%), față de valoarea cîmpului magnetic rezultant. Prin urmare, în calcule mai puțin pretențioase acest cîmp se poate neglija.

4. CONCLUZII

Cîmpul magnetic de dispersie al transformatorului se poate calcula suficient de precis cu relațiile (11) și (12). Seriile care apar în expresiile (11) și (12) sînt puternic convergente. Timpul de calcul în limita acelorași erori, dacă se folosesc relațiile din lucrare, este aproximativ de 40 ori mai mic, decît dacă se folosesc relațiile lui E. Roth. În cazul regimurilor de scurtcircuit cîmpul creat de solenația de mers în gol este practic neglijabil. Acest cîmp devine important în cazul transformatoarelor multiplicatoare de frecvență, avînd valori cu atît mai mari, cu cît ordinul de multiplicare al frecvenței este mai mare.

Rezultatele obținute în lucrare sînt exacte în interiorul ferestrei. Pentru zona din afara acesteia, calculul cîmpului este mai puțin precis.

ANEXA 1

Pentru integrarea relațiilor (8), nu este necesar să se efectueze cele 12 integrale duble. Este suficient să se calculeze numai două integrale de argumente convenționale $(m, r, p, q; x, y)$:

$$I_1(m, r, p, q; x, y) = \int_m^r \int_p^q G_1(x, y; x_0, y_0)\, \mathrm{d}x_0 \mathrm{d}y_0,$$

$$I_2(m, r, p, q; x, y) = \int_m^r \int_p^q G_2(x, y; x_0, y_0)\, \mathrm{d}x_0 \mathrm{d}y_0.$$

Exprimarea tuturor integralelor duble sub forma de mai sus, conduce la o programare mai simplă pe calculator.

Valorile celor două integrale se obțin după cîteva calcule simple:

$$I_1(m, r, p, q; x, y) = R(m, r, p, q; x, y) - \frac{\mu_0}{2b}(q - p)(r^2 - m^2) -$$

$$- \sum_{n=1}^{\infty} S(m, r, p, q; x, y) \operatorname{ch} \frac{n\pi x}{b} \left[\operatorname{sh} \frac{n\pi(a - r)}{b} - sh \frac{n\pi(a - m)}{b} \right],$$

$$I_2(m, r, p, q; x, y) = R(m, r, p, q; x, y) - \frac{\mu_0 x}{b}(q - p)(r - m) +$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} S(m, r, p, q; x, y) \operatorname{ch} \frac{n\pi(a - x)}{b} \left(\operatorname{sh} \frac{n\pi r}{b} - \operatorname{sh} \frac{n\pi m}{b} \right),$$

în care s-au notat:

$$R(m, r, p, q; x, y) = \frac{\mu_0(q - p)(r - m)}{2b(a + b)} \left[(x^2 - y^2) + \frac{1}{3}(r^2 + m^2 + \right.$$

$$\left. + rm - p^2 - q^2 - pq) + b(x + y) + \frac{b}{2}(r + m + p + q) \right],$$

$$S(m, r, p, q; x, y) = \frac{2\mu_0}{\pi} \left(\frac{b}{n\pi} \right)^2 \frac{\cos \frac{n\pi y}{b} \left(\sin \frac{n\pi q}{b} - \sin \frac{n\pi p}{b} \right)}{n \operatorname{sh} \frac{n\pi a}{b}}.$$

ANEXA 2

Pentru calculul unei integrale simple, cu ajutorul calculatorului numeric, se folosește formula de aproximare a lui Simpson [11]

$$\int_{\alpha}^{\beta} f(x)\, dx = \frac{h}{3}[f(\alpha) + 4f(\alpha + h) + 2f(\alpha + 2h) + 4f(\alpha + 3h) + \ldots$$

$$+ 2f(\beta - 2h) + 4f(\beta - h) + f(\beta)],$$

unde $h = \dfrac{b - a}{n}$ iar numărul de intervale n este par.

Calculul unei integrale duble se face comod folosind relația aproximativă [12]

$$\int_{\alpha}^{\beta} \int_{\gamma}^{\delta} f(x, y)\, dx\, dy = \frac{pq}{9} \left(f_{00} + \sum_{i=1}^{n} \lambda_{i0} f_{i0} + \sum_{j=1}^{m} \lambda_{0j} f_{0j} + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} \lambda_{ij} f_{ij} \right),$$

în care matricele λ_{i0}, λ_{0j} și λ_{ij} au următoarele expresii:

$$[\lambda_{ij}] = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 16 & 8 & 16 & 8 & \dots & 16 & 8 & 16 & 4 \\ \hline 8 & 4 & 8 & 4 & \dots & 8 & 4 & 8 & 2 \\ \hline \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \hline 8 & 4 & 8 & 4 & \dots & 8 & 4 & 8 & 2 \\ \hline 16 & 8 & 16 & 8 & \dots & 16 & 8 & 16 & 4 \\ \hline 4 & 2 & 4 & 2 & \dots & 4 & 2 & 4 & 1 \\ \hline \end{array}, \qquad [\lambda_{i0}] = \begin{array}{|c|} \hline 4 \\ \hline 2 \\ \hline 2 \\ \hline \dots \\ \hline 2 \\ \hline 2 \\ \hline 4 \\ \hline 1 \\ \hline \end{array}$$

$$[\lambda_{0j}] = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 4 & 2 & 4 & 2 & \dots & 4 & 2 & 4 & 1 \\ \hline \end{array}$$

Mărimile f_{ij} sînt de relația $f_{ij} = f(x_i, y_j)$.

în care

$$x_i = x_0 + ip, \quad x_0 = \alpha, \quad i = 0, 1, 2, \dots, n,$$

$$y_j = y_0 + jq, \quad y_0 = \gamma, \quad j = 0, 1, 2, \dots, m,$$

și

$$p = \frac{\beta - \alpha}{n},$$

$$q = \frac{\delta - \gamma}{m},$$

m și n iau valori pare.

NOTAȚII FOLOSITE:

a, b — dimensiunile ferestrei transformatorului, dacă înfășurările sînt așezate pe o singură coloană, sau ale semiferestrei, dacă înfășurările sînt așezate simetric pe ambele coloane [1];

A — potențialul vector al cîmpului magnetic de dispersie rezultant din fereastră;

B — inducția magnetică de dispersie, rezultantă;

B_x, B_y — componentele radială, respectiv axială, ale inducției magnetice rezultante;

F_{x1j}, F_{x2j} — forţele radiale rezultante care acţionează asupra galeţilor de ordinul j, aparţinînd înfăşurărilor de joasă, respectiv de înaltă tensiune;

F_{y1j}, F_{y2j} — idem pentru forţele axiale;

G — funcţiunea lui Green pentru operatorul lui Laplace, în cazul condiţiilor pe frontieră de tip Neumann;

I_1, I_2 — curenţii care parcurg înfăşurările de joasă, respectiv de înaltă tensiune;

J_{1j}, J_{2j} — densităţile de curent de calcul corespunzătoare galeţilor de ordinul j ai înfăşurărilor de joasă, respectiv de înaltă tensiune;

l_Γ — perimetrul ferestrei transformatorului;

x, y — coordonatele unui punct curent din interiorul ferestrei;

x_0, y_0 — coordonatele punctelor în care este distribuită funcţia sursă J;

w_{1j}, w_{2j} — numerele de spire ale galeţilor de ordinul j ai înfăşurărilor de joasă, respectiv de înaltă tensiune;

δ — funcţia „delta" a lui Dirac;

μ_0 — permeabilitatea vidului;

I, II, III, IV, V — indici inferiori corespunzători mărimilor care caracterizează cele cinci regiuni ale ferestrei;

$*$ — indice superior, corespunzător mărimilor care caracterizează cîmpul magnetic de dispersie dat de solenaţia de mers în gol, ca şi cînd aceasta ar exista singură în fereastră;

$'$ — idem, pentru cîmpul magnetic de dispersie, calculat în ipoteza solenaţiilor echilibrate.

BIBLIOGRAFIE

1. E. Roth, *Etude analytique du champ de fuites des transformateurs et des efforts mécaniques exercés sur les enroulements*, R.G.E., mai, 1928.
2. E. Roth, *Inductance due aux fuites magnétiques dans les transformateurs à bobines cylindriques et efforts exercés sur les enroulements*, R.G.E., Août, 1936.
3. V. N. Nedelcu, *Regimurile de funcţionare ale maşinilor de curent alternativ*, Editura tehnică, Bucureşti, 1968.
4. V. S. Vladimirov, *Uravenenia matematiceskoi fiziki*, Izd-vo „Nauka" Moscva, 1967.
5. R. Răduleţ, I. Ciric, *Solutions des problèmes aux limites de l'équation de Poisson, utilisant deux expressions de la fonction de Green en deux sous-domaines*, Rev. Roum. Sci. Tech.—Electrotechn. et Energ., **13**, *4* (1968).
6. Ph. M. Morse, H. Feshbach, *Methods of theoretical physics*, Part I, McGraw—Hill Book Co. Inc., New York, Toronto, London, 1953.
7. I. Ciric, *Green functions of the Laplace operator for internal Neumann problems*, Rev. Roum. Sci. Techn. — Electrotechn. et Energ., **20**, *3* (1970).
8. J. Kulda, *Tangentialkomponentenverlauf der magnetischen Feldstärke längs eines rechteck- oder vieleckförmigen Magnetkreises*, Arch. für Elektrotch., 49, Band, Heft 3, 1964.

9. I. S. Gheorghiu, A. Fransua, *Transformatoare*, București, Edit. Academiei, 1971.

10. R. L. Bean, E. C. Wentz, *Mechanical forces in interleaved rectangular pancake transformer Coils*, Trans. A.I.E.E., august, 1954, Part. III B.

11. P. Dimo, *Programarea în fortran*, Edit. didactică și pedagogică București, 1971.

12. B. P. Demidovici, I. A. Maron, *Osnovi vicislitelnoi matematiki*, Izd-vo, Fiziko—Matematiceskoi Literaturî, Moscva, 1963.

13. V. IA. Arsenin, *Matematiceskaia fizica*, Izd-vo, „Nauka", 1966.

14. J. Kulda, *Forces de court-circuit dans les grands transformateurs*, C.I.G.R.E., 1958, rap. 136.

15. Iahnke—Emde, *Tafeln Höherer Funktionen. B.G*, Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig, 1960.

16. M. F. Beavers, C. M. Adams, *The Calculation and Measurement of Axial Electromagnetic Forces on Concentric Coils in Transformers*, Trans. A.I.E.E., Part. III—A, august, p. 467—477 (1959).

DETERMINAREA CÎMPULUI MAGNETIC ÎN ÎNTREFIERUL ELECTROMAGNETULUI UNUI GENERATOR MHD

I. DOGARU

538.312 :537.56

Plecînd de la configuraţia dată a pieselor polare al electromagnetului generatorului magnetohidrodinamic se calculează şi se determină experimental distribuţia cîmpului şi inducţiei magnetice în întrefier.
Calculul cîmpului se face folosind metoda transformării conforme, iar măsurătorile se efectuează cu ajutorul unui gaussmetru echipat cu o sondă Hall, a cărei poziţionare precisă în cîmp se realizează cu un dispozitiv special.
Determinările sînt necesare la construcţia canalului de conversie şi la estimarea performanţelor generatorului MHD.

INTRODUCERE

Electromagnetul generatorului MHD este echipat cu o pereche de piese polare de forma arătată în figura 1.

Piesele polare creează un întrefier paralelipipedic în care se montează canalul de conversie al generatorului.

CALCULUL CÎMPULUI MAGNETIC ÎN ÎNTREFIER

Determinarea cîmpului magnetic în întrefierul electromagnetului generatorului magnetohidrodinamic, în regim staţionar, s-a făcut considerînd următoarele ipoteze simplificatoare (fig. 1):

— se consideră piesa polară infinit extinsă pe linia y, avînd potenţialul magnetic scalar uniform V_0;

— cînd se studiază problema în planul x_1y se consideră piesa polară suficient de lată faţă de mărimea întrefierului în direcţia x_2, iar cînd se studiază problema în planul x_2y se consideră piesa polară suficient de lată faţă de mărimea întrefierului pe direcţia x_1;

— materialul din întrefierul electromagnetului se consideră omogen şi izotrop;

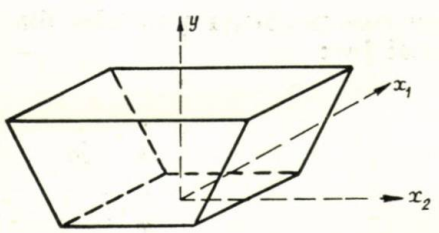


Fig. 1.— Piesa polară.

— din motive de simetrie se rezolvă problema pentru jumătate din piesa polară şi numai pentru o singură piesă polară, considerîndu-se planul median al întrefierului suprafaţă echipotenţială.

Cu aceste ipoteze domeniile de cîmp care se studiază pentru cele două planuri x_1y şi x_2y (fig. 1) sînt poligoanele ABC din figura 2 şi respectiv figura 3.

Pentru găsirea expresiei analitice a cîmpului magnetic în domeniul poligonal ABC se foloseşte metoda reprezentării conforme, cîmpul fiind laplacean plan. Cu ajutorul formulei Schwartz—Cristoffel se reprezintă poligonul cu trei vîrfuri ABC din domeniul z în semispaţiul superior al domeniului w

$$\frac{dz}{dw} = Ce^{j\alpha}(w-u_1)^{-\frac{\alpha_1}{\pi}}(w-u_2)^{-\frac{\alpha_2}{\pi}}\cdot\ldots\cdot(w-u_n)^{-\frac{\alpha_n}{\pi}}, \tag{1}$$

I) Pentru planul x_1y al piesei polare (fig. 2) formula (1) devine

$$\frac{dz}{dw} = C(w+1)^{1/2}\cdot w^{-1} \tag{2}$$

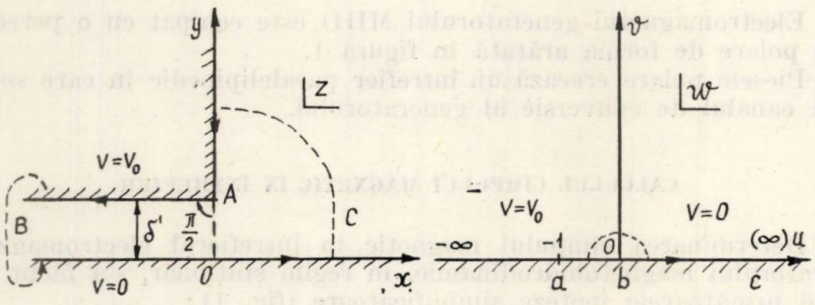


Fig. 2.— Poligoanele ABC şi abc din domenille z şi w—planul x_1y.

cu corespondenţa punctelor din domeniile z şi w arătată în tabelul de mai jos:

A	$j\delta'$	B	$-\infty$	C	∞
a	-1	b	0	c	∞
α_1	$-\pi/2$	α_2	π	α_3	$3\pi/2$

Integrînd expresia (2) obţinem

$$z = C \int \frac{\sqrt{w+1}}{w}\, dw, \tag{3}$$

sau, efectuînd calculul

$$z = C\left(2\sqrt{w+1} - \ln\frac{\sqrt{w+1}+1}{\sqrt{w+1}-1}\right) + C'. \tag{4}$$

Constantele C şi C' se determină punînd următoarele condiţii:

— pentru $\begin{cases} x = 0 \\ jy \geqslant j\delta' \end{cases}$, $w = u \leqslant -1$.

Punînd $C' = x_0 + jy_0$, z este număr imaginar dacă $x_0 = 0$.

— pentru $y = 0$, $w = u > 0$ pozitiv şi real. Înlocuind în (4) rezultă $y_0 = 0$.

Deci constanta $C' = 0$.

— pentru $z = j\delta'$, $w = -1$. Din (4) rezultă

$$j\delta' = C\,[0 + \ln(-1)], \text{ adică}$$

$$C = \delta'/\pi.$$

Înlocuind expresiile găsite ale constantelor C şi C' în (4) obţinem

$$z = \frac{\delta'}{\pi}\left(2\sqrt{w+1} - \ln\frac{\sqrt{w+1}+1}{\sqrt{w+1}-1}\right). \tag{5}$$

Pentru determinarea cîmpului magnetic considerăm potenţialul magnetic scalar ca fiind partea imaginară a potenţialului complex W din domeniul w, care are expresia cunoscută

$$W = \frac{V_0}{\pi} \ln w, \tag{6}$$

deci cîmpul magnetic este

$$H = \left[j\,\frac{dW}{dz}\right]^* = \left[j\,\frac{dW}{dw}\cdot\frac{dw}{dz}\right]^* \tag{7}$$

Dar din (6):

$$\frac{dW}{dw} = \frac{V_0}{\pi} \cdot \frac{1}{w}, \tag{8}$$

şi din (5)

$$\frac{dw}{dz} = \frac{\pi}{\delta'} \cdot \frac{w}{\sqrt{w+1}}. \tag{9}$$

Din (7), (8) şi (9) găsim

$$H = -j \frac{V_0}{\delta'} \cdot \frac{1}{\sqrt{w^* + 1}}. \tag{10}$$

Din (10) se observă că

$H_{\substack{z=-\infty \\ w=0}} = -j\frac{V_0}{\delta'}$, adică este un cîmp uniform îndreptat în sensul invers al axei jy,

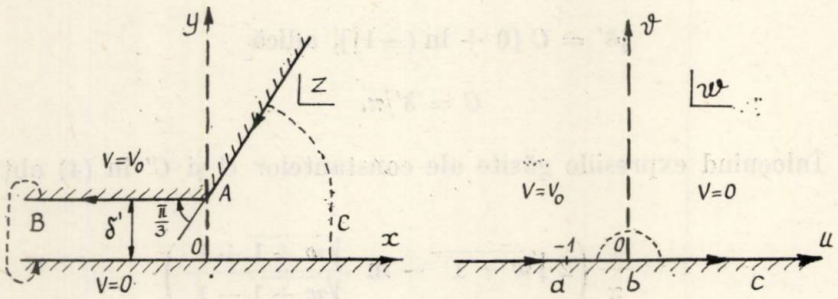


Fig. 3.— Poligoanele ABC şi abc din domeniile z şi w—planul x_2y.

iar

$H_{\substack{z=j\delta \\ w=-1}} \to \infty$ din cauza colţului din punctul A.

II) Pentru planul x_2y al pieselor polare, figura 3, formula (1) devine

$$\frac{dz}{dw} = C(w+1)^{1/3} \cdot w^{-1}, \tag{11}$$

cu corespondenţa punctelor din domeniile z şi w arătate în tabelul de mai jos :

A	$j\delta'$	B	$-\infty$	C	∞
a	-1	b	0	c	∞
α_1	$-\pi/3$	α_2	π	α_3	$4\pi/3$

Integrînd expresia (11) obţinem

$$z = C\int \frac{\sqrt[3]{w+1}}{w}\,dw, \tag{12}$$

sau, efectuînd calculul

$$z = C\left\{3(w+1)^{1/3} + \frac{3}{2}\ln\left[(w+1)^{1/3}-1\right] - \right.$$

$$\left. -\frac{1}{2}\ln w - \sqrt{3}\,\operatorname{arctg}\frac{2(w+1)^{1/3}+1}{\sqrt{3}}\right\} + C'. \tag{13}$$

Constantele C şi C' se determină punînd următoarele condiţii :

— pentru $y = 0, z = x$; $w = u > 0$,

z este real deci $y_0 = 0$; $C' = x_0 + jy_0$.

— pentru $\begin{cases} x = 0 \\ y = j\delta' \end{cases}$ $z = j\delta'$, $w = u = -1$,

$$j\delta' = C\left(j\pi - \sqrt{3}\,\operatorname{arctg}\frac{1}{\sqrt{3}}\right) + x_0,$$

$$C = \delta'/\pi,$$

$$x_0 = \delta'/2\sqrt{3}.$$

Înlocuind expresiile constantelor C şi C' găsite, în (13), obţinem

$$z = \frac{\delta'}{\pi}\left\{3(w+1)^{1/3} + \frac{3}{2}\ln\left[(w+1)^{1/3}-1\right] - \right.$$

$$\left. -\frac{1}{2}\ln w - \sqrt{3}\ \operatorname{arctg}\frac{2(w+1)^{1/3}+1}{\sqrt{3}}\right\} + \frac{\delta'}{2\sqrt{3}}. \tag{14}$$

Pentru determinarea cîmpului magnetic considerăm potenţialul magnetic scalar ca fiind partea imaginară a potenţialului complex W, care are expresia cunoscută :

$$W = \frac{V_0}{\pi}\ln w \tag{15}$$

deci cîmpul magnetic este dat de

$$H = \left[\mathrm{j}\,\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}z}\right]^* = \left[\mathrm{j}\,\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}w}\cdot\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}z}\right]^*. \tag{16}$$

Din (15) derivînd, obţinem

$$\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}w} = \frac{V_0}{\pi}\cdot\frac{1}{w}, \tag{17}$$

iar din (14) prin derivare implicită avem

$$\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}z} = \frac{\pi}{\delta'}\cdot\frac{1}{(w+1)^{-2/3} + \frac{1}{2}\,\frac{(w+1)^{-2/3}}{(w+1)^{1/3}-1} - \frac{1}{2}\,\frac{1}{w} - \frac{2(w+1)^{-2/3}}{3+[2(w+1)^{1/3}+1]^2}} \tag{18}$$

Înlocuind expresiile (17) şi (18) în (16) găsim cîmpul magnetic căutat

$$H = -\mathrm{j}\,\frac{V_0}{\delta'}\left[\frac{w^{-1}}{(w+1)^{-2/3} + \frac{1}{2}\,\frac{(w+1)^{-2/3}}{(w+1)^{1/3}-1} - \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{w} - \frac{2(w+1)^{-2/3}}{3+[2(w+1)^{1/3}+1]^2}}\right]. \tag{19}$$

Verificînd, din (19), pentru $z = -\infty$ şi $w = 0$ avem

$H\Big|_{\substack{z=-\infty\\ w=0}} \to -\mathrm{j}\,\frac{V_0}{\delta'}N$, unde $N = 1 > 0$ adică este un cîmp uniform îndreptat în sensul invers al axei jy.

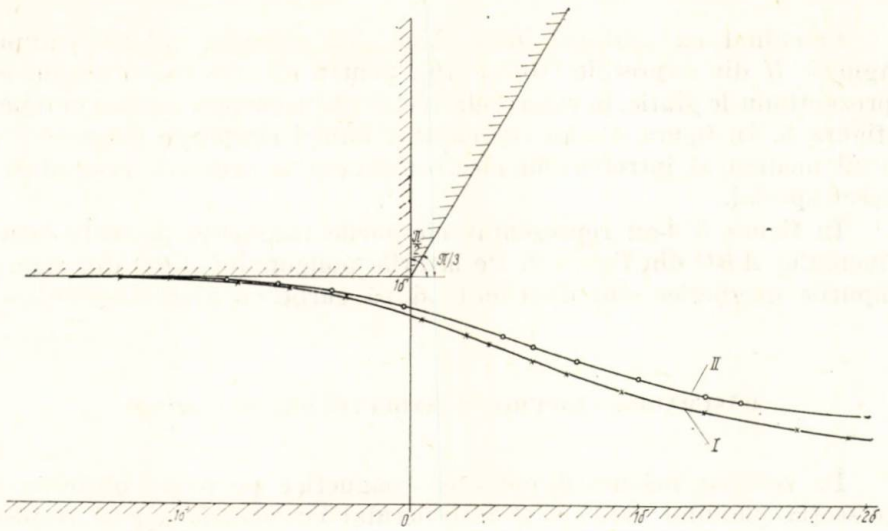


Fig. 4.— Cîmpul magnetic H/H_∞ în axele longitudinală (I) și transversală (II) ale canalului MHD :
I— corespunde la $\alpha = \pi/2$;
II— corespunde la $\alpha = \pi/3$.

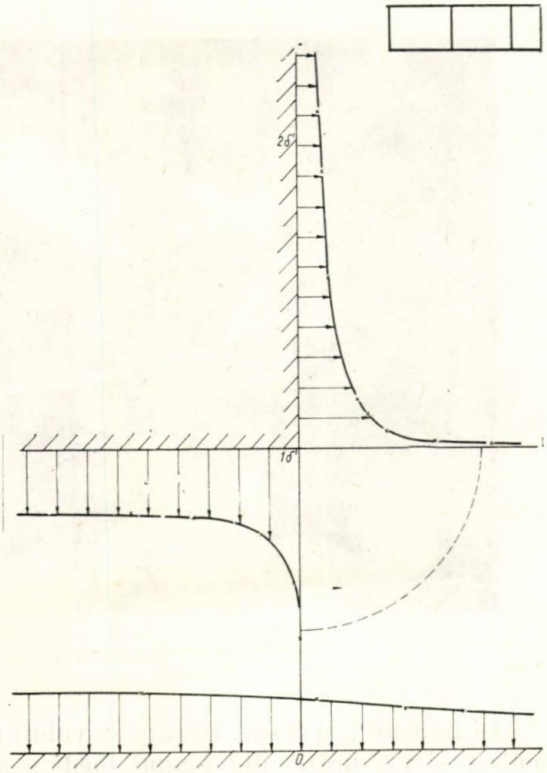


Fig. 5.— Cîmpul magnetic (plan longitudinal al canalului MHD)—Valori calculate.

Calculînd cu ajutorul unui calculator numeric valorile cîmpului magnetic H din expresiile (10) şi (19), pentru diverse valori ale lui w şi reprezentîndu-le grafic, în valori relative, se obţin curbele arătate în figura 4 şi figura 5. În figura 4 s-au reprezentat numai cîmpurile magnetice din planul median al întrefierului electromagnetului deoarece prezentau un interes special.

În figura 5 s-au reprezentat cîmpurile magnetice pe toate laturile domeniului ABC din figura 2. Pe laturile poligonului ABC din figura 3 cîmpurile magnetice sînt distribuite după curbe cu aluri asemănătoare.

MĂSURAREA CÎMPURILOR (INDUCŢIILOR) MAGNETICE

În vederea măsurării inducţiei magnetice pe axele obţinute din intersecţia planului median al întrefierului cu planele x_1y şi respectiv x_2y s-a construit un dispozitiv mecanic, port-sondă, din material nemagnetic, cu posibilităţi de deplasare fină, în trei direcţii perpendiculare.

Inducţia magnetică s-a măsurat cu ajutorul unui gaussmetru Metra echipat cu sondă Hall, cu clasa de precizie 2,5 % (fig. 6).

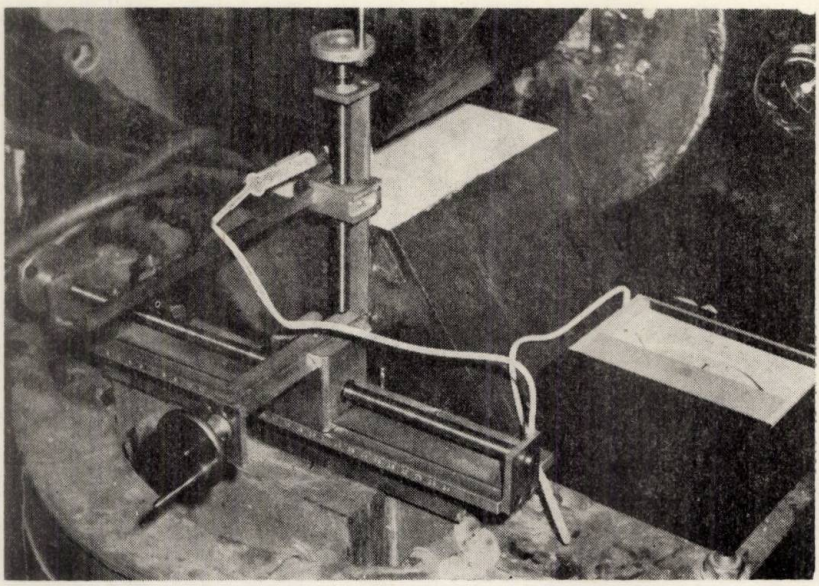


Fig. 6.— Dispozitivul port sondă.

În figurile 7 şi 8 sînt trasate în valori relative, cîmpurile magnetice, calculate şi măsurate, din planul median al întrefierului.

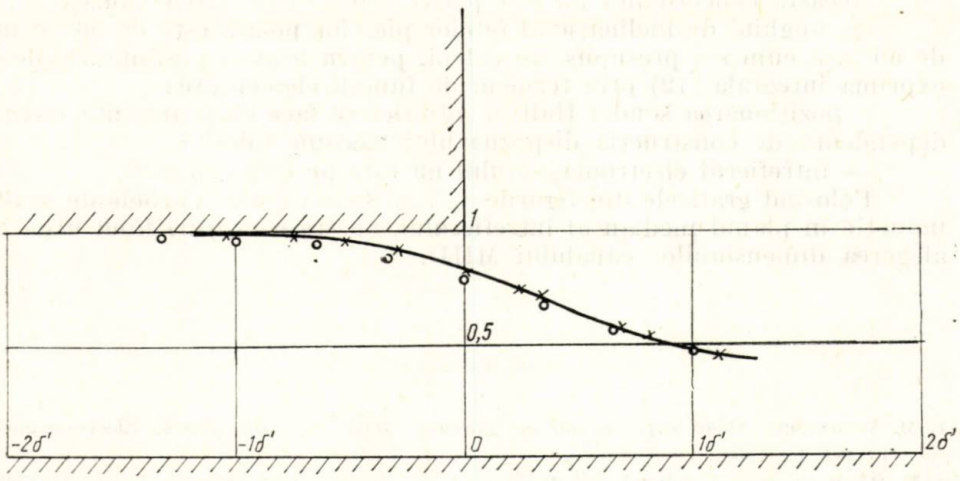


Fig. 7.— Cîmpul magnetic H/H_∞ în axa longitudinală a canalului MHD, în planul median al întrefierului :
x — calculat ;
0 — măsurat.

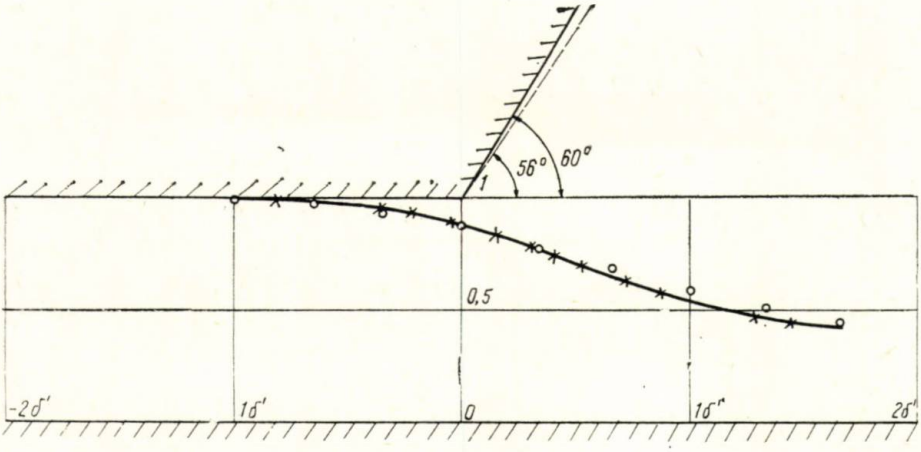


Fig. 8. Cîmpul magnetic H/H_∞ în axa transversală a canalului MHD, în planul median al întretierului :
x — calculat ;
0 — măsurat.

CONCLUZII

Analizînd figurile 7 şi 8 se poate constata o bună concordanţă între valorile calculate şi cele măsurate ale cîmpului magnetic (inducţia magnetică).

Această concordanţă nu este perfectă din următoarele cauze :

— unghiul de înclinaţie al feţelor pieselor polare este de 56° şi nu de 60° aşa cum s-a presupus în calcul, pentru a avea posibilitatea de a exprima integrala (12) prin termeni de funcţii elementare ;

— poziţionarea sondei Hall în întrefier se face cu o anumită eroare dependentă de construcţia dispozitivului mecanic folosit ;

— întrefierul electromagnetului nu este perfect constant.

Folosind graficele din figurile 4, 7 şi 8 s-au trasat curbele de egală inducţie în planul median al întrefierului, aceste contururi fiind utile la alegerea dimensiunilor canalului MHD.

BIBLIOGRAFIE

1. M. Marinescu, *Model experimental de generator MHD de mică putere*, Electromagnet, I.C.P.E.T., 1969.
2. R. Răduleţ, *Bazele electrotehnicii. Probleme*, Edit. didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1963.
3. C. I. Mocanu, *Bazele electrotehnicii III—4*, Edit. didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1969.
4. D. Frankel, I. De Sabata, *Traductorul Hall*, Ed. tehnică, Bucureşti, 1968.

PROGRAM PENTRU ANALIZA REGIMULUI DE CURENT CONTINUU AL UNUI CIRCUIT ELECTRONIC

681.142

I. F. CREȚU

Programul realizat are la bază metoda analizei nodale. Ecuațiile nodale obținute de către program din datele de intrare (caracteristicile elementelor, noduri, laturi) datorită modelelor de elemente folosite, se rezolvă prin metoda Broyden. Se prezintă o serie de particularități de programare necesare pentru mărirea eficacității programului.

Programul poate opera cu elemente liniare sau cu elemente neliniare de tipul diodă/tranzistor caracterizate de ecuațiie Ebers-Moll.

În lucrare se prezintă subrutinele scrise pentru program.

1. INTRODUCERE

Din punctul de vedere matematic un circuit electronic poate fi reprezentat printr-o structură topologică peste care se suprapune o structură algebrică constînd din relațiile cantitative asociate elementelor topologice.

Corelația matriceală a acestor două aspecte prezintă avantajul identificării precise a rolului interconexiunilor și al caracteristicilor elementelor în comportarea generală a circuitului, constituind în același timp un mijloc eficace de algoritmare a problemei de analiză a circuitului în vederea rezolvării acesteia cu ajutorul calculatorului electronic.

Importanța utilizării calculatorului pentru analiza circuitelor electronice derivă și din faptul că acesta constituie singurul mijloc eficace pentru rezolvarea problemelor de analiză neliniară a circuitelor de dimensiuni medii și mari.

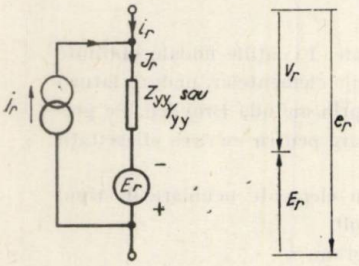
În cele ce urmează se prezintă un program prin intermediul căruia se urmărește în principal rezolvarea problemei de analiză neliniară în curent continuu pentru circuite electronice cu diode și tranzistoare de dimensiuni medii (60 laturi) pe un calculator de capacitate medie prin folosirea unei reprezentări compactizate a matricelor circuitelor.

Programul este realizat cu scopul de a fi introdus într-un pachet de programe destinat analizei circuitelor electronice neliniare. Intrarea se

realizează prin limbajul Fortran, conceput astfel încît programul să poată fi utilizat de către proiectanți de circuite electronice cu cunoștințe sumare de programare.

2. METODA ANALIZEI NODALE

Dacă se definește matricea de incidență redusă a circuitului, A ca avînd elementul $a_{ij} = +1$, -1 sau 0 după cum latura i iese, intră în nodul j sau este independentă de nodul j (coloana corespunzătoare nodului de referință este suprimată), atunci conform notațiilor din figura 1, adoptînd o notație matricială, rezultă



$J_r = I_r + i_r$
$V_r = E_r + e_r$ Fig. 1. — Latura r a unui circuit electric.

$$e = Ae', \tag{1}$$

unde e' reprezintă vectorul tensiunilor nodurilor față de nodul de referință. Legile lui Kirchoff se pot scrie:

$$A^T i = 0, \tag{2}$$

$$V = E + e, \tag{3}$$

$$J = I + i. \tag{4}$$

Folosind legea lui Ohm

$$J = Y V,$$

și efectuînd operații simple asupra expresiilor (1) — (4) rezultă

$$A^T YAe' = A^T (I - YE). \tag{5}$$

Cu ajutorul relației (5) se poate calcula vectorul e'.

3. METODA PENTRU REZOLVAREA ECUAȚIILOR NODALE ALE CIRCUITELOR NELINIRE

Expresia (5) poate fi scrisă sub forma

$$A^T [Y(Ae' + E) - I] = 0.$$

Considerînd că neliniarităţile admitanţelor sînt de tipul $Y = Y(V)$ problema analizei circuitului neliniar se rezumă la rezolvarea sistemului de ecuaţii

$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{e}') = A^{\mathrm{T}} [Y(\boldsymbol{V}) (A\boldsymbol{e}' + \boldsymbol{E}) - \boldsymbol{I}] = 0. \tag{6}$$

Funcţia vectorială $\boldsymbol{f}$ se numeşte vector eroare.
Se poate scrie expresia :

$$\mathrm{d}\boldsymbol{f} = \left(\frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial \boldsymbol{e}'}\right) \mathrm{d}\boldsymbol{e}',$$

$$\text{unde} \quad \left(\frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial \boldsymbol{e}'}\right)_{jk} = \frac{\partial \boldsymbol{f}_j}{\partial \boldsymbol{e}'_k}.$$

Adoptînd o schemă iterativă de soluţionare şi considerînd că aproximaţia de ordinul i a vectorului soluţie $\boldsymbol{e}'$, $\boldsymbol{e}'_{(i)}$ reduce la zero vectorul eroare $f_{(i)}$, rezultă relaţia

$$\mathrm{d}\boldsymbol{f}_{(i)} = -\boldsymbol{f}_{(i)} = \left(\frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial \boldsymbol{e}'}\right)_{(i)} \mathrm{d}\boldsymbol{e}'_{(i)}.$$

Aproximaţia de ordinul $i + 1$ asupra vectorului soluţie va fi

$$\boldsymbol{e}'_{(i+1)} = \boldsymbol{e}'_{(i)} - \left(\frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial \boldsymbol{e}'}\right)^{-1}_{(i)} \boldsymbol{f}_{(i)}, \tag{7}$$

expresie care reprezintă formula recursivă Newton-Raphson.

Se demonstrează [2], că dacă fiecare element din matricea de admitanţe este neliniar şi depinde de o singură tensiune, aşa încît să se poată scrie relaţia

$$\begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11}(V_1) & Y_{21}(V_2) \\ Y_{12}(V_1) & Y_{22}(V_2) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix},$$

atunci

$$\frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial \boldsymbol{e}'} = A^{\mathrm{T}} \widetilde{Y} A, \tag{8}$$

unde

$$\widetilde{Y}_{jk} = \frac{\partial J_j}{\partial V_k}, \tag{9}$$

şi formula de iterare Newton-Raphson devine.

$$\boldsymbol{e}'_{(i+1)} = \boldsymbol{e}'_{(i)} - (A^{\mathrm{T}} \widetilde{Y} A)^{-1}_{(i)} \boldsymbol{f}_{(i)}. \tag{10}$$

Actualizarea vectorului soluție conform expresiei (10) impune calculul matricei Jacobian ($\widetilde{Y}$) la fiecare etapă a procesului de iterare. Condiția de convergență a acestei metode se bazează pe estimația inițială a soluției, deci nu se poate realiza, în general, practic [3].

Metoda Broyden [3] urmărește soluționarea sistemului de ecuații neliniare pe baza aceluiași principiu, dar înlătură o parte din dificultățile descrise mai sus.

Dacă se notează

$$\boldsymbol{p}_{(i)} = -\left(\frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial \boldsymbol{e}'}\right)^{-1}_{(i)} \boldsymbol{f}_{(i)}, \tag{11}$$

expresia (7) se poate scrie

$$\boldsymbol{e}'_{(i+1)} = \boldsymbol{e}'_{(i)} + t_{(i)}\, \boldsymbol{p}_{(i)}, \tag{12}$$

$t_{(i)}$ fiind un scalar care minimizează sau cel puțin reduce vectorul eroare $\boldsymbol{f}'_{(i+1)}$.

În acest mod schema de iterație nu mai poate diverge, dar convergența nu este garantată.

Dacă se consideră $\boldsymbol{e}'$ o funcție continuă de t

$$\boldsymbol{e}'(t) = \boldsymbol{e}'_{(i)} + t\boldsymbol{p}_{(i)}, \tag{13}$$

vectorul eroare va fi de asemenea funcție de t și

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{f}}{\mathrm{d}t} = \left(\frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial \boldsymbol{e}'}\right)\left(\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{e}'}{\mathrm{d}t}\right) = \left(\frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial \boldsymbol{e}'}\right) p_{(i)}. \tag{14}$$

Dacă se notează

$$H_{(i)} = -\left(\frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial \boldsymbol{e}'}\right)^{-1}_{(i)}, \tag{15}$$

din (14) rezultă

$$\boldsymbol{p}_{(i)} = -H_{(i)} \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{f}}{\mathrm{d}t}. \tag{16}$$

Derivata $\mathrm{d}\boldsymbol{f}/\mathrm{d}t$ se poate calcula din dezvoltarea în serie Taylor a funcției $\boldsymbol{f}(t)$ în punctul $t = t_{(i)}$

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{f}}{\mathrm{d}t} = \frac{\boldsymbol{f}_{(i+1)} - \boldsymbol{f}(t_{(i)} - s_{(i)})}{s_{(i)}} = \frac{\boldsymbol{y}_{(i)}}{s_{(i)}}, \tag{17}$$

sau considerînd (16)

$$H_{(i)}\boldsymbol{y}_{(i)} = -s_{(i)}\boldsymbol{p}_{(i)}. \tag{18}$$

Relaţia (18) nu defineşte $H_{(i)}$ unic.

Pentru determinarea unică a lui $H_{(i)}$ se foloseşte condiţia auxiliară potrivit căreia nu se poate obţine informaţie despre $\boldsymbol{f}$ datorită modificării lui $\boldsymbol{e}'$ în altă direcţie decît $\boldsymbol{p}_{(i)}$, ceea ce conduce la formula recursivă [3].

$$H_{(i+1)} = H_{(i)} - \frac{(s_{(i)}\,\boldsymbol{p}_{(i)} + H_{(i)}\,\boldsymbol{y}_{(i)})\,\boldsymbol{p}_{(i)}^{\mathrm{T}} H_{(i)}}{\boldsymbol{p}_{(i)}^{\mathrm{T}}\,\boldsymbol{H}_{(i)}\,\boldsymbol{y}_{(i)}}, \tag{19}$$

expresie prin intermediul căreia se poate calcula inversa matricei Jacobian fără să mai fie necesară calcularea matricei şi inversa numerică a acesteia.

4. FOLOSIREA MODELULUI EBERS – MOLL PENTRU ANALIZA NELINIARĂ ÎN CURENT CONTINUU

Modelul de tranzistor folosit este unul din parametrii esenţiali ai unui program de analiză. Acest model trebuie să realizeze un echilibru între aproximarea cît mai precisă a procesului fizic şi restricţiile de memorie şi timp de calcul ale programului.

Modelul Ebers — Moll permite o tratare unitară a celor două tipuri de tranzistoare bipolare şi o aproximare bună în regimurile activ şi blocat de funcţionare folosind cinci parametrii :

— factorii de amplificare în curent α_n, α_i,
— curenţii reziduali ai joncţiunilor I_{EB0} şi I_{CB0},
— tensiunea termică V_T.

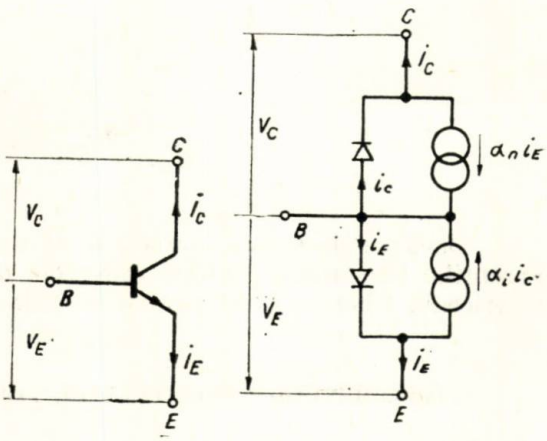


Fig. 2. — Sensurile tensiunilor şi curenţilor adoptate pentru un tranzistor *npn*.

Dacă se consideră un tranzistor *npn* cu sensurile pozitive ale curenţilor şi tensiunilor conform figura 2, ecuaţiile Ebers — Moll se pot scrie sub forma [4] :

$$\begin{aligned} I_E &= i_E - \alpha_i\, i_C, \\ I_C &= i_C - \alpha_n\, i_E, \end{aligned} \tag{20}$$

unde

$$i_E = \frac{I_{EB0}}{1 - \alpha_n \alpha_i} (\exp (V_E/V_T) - 1),$$
$$i_C = \frac{I_{CB0}}{1 - \alpha_n \alpha_i} (\exp (V_C/V_T) - 1). \tag{21}$$

Relațiile (20) și (21) se pot scrie matriceal sub forma

$$\begin{bmatrix} I_E \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{EE} & Y_{EC} \\ Y_{CE} & Y_{CC} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_E \\ V_C \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} I_{E0} \\ I_{C0} \end{bmatrix}, \tag{22}$$

unde :

$$Y_{EE} = \frac{1}{V_E} \cdot \frac{I_{EB0}}{1 - \alpha_n \alpha_i} (\exp (V_E/V_T)),$$
$$Y_{CC} = \frac{1}{V_C} \cdot \frac{I_{CB0}}{1 - \alpha_n \alpha_i} (\exp (V_C/V_T)), \tag{23}$$

$$Y_{EC} = - \alpha_i Y_{CC},$$
$$Y_{CE} = - \alpha_n Y_{EE}, \tag{24}$$

$$I_{E0} = \frac{I_{EB0} - \alpha_i I_{CB0}}{1 - \alpha_n \alpha_i},$$
$$I_{C0} = \frac{I_{CB0} - \alpha_i I_{EB0}}{1 - \alpha_n \alpha_i}. \tag{25}$$

Dacă se păstrează convenția de asignare a sensurilor pozitive ale curenților tensiunilor conform sensurilor de conducție ale diodelor, ecuația matriceală Ebers — Moll pentru un tranzistor pnp este similară cu (22).

5. IMPLEMENTAREA PE CALCULATOR A METODEI DE ANALIZĂ NELINIARĂ

Implementarea pe calculator a metodei de analiză neliniară a circuitelor electronice pune două probleme principale :

1. — analiza topologică a circuitului prezentat sub o formă ușor accesibilă unui proiectant de circuite ;

2. — rezolvarea numerică a sistemului de ecuații neliniare.

O analiză sumară a algoritmului de prelucrare, figura 3, duce la concluzia că acceptarea modului de reprezentare generală a matricelor circuitului

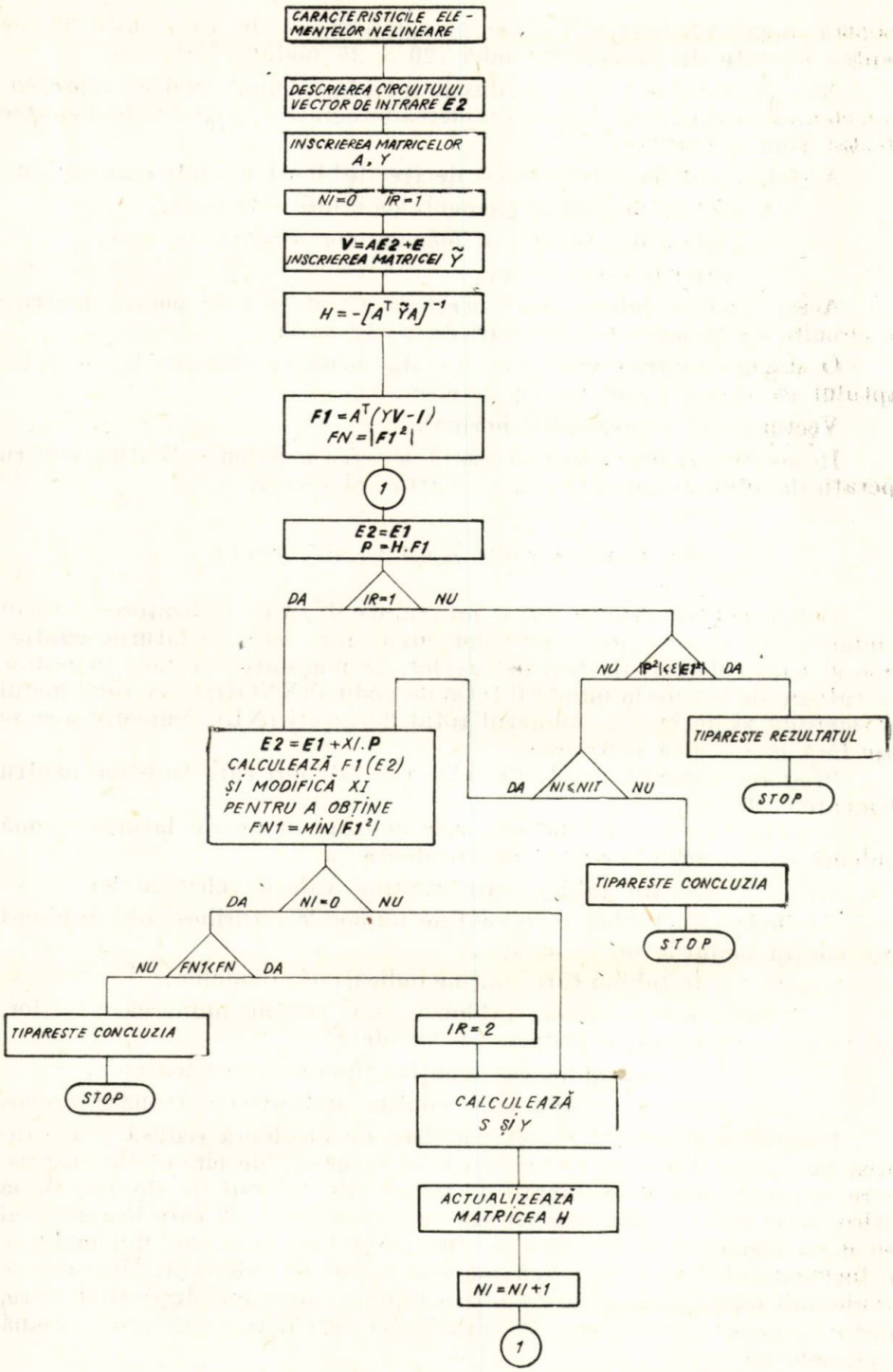


Fig. 3.— Schema generală a algoritmului de analiză.

acoperă memoriile operative ale calculatoarelor de capacitate medie pentru circuite de dimensiuni mici (20 — 25 noduri).

Această concluzie ne-a condus la adoptarea unui mod de reprezentare compactizat care să asigure umplerea integrală a spațiului de memorie afectat pentru matrice.

Astfel, o matrice este descrisă de trei tablouri asociate care conțin :

1. indicii de nod ai elementelor diferite de zero ;
2. indicii de coloană ai elementelor diferite de zero ;
3. valorile elementelor.

Acest mod de reprezentare prezintă avantaje nete pentru matrice de circuite cu dimensiuni mai mari decît (10 × 10).

O singură matrice este reprezentată normal, matricea H, datorită faptului că această matrice se inversează.

Vectorii sînt reprezentați normal.

În aceste condiții a fost necesară scrierea a patru subrutine pentru operații de adunare-înmulțire între matrice și vectori.

5.1. ANALIZA TOPOLOGICĂ A CIRCUITULUI

Datele pentru analiză pot fi prezentate după ce utilizatorul a făcut o numerotare a nodurilor și laturilor circuitului, inclusiv laturile emitor-bază și bază-colector ale tranzistoarelor. Numerotarea se face în ordine crescătoare de la zero la numărul total de noduri (NNOD), zero fiind nodul de referință și de la 1 la numărul total de laturi (NL). Numerotarea se face fără nici o altă restricție.

Programul înscrie datele de intrare în tablouri caracteristice pentru elementele de circuit :

— rezistențe : — un tablou care conține numerele laturilor, două tablouri care conțin nodurile de incidență ;

— un tablou care conține valorile elementelor

— diode : un tablou care conține numerele laturilor, două tablouri care conțin nodurile de incidență ;

un tablou care conține indicativele diodelor ;

— tranzistoare : — două tablouri care conțin numerele laturilor, trei tablouri care conțin nodurile de incidență ;

— un tablou care conține tipurile tranzistoarelor ;

— un tablou care conține indicativele tranzistoarelor.

Programul formează direct matricea de incidență redusă prin căutarea numerelor laturilor în tablourile elementelor de circuit (la tranzistoare sensurile sînt determinate de indicii din tabloul de tipuri). După găsirea numărului laturii se apelează subrutina FORAT care înscrie unul sau două elemente în matricea de incidență după cum unul din nodurile de incidență ale laturii este sau nu este nodul de referință. Matricea se înscrie sub formă compactizată într-o reprezentare rînd după rînd, care, pentru utilizări ulterioare, se transformă într-o reprezentare coloană după coloană.

5.2 ALGORTIMUL DE ANALIZĂ

Algoritmul de analiză [2] urmărește implementarea metodei pentru rezolvarea ecuațiilor nodale ale circuitelor neliniare descrisă în paragraful 2. Acest algoritm calculează iterativ aproximații mai bune (***E2***) pentru un vector soluție (***E1***). Traseul de parcurgere al ciclului zero este diferit de cele următoare datorită procedeului folosit pentru calculul aproximației curente a matricei Jacobian. Etapele acestui algoritm sînt :

Inițial

1. se alege un vector soluție $\boldsymbol{e}'_{(0)}$;
2. se calculează : $V_{(0)} = A\boldsymbol{e}'_{(0)} + \boldsymbol{E}$; $Y(\boldsymbol{V}_{(0)})$; $\widetilde{Y}(\boldsymbol{V}_{(0)})$

conform (23) — (25) și (9) ;

$$H_{(0)} = -(A^{\mathrm{T}}\widetilde{Y}A^{-1}) ;$$

$$\boldsymbol{f}_{(0)} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{e}'_{(0)}) ; \quad |\boldsymbol{f}^2_{(0)}| \text{ și } i = 0.$$

Procedeu de iterare

1. se calculează $p_{(i)} = H_{(i)}\,\boldsymbol{f}_{(i)}$; $|\boldsymbol{p}^2_{(i)}|$ și $|\boldsymbol{e}^2_{(i)}|$;
2. dacă $|\boldsymbol{p}^2_{(i)}| < \varepsilon\,|\boldsymbol{e}'^2_{(i)}|$ stop ;
3. altfel se caută valoarea optimă a lui $t_{(i)}$. Această etapă presupune calcularea lui : $\boldsymbol{e}'_{(i+1)}$ conform (12) ;

$$\boldsymbol{V}_{(i+1)} ; \quad \boldsymbol{f}_{(i+1)} ; \quad |\boldsymbol{f}^2_{(i+1)}|$$

(Pentru reducerea timpului de căutare se folosesc șirurile Fibonacci).

4. se alege $s_{(i)}$ dintre valorile lui $t_{(i)}$ apropiate de valoarea optimă și se calculează $\boldsymbol{y}_{(i)}$ conform (17) ;
5. se calculează H_{i+1} conform (19) ;
6. $i + 1 \to i$ și se reia procedeul de iterare de la 1.

5.3 SCHEMA GENERALĂ A PROGRAMULUI

Criteriile care au stat la baza alegerii soluției de implementare a programului de analiză au fost :

— gradul de automatizare ;
— modul de reprezentare a matricelor ;
— structura algoritmului de analiză.

Automatizarea unui program de analiză a circuitelor electronice are drept scop principal asigurarea utilizării comode a programului. S-a pornit de la premisa că acest program va face parte dintr-un pachet de programe care să aibă o concepție unitară din punctul de vedere al utilizatorului. Pînă la cunoașterea caracteristicilor generale ale celorlalte programe s-a elaborat pentru acest program o structură de intrare simplă care să permită utilizarea sa.

După cum se vede din schema generală a programului, figura 3, programul face o analiză topologică a circuitului pentru înscrierea matricei de incidență reduse A, conform algoritmului descris în paragraful 4.

Întrucît modul de reprezentare a matricelor, caracteristicile elementelor neliniare și algoritmul au fost descrise se va insista în cele ce urmează numai asupra particularităților de implementare ale programului.

Pentru o utilizare judicioasă a memoriei și a timpului de prelucrare, matricea Y conține numai admitanțele elementelor liniare, fiind deci o matrice diagonală.

Matricea admitanțelor diferențiale ale elementelor neliniare se calculează atunci cînd este necesar, cunoscîndu-se caracteristicile elementelor și tensiunile pe elemente (subrutinele ACTDY și SAT). Această matrice fiind reprezentată compactizat a fost necesară o subrutină pentru poziționarea elementelor (APREN).

După cum se observă din (6) și (23) — (25) admitanțele elementelor neliniare pot să nu existe, pentru calculul vectorului eroare fiind necesari numai curenții prin aceste elemente care se determină pe baza relațiilor (20) și (21) (subrutinele CIN și SAT).

Operațiunea 3 din cadrul procedeului de iterare este realizată de o singură subrutină (EF). Această subrutină este folosită și pentru operațiunea 2 din cadrul procedurii inițiale.

Există trei moduri în care execuția unui program se poate termina :

1. dacă se obține o eroare mai mică decît cea prestabilită (ERR) ;
2. dacă se parcurge numărul de iterații indicat fără să se poată obține o eroare mai mică decît ERR ;
3. dacă în ciclul zero nu se poate obține un vector eroare $\boldsymbol{F}$, corespunzător unei ponderi a vectorului corecție $\boldsymbol{P}$, XI $\neq 0$, care să satisfacă condiția :

$$|\boldsymbol{F}^2| < |\boldsymbol{F}^2_{(0)}|,$$

$\boldsymbol{F}_{(0)}$ fiind vectorul eroare corespunzător estimației inițiale a vectorului tensiunilor la noduri ($\boldsymbol{E2}$).

În tabela 1 sînt notate subrutinele scrise pentru acest program.

Tabela 1

Denumirea	Scopul subrutinei
MMLT 1	Înmulțirea a două matrice compactizate $DY \times IA = C$ unde : DY — matrice compactizată, IA — matrice topologică compactizată C — matrice compactizată
MMLT 2	Înmulțirea a două matrice compactizate $IAT \times C = H$ unde IA — matrice topologică compactizată, C — matrice compactizată, H — matrice reprezentată normal
MVM	Înmulțirea unei matrice compactizate cu un vector
MTVM	Înmulțirea unei matrice topologice compactizate cu un vector
CIN	Distribuirea curenților pe laturile cu elemente neliniare. Pentru calcularea curenților apelează subrutina (SAT).
ACTDY	Distribuirea admitanțelor diferențiale ale elementelor neliniare în matricea de admitanțe diferențiale reprezentată compactizat. Pentru calcularea admitanțelor diferențiale se apelează subrutina (SAT).

Tabelul 1 (continuare)

Denumirea	Scopul subrutinei
SAT	Calcularea curentului şi admitanţei diferenţiale ale unui element cu neliniaritate exponenţială.
APREN	Construirea unor tabele ce conţin poziţiile admitanţelor diferenţiale în matricea de admitanţe diferenţiale reprezentată compactizat
EF	Execută operaţiile de la pct.3— procedeu de iterare.
FORAT	Înscrierea matricei de incidenţă reduse A, în reprezentarea compactizată, conform algoritmului de la paragraful 5.1.

6. OBSERVAŢII ŞI CONCLUZII

Programul este operaţional pe un calculator IBM 360/30. În cadrul unor operaţiuni de verificare a performanţelor programul a calculat vectorul tensiunilor la noduri pentru circuitul din figura 4 (10 noduri, 19 laturi) într-o iteraţie, cu o eroare globală mai mică decît 1% în aproximativ 75 s.

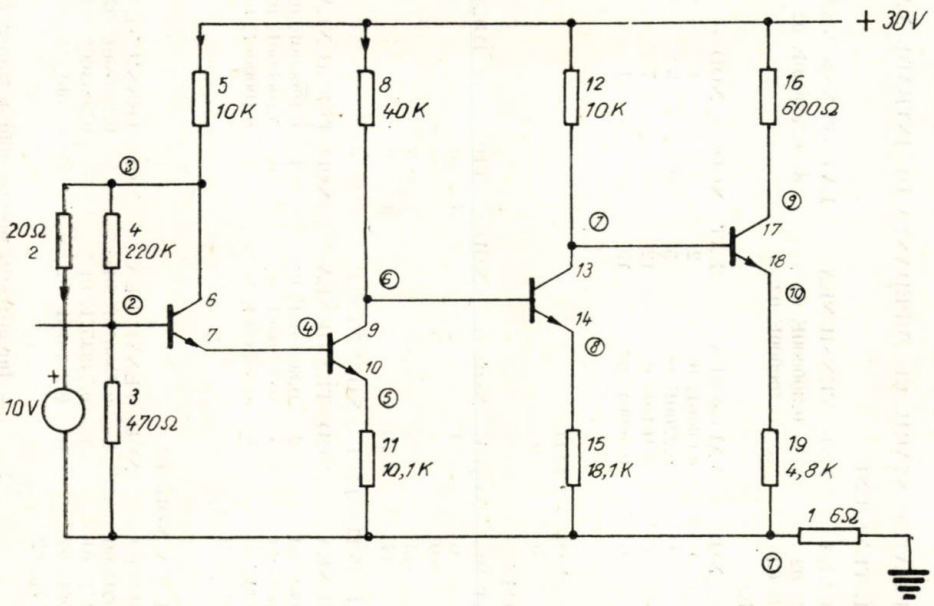


Fig. 4.— Amplificator stabil cu impedanţă mare de intrare.

În figura 5 se văd înregistrările programului în timpul execuţiei, tensiunile iniţiale şi cele calulate la noduri.

// EXEC

AMPLIFICATOR STABIL CU IMPEDANȚA DE INTRARE MARE

SURSELE DE TENSIUNE

LAT	TENSIUNEA	LAT	TENSIUNEA	LAT	TENSIUNEA
2	−0.100000E 02	5	0.300000E 02	8	0.300000E 02
12	0.300000E 02	16	0.300000E 02		

REZISTENȚE

LAT	NOD +	NOD −	VALOAREA	LAT	NOD +	NOD −	VALOAREA	LAT	NOD +	NOD −	VALOAREA
1	1	0	0.6000E 01	2	3	1	0.2000E 02	3	2	1	0.4700E 06
4	3	2	0.2200E 06	5	0	3	0.1000E 05	8	0	6	0.4000E 05
11	5	1	0.1010E 05	12	0	7	0.1000E 05	15	8	1	0.1810 E 05
16	0	9	0.6000E 03	19	10	1	0.4800E 04				

DIODE

LAT	NOD +	NOD −	IND
0	0	0	0

TRANZISTOARE

LAT EB	LAT BC	NOD E	NOD B	NOD C	TIP	INDICATIV
7	6	4	2	3	0	1
10	9	5	4	6	0	1
14	13	8	6	7	0	1
18	17	10	7	9	0	1

TENSIUNILE INIȚIALE LA NODURI

NOD	TENSIUNEA	NOD	TENSIUNEA	NOD	TENSIUNEA
1	0.100000E 01	2	0.600000E 01	3	0.100000E 02
4	0.590000E 01	5	0.580000E 01	6	0.100000E 02
7	0.100000E 02	8	0.980000E 01	9	0.100000E 02
10	0.980000E 01				

1 ITERAȚII

TENSIUNILE LA NODURI

NOD	TENSIUNEA	NOD	TENSIUNEA	NOD	TENSIUNEA
1	0.104802E 00	2	0.758678E 01	3	0.100866E 02
4	0.751117E 01	5	0.743357E 01	6	0.206366E 02
7	0.223096E 02	8	0.204615E 02	9	0.256151E 02
10	0.221351E 02				

Fig. 5.— Înregistrările programului în timpul execuției (analiza circuitului din figura 4).

Din analiza modului de implementare a algoritmului și a performanțelor realizate în aplicații se pot desprinde următoarele concluzii :

1. — programul realizat poate rezolva problema analizei regimului de curent continuu pentru circuite electronice neliniare cu elemente de tip diodă și/sau tranzistor bipolar, de dimensiuni medii (60 laturi, 35 noduri) pe un calculator cu o memorie operativă de 16 *k* cuvinte ;

2. — programul poate fi folosit de utilizatori fără cunoștințe deosebite de programare, putînd fi încorporat fără dificultăți într-un pachet de programe pentru analiza circuitelor electronice ;

3. — eficiența relativ ridicată a programului este determinată în principal de modul de reprezentare a matricelor ;

4. — algoritmul de rezolvare a sistemului de ecuații algebrice neliniare implementat poate fi folosit și la rezolvarea altor tipuri de probleme din domeniul circuitelor electronice.

În încheiere autorul ține să aducă mulțumiri cordiale tov. prof. dr. ing. M. Petrescu care a inspirat și îndrumat această lucrare.

BIBLIOGRAFIE

1. F. F. Kuo, W. G. Magnuson, *Computer Oriented Circuit Design*, Mc. Graw-Hill Inc., 1969.
2. F. Branin, H. H. Wang, *A Fast Reliable Iteration Method for dc Analysis of Nonlinear Networks*, Proc. of IEEE, **55**, *11*, 1819—1826 (1967).
3. C. G. Broyden, *A class of Methods for Solving Nonlinear Simultaneous Equations*, Math. Comp., *19*, 577—593 (1965).
4. A. Vătășescu, ș.a., *Circuite cu semiconductoare în industrie, Amplificatoare și oscilatoare*, Edit. tehnică, 1971.
5. S. Seshu, M. B. Reed, *Linear Graphs and Electrical Networks*, Addison-Wesley, Reading. Mass., 1961.
6. R. E. Bellman, S. E. Dreyfus, *Programarea dinamică aplicată*, Edit. tehnică, 1967 (trad. din lb. engleză).
7. W. Tinney, I. Walker, *Direct Solutions of Sparse Network Equations by Optimally Ordered Triangular Factirization*, Proc. of IEEE, **55**, *11*, 1801—1809 (1967).
8. Ch. Desoer, E. Kuh, *Basic Circuit Theory*, Mc. Graw-Hill Inc., 1969.
9. R. V. Hamming, *Cislennie metodi*, Isdatelstvo Nauka, Moskwa, 1968 (trad. din lb. engleză).
10. Al. I. Șchiop, *Metode aproximative în analiza neliniară*, Edit. Academiei, 1972.

SINTEZA ȘI ANALIZA UNUI CIRCUIT ELECTRIC PENTRU TERMOCOMPENSAREA EXACTĂ A OSCILATOARELOR CU CUARȚ LA TREI TEMPERATURI DATE

V. A. MĂRIEȘ

621.396.611 : 621.396.6

Lucrarea prezintă o soluție avantajoasă prin care se realizează mărirea stabilității frecvenței oscilatoarelor cu cristale de cuarț prin termocompensare. Termocompensarea se face exact numai la trei temperaturi alese dintr-un interval de temperatură mai larg, datorită calculatorului electronic utilizat care are posibilități mai reduse, în rest abaterile fiind minime.

În prima parte se descrie modul în care se face sinteza circuitului electric folosind numai componente pasive, în partea a doua, pe baza unui model matematic general, se face analiza și programarea modelului matematic în cazul particular a trei temperaturi, iar în partea a treia se dau o serie de 14 aplicații cu rezultatele și concluziile obținute din măsurătorile experimentale la camera climatică.

1. CONSIDERAȚII INTRODUCTIVE

Cristalele de cuarț sînt folosite în oscilatoarele pilot de mare precizie și mare stabilitate, avînd o frecvență de rezonanță proprie serie și o frecvență de rezonanță proprie derivație. Aceste frecvențe caracteristice ale unui cirstal de cuarț pot să se abată de la valoarea lor nominală din două motive : toleranțele de geometrie în tăierea mecanică a plăcuțelor de cuarț și influența temperaturii mediului ambiant ce se manifestă și prin modificarea dimensiunilor geometrice. Din aceste motive cristalele de cuarț trebuie să fie termostatate sau termocompensate. Termostatarea este o soluție puțin avantajoasă, datorită gabaritului mare și a prețului de cost ridicat.

O soluție avantajoasă din multe puncte de vedere este termocompensarea, însă pe de altă parte, termocompensarea pe domenii de temperatură largi implică o serie de dificultăți, căutîndu-se în acest caz să se obțină o precizie cît mai bună posibil, adică termocompensarea să se facă exact la un număr cît mai mare de temperaturi iar în rest abaterile să fie minime.

În lucrarea de față, din motive care vor fi expuse mai departe, se descrie modul în care se face sinteza, analiza, programarea și calculul pe

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 2, p. 519—530, 1974

baza unui model matematic, pentru termocompensarea oscilatoarelor cu cristale de cuarț, exact pentru trei temperaturi, dintr-un anumit interval de temperatură suficient de larg.

2. SINTEZA CIRCUITULUI ELECTRIC DE TERMOCOMPENSARE

2.1 SCHEMA ECHIVALENTĂ A CRISTALULUI DE CUARȚ NECOMPENSAT TERMIC

Schema echivalentă a cristalului de cuarț, necompensat termic, este dată în figura 1.

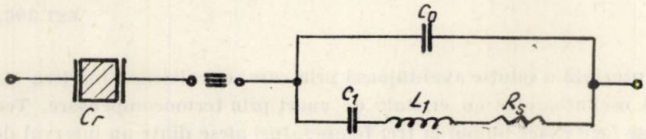


Fig. 1

Neglijînd rezistența serie R_s și capacitatea paralel C_0, frecvența de rezonanță serie nominală este :

$$f_{0s}(T_0) = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1 \cdot C_1}}, \tag{1}$$

depinzînd de temperatură, deoarece dimensiunile geometrice se modifică sub influența căldurii și duce la modificarea frecvenței de rezonanță fără ca, practic, parametrii electrici să se schimbe.

2.2 SCHEMA ECHIVALENTĂ A CRISTALULUI DE CUARȚ TERMOCOMPENSAT

Pentru a putea face compensarea variațiilor de frecvență :

$$f(T) = f_{0s}(T) - f_{0s}(T_0), \tag{2}$$

cu temperatura, ar trebui să se modifice direct mărimile interne L_1 și C_1, ceea ce însă nu este posibil și din acest motiv se înseriază un condensator de termocompensare serie $C_s(T)$ a cărui capacitate să depindă însă de temperatură. Temperatura T_0 este aceea pentru care se dă frecvența serie nominală a cristalului de cuarț. Cristalul de cuarț termocompensat, prin condensatorul $C_s(T)$, are schema echivalentă din figura 2.

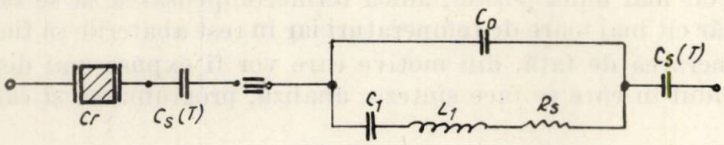


Fig. 2

De această dată, frecvența de rezonanță serie este:

$$f_{0s}(T) = f_{0s}(T_0) \cdot \sqrt{1 + \frac{C_1}{C_0 + C_s(T)}}, \tag{3}$$

iar valoarea condensatorului de termocompensare $C_s(T)$ este

$$C_s(T) = \frac{1}{2} \cdot C_1 \cdot \frac{f_{0s}(T_0)}{f(T)} - C_0, \tag{4}$$

de unde

$$C_s(T_0) = \frac{1}{2} \cdot C_1 \cdot \frac{f_{0s}(T_0)}{f(T_0)} - C_0. \tag{5}$$

Variațiile lui $f_{0s}(T_0)$ cu temperatura pot fi compensate prin variațiile lui $C_s(T)$ cu temperatura. Cum prin $C_s(T)$ frecvența de rezonanță proprie serie nu poate fi decît mărită de la $f_{0s}(T_0)$ la frecvența de rezonanță derivație $f_d > f_{0s}(T_0)$, cristalul de cuarț se alege cu frecvența de rezonanță serie nominală mai mică ca cea a oscilatorlui, astfel că $f(T_0) \neq 0$.

Se menționează că s-a ales frecvența de rezonanță serie, deoarece aceasta este modificată mai puțin ca frecvența de rezonanță derivație de capacitățile parazite ce vin în paralel cu ansamblul cristal de cuarț-condensator de termocompensare.

2.3 REALIZAREA CAPACITĂȚII DE TERMOCOMPENSARE SERIE

Această capacitate se realizează cu o diodă varicap C_v, a cărei lege de variație cu tensiunea este

$$C_v = \frac{k}{U^a}, \tag{6}$$

unde k și a sînt parametrii caracteristici diodei varicap.

Pentru o precizie de reglaj cît mai bună, variația de tensiune U trebuie să fie cît mai mare și în plaja în care dioda varicap se comportă cît mai bine. Rezultă, deci, necesitatea unui circuit de corecție pentru dioda varicap.

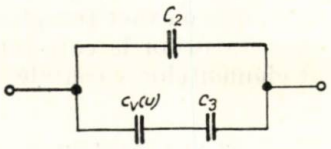


Fig. 3

Circuitul de corecție al diodei varicap este dat în figura 3, unde condensatoarele C_2 și C_3 se determină experimental sau prin proiectare.

Condensatorul C_2 are rolul de a ridica sau coborî caracteristica condensatorului varicap iar condensatorul C_3 are rolul de a realiza o pantă convenabilă a caracteristicii condensatorului varicap.

Pentru ca această diodă varicap corectată să fie echivalentă cu $C_s(T)$, adică capacitatea ei să varieze în funcție de temperatură, trebuie ca tensiunea U să fie o funcție de temperatură $U = U(T)$.

2.4 REALIZAREA TENSIUNII DEPENDENTE DE TEMPERATURĂ

Realizarea tensiunii dependente de temperatură se face cu ajutorul unui divizor potențiometric alimentat cu o tensiune continuă E, cît mai stabilă, ca în figura 4, unde cele două porțiuni ale divizorului de tensiune,

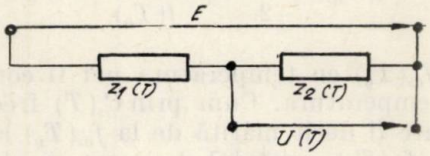


Fig. 4

$Z_1(T)$ și $Z_2(T)$, sînt niște termorezistoare. Aceste termorezistoare $Z(T)$ se obțin prin diverse combinații între rezistoare R și termistoare $r(T)$, între care cea mai complexă este cea din figura 5.

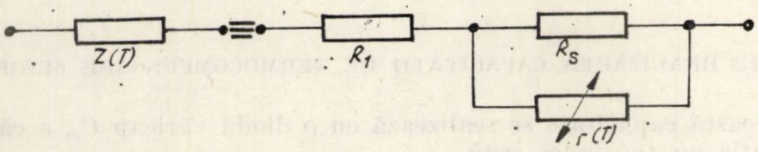


Fig. 5

Se poate demonstra că orice complicare a termorezistoarelor $Z(T)$, prin conectarea în serie sau derivație a unor rezistoare R și termistoare $r(T)$, se reduce la un circuit de același tip cu cel din figura 5.

Întrucît divizorul de tensiune, prezentat în figura 4, care cele două termorezistoare ca în figura 5, tensiunea dependentă de temperatură este realizată exact la cel mult patru temperaturi, avînd cel mult patru elemente variabile necunoscute R_1, R_2, R_3 și R_4 pentru o pereche de termistoare $r_1(T)$ și $r_2(T)$ dați. În funcție de tensiunea care trebuie termocompensată, în unele cazuri particulare, se poate obține un număr mai mare de temperaturi la care să se realizeze exact tensiunea de termocompensare, în general însă, numărul temperaturilor la care termocompensarea se face exact este egal cu numărul elementelor variabile necunoscute.

2.5 SCHEMA COMPLETĂ A CIRCUITULUI ELECTRIC DE TERMOCOMPENSARE

Pe baza celor de mai sus, se obține schema completă a circuitului electric de termocompensare din figura 6.

Prin măsurători la camera climatică se obține tensiunea $U_i = U(T_i)$ la diverse temperaturi T_i care realizează termocompensarea, în scopul stabilizării frecvenței de rezonanță serie a cristalului de cuarț, precum și

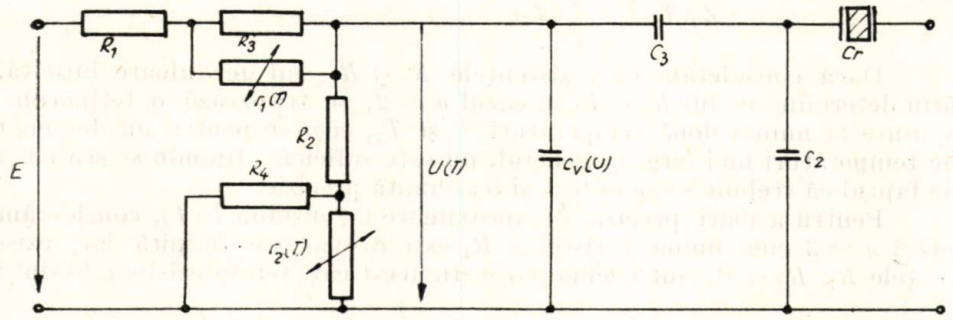


Fig. 6

rezistențele termistoarelor la aceleași temperaturi, $r_1(T_i)$ și $r_2(T_i)$. Tot cu această ocazie se determină și variația relativă de frecvență $\Delta f(T)/f_{0s}(T_0)$ în funcție de temperatură, iar pe baza valorii $\Delta f(T)_{max}/f_{0s}(T_0)$, C_0 și C_1, din relația (5), se obține $C_s(T_0)$, respectiv condensatorul varicap $C_v(U)$ pentru C_2 și C_3 dați.

3. ANALIZA CIRCUITULUI ELECTRIC DE TERMOCOMPENSARE

3.1 MODELUL MATEMATIC AL CIRCUITULUI ELECTRIC DE TERMOCOMPENSARE

Se observă că prin cunoașterea legii $U = U(T)$, problema se reduce la determinarea termorezistoarelor $Z_1(T)$ și $Z_2(T)$, respectiv a rezistențelor elementelor componente R_1, R_2, R_3 și R_4, pentru o pereche dată de termistoare $r_1(T)$, și $r_2(T)$. Determinarea rezistențelor necunoscute se face astfel ca termocompensarea să se facă exact, adică cu abateri nule, la o serie de cel mult patru temperaturi.

Din figura 4, pe baza divizorului potențiometric, avem

$$U(T) = \frac{Z_2(T)}{Z_1(T) + Z_2(T)} \cdot E, \tag{7}$$

adică

$$\frac{Z_1(T)}{Z_2(T)} = \frac{E}{U(T)} - 1. \tag{8}$$

În cazul în care dorim ca termocompensarea să se facă exact la $n = 2, 3, 4$ temperaturi T_i, $i = 1, \ldots, n$, determinarea rezistențelor

R_i, $i = 1, \ldots, n$ se face din sistemul de mai jos, obținut prin impunerea condiției de termocompensare în (8):

$$\frac{Z_1(T_i)}{Z_2(T_i)} = \frac{E}{U(T_i)} - 1, \quad i = 1, \ldots, n. \tag{9}$$

Dacă considerăm că rezistențele R_3 și R_4 sînt de valoare infinită, prin determinarea lui R_1 și R_2 în cazul $n = 2$, se realizează o termocompensare la numai două temperaturi T_1 și T_2, ceea ce pentru un domeniu de temperaturi mai larg, în general, nu este suficient, ținîndu-se seama și de faptul că trebuie să se obțină și o anumită precizie.

Pentru a mări precizia de aproximare a tensiunii $U(T)$, considerăm cazul $n = 3$ cînd numai rezistența R_4 este de valoare infinită iar rezistențele R_1, R_2 și R_3 sînt necunoscute. În acest caz, termorezistoarele sînt:

$$\begin{cases} Z_1(T) = R_1 + \dfrac{R_3 \cdot r_1(T)}{R_3 + r_1(T)} \\ Z_2(T) = R_2 + r_2(T) \end{cases} \tag{10}$$

iar sistemul (9) se concretizează astfel:

$$\begin{cases} R_1 = (r_{21} + R_2) \cdot f_1 - \dfrac{R_3 \cdot r_{11}}{R_3 + r_{11}} \\ R_2 = \dfrac{1}{f_2 - f_1} \cdot \left(r_{21} \cdot f_1 - r_{22} \cdot f_2 + R_3 \cdot \left(\dfrac{r_{12}}{R_3 + r_{12}} - \dfrac{r_{11}}{R_3 + r_{11}} \right) \right) \\ a \cdot R_3^3 + b \cdot R_3^2 + c \cdot R_3 + d = 0 \end{cases} \tag{11}$$

unde s-au făcut notațiile:

$$f_i = \frac{E}{U(T_i)} - 1, \quad i = 1, 2, 3; \tag{12}$$

$$r_{ji} = r_j(T_i), \quad j = 1, 2, \quad i = 1, 2, 3; \tag{13}$$

$$\begin{cases} A = r_{11} \cdot f_{32} + r_{12} \cdot f_{13} + r_{13} \cdot f_{21} \\ B = r_{21} \cdot f_1 \cdot f_{32} + r_{22} \cdot f_2 \cdot f_{13} + r_{23} \cdot f_3 \cdot f_{21} \\ C = r_{11} \cdot r_{12} \cdot r_{13} \\ D = r_{11}^2 \cdot f_{32} + r_{22}^2 \cdot f_{13} + r_{13}^2 \cdot f_{21} \\ E = r_{11} \cdot r_{12} + r_{11} \cdot r_{13} + r_{12} \cdot r_{13} \\ S = r_{11} + r_{12} + r_{13} \end{cases} \tag{14}$$

$$f_{ij} = f_i - f_j, \qquad i, j = 1, 2, 3, \quad i \neq j; \tag{15}$$

$$\begin{cases} a = A - B \\ b = S \cdot a - D \\ c = -E \cdot B \\ d = -C \cdot B \end{cases} \tag{16}$$

Precizia de aproximare, a tensiunii de termocompensare $U(T)$ și deci și a termocompensării cristalului de cuarț, poate fi mult îmbunătățită în cazul $n = 4$, dar, se utilizează un calculator electronic de birou „Programma 101" și modelul matematic ce s-ar obține ar fi mult prea mare.

3.2 ALGORITMUL DE REZOLVARE A MODELULUI MATEMATIC

Pentru determinarea rezistențelor necunoscute R_1, R_2 și R_3, trebuie calculați inițial coeficienții ecuației rezolvante de gradul trei a sistemului (11), rezolvarea ecuației de gradul trei și apoi rezolvarea sistemului de două ecuații în necunoscutele R_1 și R_2 de mai jos, obținut prin substituirea valorilor pozitive ale lui R_3:

$$\begin{cases} R_1 - f_1 \cdot R_2 = r_{21} \cdot f_1 - \dfrac{R_3 \cdot r_{11}}{R_3 + r_{11}} \\ R_2 = \dfrac{1}{f_2 - f_1} \cdot \left(r_{21} \cdot f_1 - r_{22} \cdot f_2 + R_3 \cdot \left(\dfrac{r_{12}}{R_3 + r_{12}} - \dfrac{r_{11}}{R_3 + r_{11}} \right) \right). \end{cases} \tag{17}$$

Ecuația de gradul trei se va rezolva printr-o metodă iterativă, întrucît posibilitățile calulatorului electronic de birou „Programma 101" cu ajutorul căruia s-a lucrat, sînt relativ limitate. Pentru a expune algoritmul de rezolvare în general, considerăm ecuația de gradul trei scrisă sub formă canonică.

$$E(x) \equiv x^3 + s \cdot x^2 + t \cdot x + u = 0. \tag{18}$$

Ecuația se reduce la o formă incompletă, eliminînd termenul de gradul doi, prin substituția

$$x = y - \frac{s}{3}, \tag{19}$$

obținîndu-se ecuația

$$F(y) \equiv y^3 + p \cdot y + q = 0. \tag{20}$$

Prima rădăcină reală a ecuaţiei (20) se determină prin metoda tangentei, cu ajutorul relaţiei de recurenţă

$$y_n = y_{n-1} - \frac{F(y_{n-1})}{F'(y_{n-1})}, \tag{21}$$

unde y_n şi y_{n-1} reprezintă două aproximaţii succesive, iar $F'(y)$ este derivata funcţiei, adică :

$$F'(y) = 3 \cdot y^2 + p. \tag{22}$$

Ca valoare iniţială se consideră

$$y_0 = \sqrt{-p + 2\sqrt{|q|}}, \tag{23}$$

presupunînd că p şi q nu sînt nule simultan.

După determinarea primei rădăcini reale x_1, se calculează şi celelalte rădăcini reale ale ecuaţiei de gradul doi

$$\frac{E(x)}{x - x_1} = 0. \tag{24}$$

Coeficienţii ecuaţiei de gradul trei (18) trebuie să satisfacă condiţiile

$$|s| \leqslant 10, \quad |t| \leqslant 100, \quad |u| \leqslant 1000. \tag{25}$$

Pentru rezolvarea sistemului de două ecuaţii (17) trebuie calculaţi iniţial termenii liberi.

3.3 PROGRAMELE-SURSĂ PENTRU CALCULUL CIRCUITULUI ELECTRIC DE TERMOCOMPENSARE

Întrucît calculele se execută cu calculatorul „Programma 101", s-au conceput patru programe-sursă care rezolvă sistemul (11) în patru etape.

În prima etapă, se determină coeficienţii ecuaţiei de gradul trei de tip (18), ţinîndu-se seama de relaţiile (12)—(16), cu ajutorul programului-sursă P1, scris în coloanele tabelei 1. Executarea programului-sursă P1 se face prin claparea lui V şi introducerea în ordine a valorilor r_{11}, r_{12}, r_{13}, r_{21}, r_{22} şi r_{23}. Calculatorul imprimă automat coeficienţii b/a, c/a şi d/a cu patru cifre zecimale. Menţionăm că valorile f_{13}, f_{32}, f_{21}, $f_1 \cdot f_{32}$, $f_2 \cdot f_{13}$ şi $f_3 \cdot f_{21}$ au fost incluse în program sub formă codificată.

În etapa a doua, se rezolvă ecuaţia de gradul trei de tip (18), cu ajutorul programului-sursă P2, scris în coloanele tabelei 2. Executarea programului-sursă P2 se face prin claparea lui V şi introducerea în ordine

Tabela 1

AW	A/↑	+	X	E↑	D+	D/↕	A◇	AV	C↑
R*	R/↓	D/↕	B+	X	D↕	D/−	B↓	S	A/↑
RS	RS	C+	C/↕	D↕	S	B/↕	D/X	B/↑	F/↑
D/↑	RS	C↕	X	S	↓	B/X	A−	S	F↓
BX	R↑	B/↓	B↕	↓	A/↑	C−	−	B↑	F↕
↕	D↓	B+	S	A/↑	A/↓	B/:	B/:	S	E−
X	C/↓	B/↕	↓	F/+	R:	A◇	A◇	C/↑	↓
D/↕	↕	X	A/↑	FS	R+	C/↓	/◇	A/↑	B/X
+	X	B↕	F/:	F:	R*	D/X	V	F/S	↕
D/↕	↕	B/↓	FX	FX	D−	A−	S	F*	X
C+	X	C/+	F:	E↕	X	−	S	FX	C↕
C↕	D/↕	B/↕	F↑	X	D+	B/:	S	EX	W

a valorilor b/a, c/a și d/a. Calculatorul imprimă automat rădăcinile R_3 ale ecuației cu șapte cifre zecimale.

Tabela 2

AV	B↕	X	C/↕	C/↓	C/↕	B−	D↕	−	C/↓
S	B/↑	D−	C↓	AX	D↓	B↕	C/↓	B↕	B/−
B↑	X	C↕	/V	D/X	A:	Z	D:	C+	A◇
S	C−	C−	C/↕	B+	↕	A/Z	AX	B/−	V
C↑	A−	C↕	+	C/↕	−	C↓	C↑	B↕	
S	−	C√	A/V	AX	/Y	C/:	B+	B+	
D↑	B↕	B↓	D/↓	X	C/−	B↕	A−	C↕	
B↓	A+	−	A+	A+	/Z	AZ	−	B◇	
D/:	B/X	A√	A/Y	C−	↕	D↓	/W	C◇	
AX	C↕	−	D↕	C/:	/Z	D/−	A√	A/W	

În etapa a treia, se calculează termenii liberi ai sistemului (17), cu ajutorul programului-sursă P3, scris în coloanele tabelului 3. Executarea programului-sursă P3 se face prin claparea lui V și introducerea în ordine a valorilor r_{11}, r_{12}, r_{21} și r_{22}. Calculatorul imprimă automat în ordine ter-

menii liberi ai primei, respectiv ai celei de a doua ecuații a sistemului(17) cu patru cifre zecimale. Menționăm că valorile f_1 și f_2 au fost incluse în program sub formă codificată.

Tabela 3

AV	+	B ↕	B/↓	↓	R↑	S	R◇	C/ ↕
S	B ↕	S	X	A/↑	D/+	↓	R+	B◇
B/↑	B/↓	B/↓	C/:	R ↕	X	A/↑	D/−	C/◇
S	X	+	C/ ↕	RX	B−	R−	X	/◇
B/↓	B:	C/ ↕	S	R◇	B ↕	RX	C/−	V

În etapa a patra, se rezolvă sistemul (17), cu ajutorul programului-sursă P4, scris în coloanele tabelei 4. Executarea programului-sursă P4 se face prin claparea lui V și introducerea coeficienților celor două ecuații în ordine. Calculatorul imprimă automat în ordine soluția R_1 și R_2 cu șase cifre zecimale.

Tabela 4

AV	C/↑	D/↑	F↑	C↓	D/↓	CX	F ↕	F−	E◇
S	S	S	C/↓	CX	DX	F−	C/↓	B:	A◇
C↑	D↑	E↑	D/X	B−	F ↕	E ↕	CX	E ↕	/◇
S	S	S	B ↕	B ↕	C ↕	DX	F ↕	B:	V

4. APLICAȚII, REZULTATE ȘI CONCLUZII

Procedeul de sinteză, analiză și calcul descris mai sus, a fost folosit în cazul a 14 aplicații, prin împerecherea a opt termistoare, a căror rezistență măsurată la camera climatică la cele trei temperaturi alese sînt trecute în tabela 5, împreună cu tensiunea de termocompensare și prin executarea celor patru programe-sursă P1÷P4. Tensiunea $E = 12$ V, iar celelalte date sînt următoarele:

$$f_1 = 4{,}2863\,; \quad f_2 = 5{,}4865\,; \quad f_3 = 4{,}9553\,;$$

$$f_{32} = -5312\,; \quad f_{13} = -6690\,; \quad f_{21} = 12001\,;$$

$$f_1 \cdot f_{32} = -22767\,; f_2 \cdot f_{13} = -36704\,; f_3 \cdot f_{21} = 59471.$$

Valorile rezistențelor necunoscute și calculate sînt trecute în tabela 6 în care perechea i, j indică numărul curent al primului termistor, respectiv numărul curent al celui de al doilea termistor din tabela 5.

Tabela 5

Nr. crt.	Tipul termistorului / T[K]	248	275	298
1	B832007P/47kS	668,88	141,42	47,00
2	B832007P/150kS	2362,74	470,75	150,00
3	E213BC/P4k7	83,37	15,49	4,70
4	E213BB/P150E	1,26	0,363	0,15
5	E213BC/P1k5	23,63	4,71	1,50
6	E213BC/P470E	5,55	1,31	0,47
7	E832003P/68kS	919,86	200,35	68,00
8	E214AE/P1k	4,90	1,93	1,00
Tensiunea U(V)		2,27	1,85	2,00

Tabela 6

i, j	R_1(kΩ)	R_3(kΩ)	R_3(kΩ)
1,5	108,94	27,43	128,84
1,6	25,15	8,98	40,176
1,8	9,08	4,93	35,83
2,3	411,37	100,87	438,60
2,5	95,34	32,35	140,00
2,6	20,97	12,89	64,80
3,4	5,16	1,46	7,04
3,6	47,73	10,10	367,51
3,8	38,27	7,65	182,46
5,4	2,90	0,69	7,25
7,4	5,50	3,02	14,00
7,5	116,37	31,06	132,87
7,6	253,06	59,84	140,00
7,8	3,32	4,75	40,00

Dacă, prin executarea programului-sursă P1, se semnalează depășirea capacității registrelor, datele de intrare se introduc împărțite cu 10^k, $k>0$. Dacă mărimile de intrare în programul-sursă P1 au fost împăr-

țite cu 10^k, $k>0$, rădăcinile obținute prin executarea programului-sursă P2 trebuie înmulțite cu 10^k.

Se constată experimental și din calcul că perechea de termistoare trebuie să verifice relația

$$r_1(T)>r_2(T), \tag{26}$$

și din acest motiv nu s-au calculat decît variantele care respectă această condiție.

De asemenea, se constată experimental că se realizează o abatere relativă de cel mult $0{,}3\cdot10^{-6}$, ceea ce înseamnă o precizie bună.

În cazul în care am dorii să realizăm o termocompensare exactă la patru temperaturi, adică am face o aplicație pentru $n=4$, precizia cu care se face aproximația tensiunii, respectiv termocompensarea, este mult mai mare, întrucît însă calculele se efectuează cu ajutorul calculatorului electronic de birou „Programma 101" problema este de dimensiuni prea mari și urmează să fie rezolvată într-o lucrare viitoare.

BIBLIOGRAFIE

1. M. Preda, P. Cristea, *Analiza și sinteza circuitelor electrice*, Edit. tehnică, București, 1968.
2. B. M. Kogan, T. M. Ten-Mikaelian, *Rezolvarea problemelor inginerești cu calculatoare numerice*, Edit. tehnică, București, 1965.
3. A. Timotin, *Lecții de bazele electrotehnicii*, Edit. didactică și pedagogică, București, 1964.
4. L. Weimberg, *Network Analysis and Synthesis*, Mc. Graw Hill, 1962.
5. M. G. Salvadori, M. L. Baron, *Numerical Methods in engineering*, Prentice—Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, U.S.A., 1961.
6. A. Angot, *Compléments de mathématiques à l'usage des inginieurs de l'électrotechniques et des télécomunications*, Edition de la revue d'optique, Paris, 1961.

EXPERIMENTĂRI DE ARDERE A ȘISTURILOR BITUMINOASE PE UN CAZAN DE 100 t/h

C. CAZACU, D. BÎCLEȘANU, D. CHIRIȚA

662.65

Experimentările efectuate pe un cazan de 100 t/h cu șisturi bituminoase au evidențiat posibilitatea valorificării energetice a acestui combustibil inferior, caracterizat printr-un procent ridicat de cenușă (60—70%) și putere calorifică redusă (900—1100 kcal/kg).

Măsurătorile au reliefat soluția optimă de arzător, evoluția procesului de ardere în focar, cifre caracteristice ale focarului, aportul minim de combustibil superior.

1. Importantele rezerve de șisturi bituminoase existente în țară au determinat elaborarea unui program complex de valorificare, în cadrul căruia direcția principală a fost axată pe utilizarea lor în agregate energetice de mare putere.

Caracteristicile energetice deosebite ale acestor șisturi bituminoase față de ceilalți combustibili solizi care se ard în prezent în centrale electrice clasice (putere calorifică redusă, 900—1100 kcal/kg, procent ridicat de cenușă 70—82%, proprietăți erozive ale cenușii etc.), au impus abordarea unui program complex de cercetări și studii pentru realizarea cazanului și instalațiilor sale anexe. Cercetările au cuprins un important volum de experimentări de ardere a șisturilor bituminoase pe un cazan de abur de 100 t/h de la CET Doicești, adaptat în prealabil pentru acest scop, precum și cercetări de modele pe standuri.

2. Experimentările pe cazanul de 100 t/h au permis ca, în afara verificării posibilităților de ardere în regim de exploatare curentă a acestui combustibil, să se determine o serie de parametri constructivi și funcționali necesari pentru proiectarea cazanului de debit mare. Pe același cazan și în aceleași condiții de experimentare s-au efectuat și experimentări de ardere a unui sort de lignit caracterizat printr-o putere calorică redusă 1500—1600 kcal și procent mediu de cenușă ($A^l = 20—25\%$).

Caracteristicile cazanului pe care s-au efectuat experimentările sînt: debit nominal de abur 100 t/h, presiunea și temperatura aburului supraîncălzit 57 kgf/cm², și 480°C, încărcare termică volumetrică (pentru combustibilul proiectat) $98{,}7 \cdot 10^3$ kcal/m³h, grad de ecranare 0,828.

Instalația de preparare și ardere a prafului de cărbune cuprinde 4 mori cu ciocane de 10 t/h fiecare, arzătoarele de praf amplasate în col-

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 2, p. 531—536, București, 1974

țurile focarului, patru arzătoare de păcură anplasate cîte două pe pereții laterali ai cazanului.

S-au experimentat două tipuri de arzătoare, tip fantă, experimental și unul rabatabil. Arzătoarele de praf, de tip fantă, sînt construite din trei fante pentru amestecul aer primar — praf cărbune și patru fante pentru aer secundar. Celălalt tip are două guri rabatabile pentru amestecul de praf și aer primar.

Pentru protejarea suprafețelor de încălzire de efectul de eroziune al cenușilor volante s-au amplasat protecții metalice (laminate) în zonele

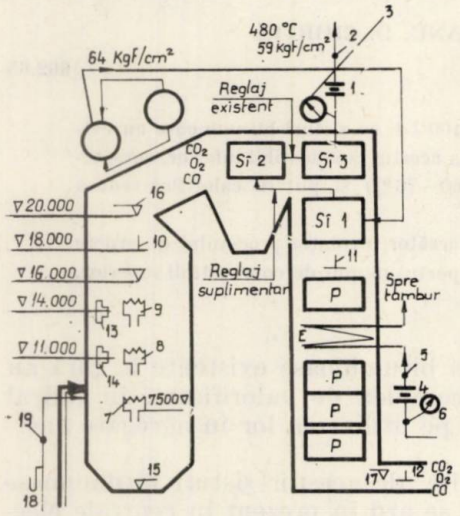


Fig. 1.— Schema cazanului și punctele de măsură.

cu viteze și concentrații maxime. Depășirea temperaturii de supraîncălzire a aburului la arderea șisturilor bituminoase, datorită radiației cenușii volante, a impus montarea unei trepte suplimentare de reglaj între treapta I și treapta II de supraîncălzire, prin injecție de apă de alimentare. Schema cazanului și punctele de măsură se prezintă în figura 1.

3. S-au efectuat 17 probe de ardere a șisturilor bituminoase, precum și 2 probe de ardere a lignitului de Rovinari.

Analizele medii ale combustibililor utilizați :

șisturi bituminoase :

$$Q_i = 907 - 1227 \text{ kcal/kg};$$

$$W_t = 6{,}8 - 14{,}22\,\%,\ A^l = 61{,}5 - 70{,}15;$$

$$S_i = 0{,}6 - 0{,}8\,\%,\ S_iO_2 \text{ în cenușă } 40{,}85 - 59{,}13\,\%$$

lignit de Rovinari :

$$Q_i = 1658 \text{ kcal/kg},\ W_t = 44{,}96\,\%,\ A^l = 21{,}9\,\%$$

Finețea de măcinare a variat între $R_{90} = 22{,}8\,\%$ și $42{,}4\,\%$ funcție de presiunea la ieșirea din moară.

4. Desfășurarea procesului de ardere în focar s-a caracterizat prin următoarele aspecte :

a. În condițiile aportului caloric minim de păcură, la arderea șisturilor bituminoase stabilitatea procesului de ardere a fost mai bună în arzătoarele tip fantă, la care viteza amestecului aer-praf la intrare în focar a variat între 30 și 40 m/s (aerul necesar arderii a fost utilizat integral ca aer de transport). Flăcările se dezvoltă începînd de la o distanță de 1—1,5 m de arzător (zonă de aprindere) fiind apoi concentrate într-un turbion în centrul focarului, pe o înălțime de cîțiva metri. La arzătoarele rabatabile, pe lîngă o mai slabă stabilitate (la același aport caloric de păcură), s-a observat și o intensitate mai redusă a regimului termic în focar și un grad de umplere a focarului mai redus.

Încercările efectuate cu insuflare de aer secundar au reliefat apropierea zonei de aprindere de arzător și o intensitate mai mare a arderii.

Procesul de ardere a lignitului de Rovinari s-a caracterizat printr-o ardere mai intensă, regimuri termice mai ridicate în focar, precum și o bună stabilitate a arderii, fără aport caloric de păcură în comparație cu șisturile. Flăcările au umplut integral focarul, avînd un grad ridicat de

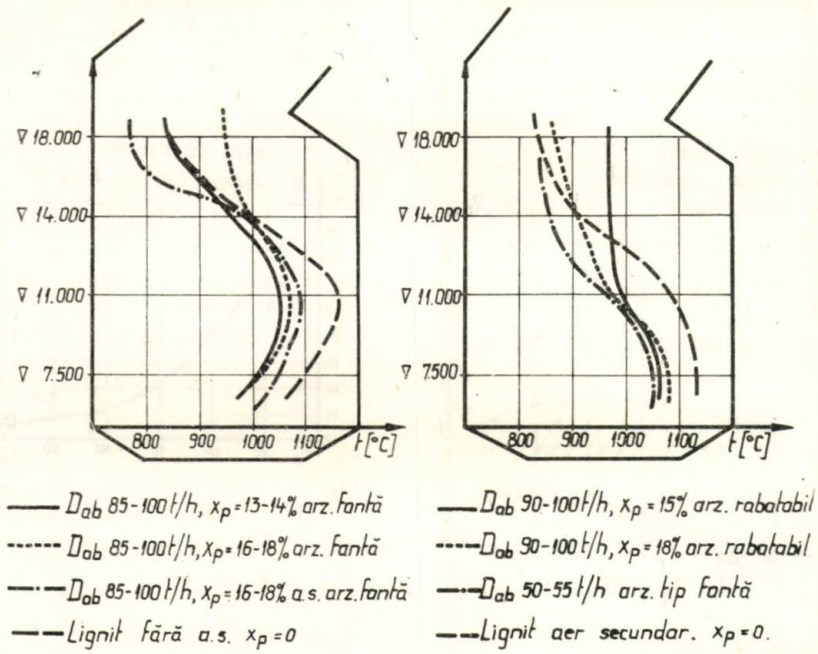


Fig. 2.— Variația temperaturii pe înălțimea focarului, la diverse regimuri.

luminozitate (roșu strălucitor spre galben) nu ca în cazul șisturilor la care culoare predominantă în focar era roșu închis (cu excepția unei zone restrînse mai luminoasă în turbionul central).

b. Măsurarea temperaturii gazelor de ardere în focar a fost efectuată la 3 cote diferite ceea ce a permis trasarea unor curbe de variație a temperaturii pe înălțimea focarului, curbe prezentate în figura 2.

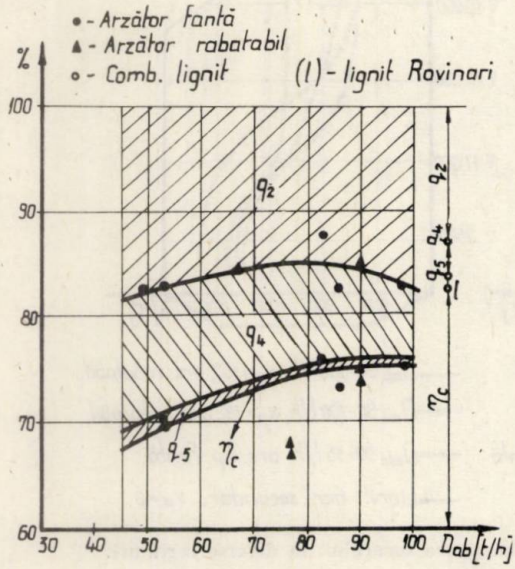
Aceste curbe se pot grupa în două categorii, după alura lor:

I — curbe cu maxim pronunțat în zona cotei 11 m, după care temperatura scade la valori cuprinse între 800—900°C, în cazul regimurilor termice obținute la arderea șisturilor bituminoase cu arzătoarele tip fantă, la debit normal (85—100 t/h) și aport caloric păcură redus (X_p = 13—18%). Aceeași alură a curbelor și pentru regimul obținut la arderea lignitului de Rovinari fără aer secundar;

II — curbe cu valori maxime în zona 7,5 m și cu scăderi pronunțate după cota 11 m, caracterizînd astfel o umplere necorespunzătoare a focarului, regim obținut la arderea șisturilor cu arzătoare fantă de debite reduse (50—55 t/h) și cu arzătoare tip rabatabil la debit nominal și aport caloric redus (A_p=15—18%), precum și la arderea ligniților cu aer secundar.

Analiza acestor curbe reliefează o umplere mai bună a focarului la arzătoarele fantă (divizarea jetului de praf, viteze de amestec relativ mari etc), aplatisarea curbelor datorită aerului secundar care intensifică procesul de ardere, precum și ridicarea regimului termic în focar cu cca 100°C în cazul lignitului.

c. Aportul caloric minim de păcură a variat cu sarcina cazanului, curba de variație pentru arzătorul tip fantă prezentat în figura 3, avînd zone distincte: zona debitelor 80—100 t/h cu alura curbei aplatisată și X_p=12,8—13,7%, și zona debitelor de abur sub 80 t/h pentru care valoarea lui X_p crește foarte mult.



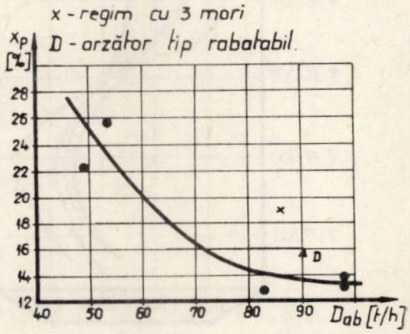


Fig. 3.— Curba de variație a aportului caloric minim de păcură cu sarcina.

Fig. 4.— Curba de variație a randamentului și a pierderilor de căldură cu sarcina.

Regimul realizat cu trei mori (D_{ab}=86 t/h) a necesitat aport mar de păcură (punctul X în fig. 3) datorită unei umpleri asimetrice a focarului.

Aportul caloric minim pentru arzătorul rabatabil a fost mai mare ca pentru arzătorul tip fantă (X_p=15,4% față de X_p=12,8%).

d. Prelevările de cenuşă în focar şi la coş au permis atît calculul pierderilor de căldură şi a randamentului cît şi considerarea evoluţiei arderii în focar. În figura 4 se prezintă curba de variaţie a randamentului cazanului $-\eta_c$ şi valorile pierderilor de căldură pentru încercările efectuate cu aport caloric minim de păcură.

Se constată că la o umplere bună a focarului şi excesul de aer $\alpha_f = 1{,}3$, arderea se desfăşoară corespunzător, pierderile cele mai reduse ($q_4 = 6{,}84\,\%$).

La celelalte încercări cu excese de aer mai mici şi cu o umplere a focarului mai redusă sau asimetrică, ca şi pentru arzătoarele rabatabile s-au obţinut valori ale lui q_4 mai mari de 10%. Pentru lignitul de Rovinari pierderile q_4 s-au situat la valoarea de 3,5%.

Evoluţia arderii în focar, reliefată prin valorile nearselor la cotele 16 m şi 20 m şi prezentate în figura 5, arată o desfăşurare mai intensivă între cota arzătoarelor (8,5 m) şi cota 16 m, după care arderea se desfăşoară lent, într-o zonă de concentraţie de O_2 mai redusă şi după o curbă exponenţială. Valorile nearselor la aceeaşi cotă nu depind prea mult de debitul cazanului, sarcinile reduse beneficiind de un aport caloric de păcură mai mare.

e. Pentru determinarea încărcării termice medii a suprafeţelor focarului q_s(kcal/m²h) s-a calculat căldura cedată în focar Q_f(kcal/h) şi apoi a lui q_s, mediu pe focar, prin considerarea entalpiei teoretice şi ental-

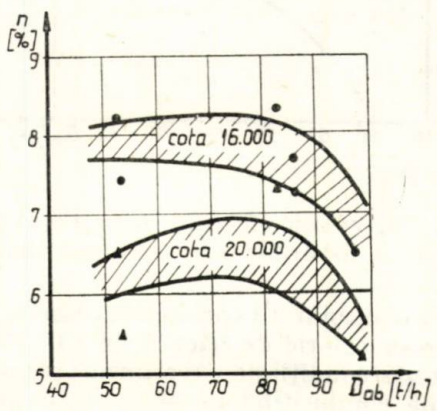


Fig. 5.— Variaţia nearselor la cotele 16 m şi 20 m cu sarcina.

piei corespunzătoare temperaturii măsurate la fine focar pentru combustibilul utilizat şi aportul caloric de păcură.

Valorile maxime ale lui q_s la cota 11 m şi pe axul peretelui frontal, zonă în care s-au înregistrat temperaturile max. în focar, s-au determinat cu o sondă de radiaţie.

Valorile obţinute pentru arzătoarele fantă şi $X_{p\,min}$ au fost prezentate în figura 6, variaţia lor fiind direct proporţională cu sarcina cazanului, astfel $q_{s\,med}$, a variat între $40 \cdot 10^3$ kcal/m²h pentru sarcina minimă şi $101 \cdot 10^3$kcal/m²h pentru debitul de abur maxim obţinut la arderea şisturilor bituminoase (98 t/h).

Valorile q_s maxime măsurate la cota 11 m cu sonda de radiaţie se situează la valori mai mari cu 50—70% ca valorile medii calculate pentru sarcina nominală.

Calcularea, după aceeași metodă, a încărcării medii q_s pentru combustibil lignit, a condus la valoarea de $168 \cdot 10^3$ kcal/m²h fiind deci cu circa 50% mai mare ca cea determinată pentru șisturi bituminoase la aceeași sarcină și cu aport caloric de păcură de circa 14%.

Pe baza datelor de bilanț termic s-au calculat încărcările termice volumetrice q_v (kcal/m³h) obținîndu-se circa $110 \cdot 10^3$ kcal/m³h pentru șisturi bituminoase (debit abur 98 t/h, aport caloric minim de păcură și circa $113 \cdot 10^3$ kcal/m³h pentru combustibil lignit (debit abur 106 t/h).

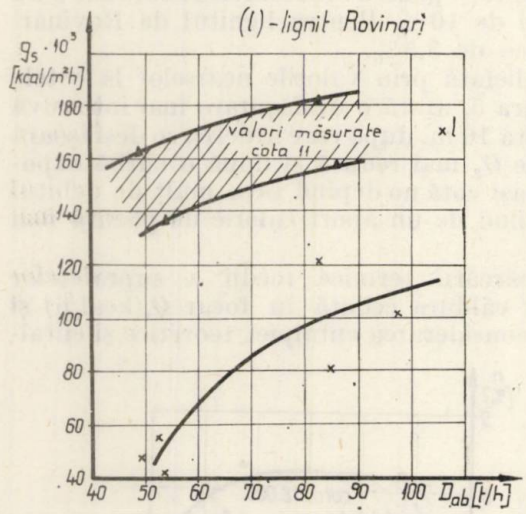


Fig. 6.— Variația încărcării termice medii a suprafeței focarului calculate și măsurate cu sarcina.

5. Cercetările efectuate pe cazanul de 100 t/h au cuprins experimentări de ardere a șisturilor bituminoase românești și a unui sort de lignit, și au reliefat :

— o stabilitate corespunzătoare a procesului de ardere, în condițiile unui aport caloric de păcură de 13—15% și pentru arzătoare tip fantă ; în aceleași condiții de experimentare, arderea lignitului s-a realizat fără aport de combustibil auxiliar, cu o intensitate termică mărită față de șisturi, exprimată prin regimuri de temperaturi maxime în focar cu 100°C mai ridicate ;

— încărcări termice ale suprafețelor de încălzire din focar pentru șisturi sînt cu cca 50% mai reduse ca cele realizate pentru lignitul de Rovinari ;

— pierderile de căldură prin ardere mecanic incompletă s-au situat în intervalul 6,8—12,8% (funcție de regimul de experimentare) față de valoarea de 3,5% obținută pe același focar la arderea lignitului.

Rezultatele obținute ca și observațiile făcute în timpul experimentărilor au permis verificarea posibilităților de utilizare a șisturilor bituminoase în cazane energetice, lucru realizat prin arderea a peste 22 000 tone șisturi pe parcursul a circa 400 ore de exploatare curentă fără diminuarea siguranței în funcționare a cazanului.

J. L. MELSA și S. K. JONES, Computer programs for computational assistance in the study of linear control theory. (Programe în sprijinul calculului în studiul teoriei reglării automate liniare), Mc Graw Hill Book Co., 1973, 198 p.

Lucrarea de față este o nouă ediție, revizuită și substanțial îmbogățită, a cărții publicate în anul 1970 de către profesorul J. L. Melsa. Materialul a fost reorganizat în 4 capitole distincte. Față de ediția precedentă s-au introdus 5 probleme speciale și anume : calculul indicelui de observabilitate, determinarea observerului Luenberger, compensarea serie a sistemelor liniare, problema optimală liniar pătratică — filtrul Kalman și problema decuplării sistemului liniar cu mai multe intrări și mai multe ieșiri, și un capitol de aplicații în diverse domenii ale tehnicii.

În continuare se vor specifica numai particularitățile problemelor și programelor noi introduse în această ediție.

Programul OBSERV calculează indicele de observabilitate a unui sistem liniar invariant în timp construind matricea de observabilitate atașată sistemului. Rangul unei matrice, calculat cu ajutorul subrutinei HERMIT, se determină prin aducerea matricei respective la forma Hermite.

Programul LUEN construiește observerul Luenberger pentru sisteme liniare invariante în timp cu stări inaccesibile.

Programul SERCOM realizează construcția unei compensări serie a unui sistem liniar invariant în timp cu stări inaccesibile, astfel încît să se obțină o funcție de transfer în circuit închis specificată.

O problemă foarte importantă în teoria sistemelor optimale, rezolvarea ecuației matriceale Riccati, este tratată prin programul RICATI. Rezolvarea ecuației matriceale Riccati se face prin integrarea directă (prima aproximație) a ecuației matriceale diferențiale Riccati Desigur algoritmul ales nu este întotdeauna cel mai recomandabil pentru o utilizare efectivă, deoarece rezultatele obținute sînt foarte sensibile la alegerea pasului de integrare.

Programul MIMO conduce la construcția unei comenzi liniare pentru sisteme liniare invariante în timp cu mai multe intrări și mai multe ieșiri (numărul intrărilor este egal cu numărul ieșirilor) prin decuplarea sistemului. Această problemă este de mare interes practic.

În capitolul rezervat aplicațiilor se tratează trei probleme practice care apelează direct la programele generale expuse în capitolele anterioare. Problemele analizate sînt următoarele : proiectarea unui autopilot (model simplificat) pentru studierea condițiilor de aterizare, proiectarea unui model simplificat de reactor nuclear (2 exemple) și studierea unei probleme de telecomunicații care utilizează ecuația matriceală Riccati. Putem afirma că lucrarea cîștigă în interes față de ediția precedentă prin introducerea acestor aplicații.

Trebuie să remarcăm faptul că unele programe nu utilizează cei mai potriviți algoritmi (de exemplu : subrutina pentru calculul matricei de tranziție și programul pentru rezolvarea

ecuației matriceale Riccati), fapt ce ar putea conduce la rezultate neconcludente în cazul unor probleme pretențioase. De aceea s-ar impune separarea problemelor de calcul cu caracter didactic de acelea cu caracter științific, așa încît nici o rezolvare concretă să nu sufere.

Cartea se evidențiază printr-o gradare și sistematizare corespunzătoare a problemelor tratate. Pentru înțelegerea și utilizarea programelor de calcul sînt necesare numai cunoștințe elementare de programare în limbajul FORTRAN și noțiunile de bază ale teoriei sistemelor liniare.

Stilul prezentei lucrări este concis, autorii adoptînd notații în strînsă legătură cu problemele teoretice soluționate. Toate programele principale sînt complet descrise, iar toate subprogramele utilizate sînt listate în cele două anexe; se folosește limbajul FORTRAN IV.

Cartea de față este de o certă valoare didactică și de aceea, deoarece în literatura română de specialitate nu există nici o lucrare publicată cu acest profil, traducerea acesteia ar fi binevenită. Evident, se poate sugera întocmirea unei culegeri de programe originale orientată spre calculul sistemelor liniare, care să răspundă cît mai complet cerințelor care decurg din dezvoltarea actuală a teoriei și practicei sistemelor liniare.

L. Lupaș

Kernreaktor — Praktikum

(Practica reactorului nuclear)

autor PETER HÖHNE,

editura Karl Thiemig KG — München 1966

Lucrarea din colecția „Cărților de buzunar" a lui Peter Höhne prezintă rezultate ale cîtorva experimente făcute cu ajutorul unor reactori de putere nulă aparținînd firmei Siemens din R. F. Germania.

Autorul a organizat prezentarea în desfășurarea normală a cunoașterii elementelor de bază ale reactorului nuclear, folosindu-se însă și de noțiunile teoretice strict necesare ale fizicii reactorului pe care le evidențiază fără demonstrații și numai în măsura necesară înțelegerii experimentelor și rezultatelor acestora. Unele dintre calculele efectuate ca și rezultatele teoretice sînt valabile și pentru alți reactori decît cei de cercetare. În acest sens autorul a căutat să acopere un domeniu cît mai mare din cunoașterea reactorului nuclear pentru ca lucrarea să fie utilă unui cerc mai larg de cititori în special lucrători din energetica nucleară, studenți în disciplina centrale nucleare, cercetători în domeniul nuclear.

Conținutul lucrării este organizat în șase capitole și două anexe, în total 116 pagini format mic.

În capitolul I — introducere — se prezintă sub formă de exercițiu fizic calculul unui reactor omogen de cercetare, se dau cîteva indicații privind verificarea periodică a funcționării reactorului ca și pentru exercițiile de pornire.

În capitolul II se tratează despre reactivitate, ecuația orelor inverse, neutronii întîrziați, etalonarea plăcilor de reglare, influențele perturbațiilor locale asupra factorului de multiplicare apărute din interiorul sau din exteriorul reactorului (de ex. prin probe de iradiere) și posibilitățile de a determina în practică asemenea influențe.

În capitolul III se analizează distribuţia fluxului de neutroni în reactor, măsurarea acestuia, temperatura neutronilor, indicîndu-se şi dependenţa acesteia de secţiunea efectivă de absorbţie la diverşi absorbanţi, neutronii epitermici.

În capitolul IV se tratează protecţia împotriva radiaţiilor arătîndu-se că dacă pentru particulele α şi β ca şi pentru neutronii termici absorbţia acestora în straturi subţiri de materiale corespunzătoare elimină influenţe exterioare reactorului, pentru radiaţia γ şi pentru neutronii rapizi trebuie ca puterea dozei locale să nu depăşească 2,5 m rem/h; se indică rezultatele unor măsurători dozimetrice cu neutroni termici la reactorul de cercetare considerat.

În capitolul V se prezintă reactorul ca sursă de neutroni în cazul iradierilor şi activărilor de tot felul insistîndu-se asupra detaliilor privind tuburile de iradiere prevăzute în reactorii de cercetare şi măsurătorile aferente iar în capitolul VI măsurători de secţiuni efective cu ajutorul metodei „coeficientului lui Danger" şi al metodei oscilaţiei.

După cum indică şi Wolfgang Finkelburg în prefaţă, dr. Peter Höhne se numără printre cei mai buni cunoscători ai reactorilor de cercetare ai firmei Siemens şi în consecinţă este şi unul din cei mai indicaţi să prezinte rezultatele unor lucrări de cercetare în acest domeniu.

Lucrarea este interesantă prin sistematizarea cercetărilor efectuate şi a rezultatelor obţinute, prin conciziunea prezentării noţiunilor de fizică a reactorului, prin utilitatea măsurătorilor, a mărimilor şi a valorilor determinate. Deşi rezumativă, această lucrare este folositoare pentru un cerc larg de specialişti în energetica nucleară şi traducerea sa ar fi binevenită.

Dr. Ing. C. BURDUCEA

REZUMATELE ARTICOLELOR APĂRUTE
ÎN „REVUE ROUMAINE DES SCIENCES TECHNIQUES", SÉRIE
ÉLECTROTECHNIQUE ET ÉNERGETIQUE,
TOME 19, N° 2, 1974

P. DIMO 518.12.518.4

REȚEAUA CU „BILANȚ ENERGETIC NUL" ÎN FORMAREA ECHIVALENȚILOR REI

Rețeaua auxiliară cu bilanț energetic nul servește la formarea modelelor „REI" în analiza nodală a rețelelor de energie.

Autorul prezintă posibilitățile generale de analiză a modelelor rezultante și aplicația lor la supravegherea „on-line" a marilor rețele interconectate.

D. STANOMIR 537.228.1

CALCUL MATRICIAL-SIMBOLIC PENTRU FENOMENE ELECTROELASTICE

În lucrare se prezintă un nou calcul matricial-simbolic (operatorial) adecvat descrierii fenomenelor electroelastice. Pe baza formalismului introdus se obțin reprezentări pe bază de operatori pentru toate mărimile vectoriale cunoscute : gradient, divergență, rotor. A rezultat tot odată că toate formulele diferențiale vectoriale sînt generate de identități matriciale, convenabil alese.

Calculul introdus permite o exprimare compactă a relațiilor generale care descriu fenomenele electroelastice. Formalismul introdus a fost aplicat la următoarele situații: scrierea ecuațiilor de evoluție, scrierea ecuațiilor consitutive, scrierea ecuației de conservare în regim armonic, analiza trecerii unei unde plane printr-un mediu piezoelectric.

Avantajul calculului introdus constă pe de o parte în folosirea unui aparat matematic simplu iar pe de alta în posibilitatea calculelor prin mijloace programabile.

IONESCU CORNELIA 621.3.018.44 : 538

STUDIUL FORȚELOR ÎN REGIM TRANZITORIU ÎN SISTEME TRIFAZATE DE CONDUCTOARE, ECRANATE INDIVIDUAL CU ECRANE CILINDRICE CIRCULARE

În lucrare se prezintă o metodă de studiu analitic al regimului tranzitoriu în sisteme de conductoare ecranate individual cu ecrane cilindrice circulare, subțiri, neperfect conductoare.

Rezolvarea cu metode cunoscute a ecuaţiilor cîmpului electromagnetic, conduce la soluţii ce permit determinarea inducţiei cîmpului magnetic şi a solicitărilor electrodinamice în regimul tranzitoriu, corespunzător diferitelor tipuri de avarii. Concluziile rezultate din acest studiu, concluzii verificare şi experimental, se referă la menţinerea şi în regim tranzitoriu, a avantajului ecranării aproape perfecte a fazelor ce se constată în regim permanent, pentru acest mod de ecranare.

AL. TIMOTIN, A. ŢUGULEA **621.313.322 : 621.3.013.5**

ASUPRA PĂTRUNDERII FLUXULUI MAGNETIC AXIAL ÎN DINŢII DE EXTREMITATE AI STATORULUI MARILOR TURBOALTERNATOARE. II REPARTIŢIA TRIDIMENSIONALĂ A INDUCŢIEI AXIALE ÎNTR-UN DINTE CU TOLE RECTANGULARE

Neglijînd reacţia magnetică a curenţilor turbionari induşi se studiază repartiţia tridimensională a fluxului magnetic axial în pachetul de tole al unui dinte de extremitate a statorului cu metoda prezentată în prima parte a acestei lucrări, bazată pe un model neomogen şi anizotrop Repartiţia tridimensională obţinută, rezultată din luarea în considerare a aportului lateral de flux venind din crestătură, prezintă variaţii foarte slabe în sensul lărgimii dintelui, ceea ce justifică studiul numai al repartiţiei bidimensionale a valorilor medii (pe această lăţime) propus în prima parte a lucrării.

A. MORARU, A. CRĂCIUNESCU **621.318**

DETERMINAREA STĂRII DE MAGNETIZARE A UNUI MAGNET PERMANENT, MAGNETIZAT NEUNIFORM

În lucrare se arată că pentru determinarea stării de magnetizare a unui magnet permanent de formă cilindrică, magnetizat axial neuniform şi dispus într-un circuit magnetic cu un singur întrefier, este necesar să se cunoască valorile coeficientului de demagnetizare şi valorile coeficientului de dispersie. Pe cale analitică se stabilesc expresiile celor doi coeficienţi.

I. R. CIRIC, B. J. CHALMERS **517.433 : 621.313.323**

O TEORIE DE CÎMP A MOTORULUI CU HISTEREZIS ŞI RELUCTANŢĂ CU ROTOR SEGMENTAT

Se consideră că proprietăţile magnetice ale materialului cu histerezis sînt reprezentate prin permeabilitatea complexă echivalentă şi se utilizează metoda separării variabilelor pentru subdomenii de formă diferită. Se introduc doi parametri noi pentru caracterizarea funcţionării la sincronism a acestui tip de maşină : rezistenţele longitudinală şi transversală. Rezultatele

numerice sînt prezentate sub formă de diagrame, utile din punctul de vedere al proiectării, iar performanţele sînt comparate, atît teoretic cît şi experimental, cu acelea ale unui motor cu histerezis clasic cu cîmp tangenţial.

N. GALAN 538.311 :621.313.300.1

DETERMINAREA CARACTERISTICILOR DE FUNCŢIONARE ALE MOTORULUI ASINCRON CU ROTOR MASIV ANIZOTROP

În lucrare se dezvoltă teoria motorului asincron cu rotor masiv anizotrop, se trasează caracteristicile acestui motor şi se compară cu ale motorului asincron cu rotor masiv obişnuit izotrop.

Motorul asincron cu rotor anizotrop are performanţe net superioare motorului cu rotor masiv izotrop ca urmare a influenţei coeficientului de anizotropie asupra adîncimii de pătrundere şi a repartiţiei cîmpului în această zonă.

Se constată că efectul anizotropiei este pronunţat la întrefieruri mici şi la valori mari ale grosimii zonei anizotrope.

I. BARBĂLAT, A. HALANAY 62.501

CONDIŢII DE COMPORTARE „APROAPE LINIARĂ" ÎN TEORIA OSCILAŢIILOR

Cu ajutorul metodelor frecvenţiale se demonstrează o teoremă generală care asigură disipativitatea uniformă a unei clase de sisteme pentru care caracteristicile neliniare verifică, în afară de condiţiile uzuale de sector, restricţii asupra derivatelor.

Aplicaţiile la ecuaţii diferenţiale de ordinul trei şi patru care se întîlnesc în teoria oscilaţiilor arată că se obţin condiţii care sînt esenţial aceleaşi ca în cazul caracteristicilor liniare.

M. BOGDAN, L. LUPAŞ 621.52

CALCULUL NUMERIC AL RĂSPUNSULUI ÎN TIMP A SISTEMELOR LINIARE MULTIVARIABILE INVARIANTE ÎN TIMP

În lucrare se prezintă calculul numeric al răspunsului în timp a sistemelor liniare multivariabile invariante în timp la mărimi de intrare treaptă şi rampă ; sînt analizate două metode de calcul. Totodată se fac observaţii asupra utilizării metodelor pentru calculul răspunsului în timp la mărimi de intrare de tip treaptă generalizată. Se dau subprogramele de calcul scrise în limbajul FORTRAN IV cît şi exemple de calcul.

A. HALANAY, VL. RĂSVAN 621.311.25.013.79

CRITERII FRECVENȚIALE DE STABILITATE PENTRU REACTORII NUCLEARI. I. CAZUL REACTORULUI FĂRĂ REGULATOR

În prezenta lucrare se consideră cazul unui reactor cu combustibil circulant, fără regulator. Reacția internă de reactivitate este descrisă de o funcțională liniară de puterea reactorului.

Utilizînd metode uzuale se obține un criteriu frecvențial de stabilitate într-un domeniu finit din spațiul stărilor, împreună cu o evaluare a acestui domeniu. Acest criteriu este de tipul celui obținut de Kappel și Di Pasquantonio.

C. A. VASILESCU, M. ȘOIMAN 621.434

INFLUENȚA AMESTECURILOR COMBUSTIBILE STRATIFICATE ASUPRA PROCESELOR DIN CAMERA DE ARDERE A MOTORULUI CU APRINDERE PRIN SCÎNTEIE

Se analizează prin intermediul unei metode de calcul [3], procesele din timpul arderii în motorul cu aprindere prin scînteie în cazul alimentării acestuia cu un amestec combustibil stratificat. S-a stabilit că prin folosirea a 10...25% amestec bogat (coeficientul excesului de aer $\alpha = 0{,}832$) grupat în jurul bujiei și restul amestec sărac ($\alpha = 1{,}11$) se obține emisie redusă de oxid de carbon și de hidrocarburi precum și performanțe și economicitate superioară. Se pledează astfel pentru folosirea amestecurilor stratificate într-un interval nu prea larg de dozaje

ȘT. GHEORGHIU 621.181

INFLUENȚA DIFERIȚILOR FACTORI ASUPRA CIRCULAȚIEI NATURALE A APEI ÎN CAZANELE DE ABUR CU ȚEVI DE APĂ

Admițînd unele ipoteze simplificatoare, se stabilește metoda de calcul și se prezintă unele calcule preliminare. Pe baza acestora se studiază influența factorilor respectivi. Aducînd modificări acestor metode și calcule, se studiază apoi influența acestor factori, care caracterizează condițiile reale de funcționare.

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 2, p. 283—300, 1974

C. COROIU 662.611 : 620.9

INTERDEPENDENȚA DINTRE PROCESELE PIROLITICE DESFĂȘURATE ÎN ABSENȚA ARDERII, RESPECTIV ÎN TIMPUL ARDERII PARTICULELOR DE COMBUSTIBILI SOLIZI

Se prezintă cercetări experimentale și concluzii teoretice privind interdependența dintre procesele pirolitice ale particulelor de combustibili solizi desfășurate în timpul procesului de ardere a acestora, respectiv în absența arderii, în condiții identice de încălzire a particulelor de combustibil.

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 2, p. 301—320, 1974

P. FRUNTEȘ 621.311.2 : 621.52

MODELUL ANALOGIC AL TURBINEI CU ABUR

În lucrare se face o prezentare a problemelor ce se pun în legătură cu reglarea automată a turbinei cu abur, apoi se scrie funcția de transfer a acesteia în două situații : fără și cu supraîncălzire intermediară.

În continuare s-a trecut la întocmirea schemei modelului analogic al turbinei cu supraîncălzire intermediară, care a fost realizat pe un calculator analogic și pe care au fost trasate unele diagrame pentru variația turației Δn și variația cuplului rezultant ΔM în anumite situații de funcționare ale mașinii.

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 2, p. 321—337, 1974

D. S. NECȘULESCU 518.4.12 : 621.316.1.004

UTILIZAREA ECHIVALENȚILOR ȘI SCHEMELOR REI PENTRU CALCULUL SIGURANȚEI FUNCȚIONĂRII SISTEMELOR ELECTROENERGETICE (SE)

Se analizează procedura de calcul și schema bloc a calculului siguranței funcționării SE în regim staționar, regim de scurtcircuit și din punctul de vedere al stabilității statice, în cazul utilizării echivalenților și a schemelor REI pentru modelarea SE.

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 2, p. 339—355, 1974

N. GOLOVANOV, CARMEN GOLOVANOV 621.315.051

DETERMINAREA NUMĂRULUI DE CVADRIPOLI NECESAR PENTRU REALIZAREA UNEI LINII ELECTRICE PE MODELUL DE REGIMURI TRANZITORII

În cadrul lucrării sînt analizate probleme legate de realizarea pe modelul de regimuri tranzitorii a liniilor electrice monofazate. În acest sens, pe baza comparației răspunsului la treaptă unitate de tensiune al liniei reale și al modelului corespunzător, sînt scoase în evidență erorile care apar. Calculele efectuate au permis obținerea unor nomograme care fac posibilă deducerea numărului minim de cuadripoli necesar modelării, în ipoteza în care oscilația de ordin k este de dorit a fi regăsită în răspunsul modelului cu o eroare de amplitudine și de frecvență maxim admisibile.

Pentru cazul concret al modelării unei linii relațiile deduse permit stabilirea erorilor de modelare pentru fiecare dintre oscilațiile componente ale fenomenului.

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 2, p. 357—374, 1974

G. SIMIONESCU 536.2

PARAMETRII TERMICI TRANZITORII AI PERETELUI CILINDRIC

În lucrare se studiază soluțiile de răspuns tranzitoriu ale unui perete cilindric omogen traversat radial de un flux termic în condiții de frontieră date fie de temperaturile pe fețele peretelui, fie de fluxurile de căldură pe aceste fețe. Se determină tripolii electrici echivalenți, impedanțele și admitanțele lor, de asemenea conductanțele, rezistențele și capacitățile tranzitorii ale peretelui.

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 2, p. 405—428, 1974

D. CRISTESCU 621.315.2.027.3 ; 537.525.9

FENOMENUL DE DESCĂRCARE PARȚIALĂ ÎN ÎNCERCĂRILE DE ÎNALTĂ TENSIUNE

Fenomenul de descărcare parțială în construcția și îmbătrînirea cablurilor de înaltă tensiune are o importanță de prim rang.

Referatul merge pe calea determinării variației tensiunii la bornele unui izolant în care au loc descărcări parțiale într-o vacuolă de o formă dată. Calculațiile țin seama de influența diverșilor parametri ai circuitului echivalent, de influența sursei de înaltă tensiune, a inductanțelor din circuit.

Rezultatele obținute sînt utile în construcția aparatajului de încercare la descărcări parțiale, încercări de fabricație și încercări de exploatare.

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 2, p. 375—404, 1974

D. SĂMĂRESCU 621.3.011.538

INFLUENȚA EFECTULUI PELICULAR TRANZITORIU ASUPRA TOPIRII RAPIDE A CONDUCTOARELOR PARCURSE DE CURENȚI INTENȘI

În condițiile tehnicii moderne analiza fenomenului de topire rapidă a conductoarelor parcurse de curenți intenși prezintă o mare importanță.

Explicațiile de pînă acum privind fenomenul de topire rapidă fără a avea în vedere influența efectului pelicular duc la concluzii care nu sînt în acord cu rezultatele experimentale.

În articol se face o analiză a fenomenelor și se apreciază cantitativ și calitativ influența efectului pelicular tranzitoriu dîndu-se și exemple de calcul.

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 2, p. 429—452, 1974

H. GAVRILĂ

621.318.22 : 621.3.017.3

STUDIUL PĂTURILOR ŞI TOLELOR FEROMAGNETICE CU ANIZOTROPIE MAGNETICĂ UNIAXIALĂ ÎN CÎMPURI MAGNETICE ALTERNATIVE DE MICĂ INTENSITATE. III. APROXIMAŢIA FRECVENŢELOR JOASE

În studiul păturilor subţiri şi tolelor feromagnetice se introduce „aproximaţia frecvenţelor joase", definită prin condiţia $f \ll \frac{\pi}{2} \frac{1}{\mu_0 \sigma \Delta^2}$, în care f este frecvenţa cîmpului magnetic aplicat, σ conductivitatea materialului, Δ grosimea păturii. Interesul practic deosebit al acestei aproximaţii constă în aceea că ea cuprinde frecvenţele industriale. Se particularizează rezultatele anterior obţinute privitoare la cîmpul electromagnetic local şi mediu, caracteristicile de material şi pierderile magnetice. Verificările experimentale sînt în foarte bună concordanţă cu rezultatele teoretice obţinute. Ele constituie totodată o excelentă confirmare a teoriei structurii dinamice de domenii.

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 2, p. 453—478, 1974

I. DOGARU

538.312 : 537.56

DETERMINAREA CÎMPULUI MAGNETIC ÎN INTREFIERUL ELECTROMAGNETULUI GENERATORULUI MHD

Plecînd de la configuraţia dată a pieselor polare ale electromagnetului generatorului magnetohidrodinamic se calculează şi se determină experimental distribuţia cîmpului şi inducţiei magnetice în întrefier. Calculul cîmpului se face folosind metoda transformării conforme iar măsurătorile se efectuează cu ajutorul unui gaussmetru echipat cu o sondă Hall, a cărei poziţionare precisă în cîmp se realizează cu un dispozitiv special.

Aceste determinări sînt necesare la construcţia canalului de conversie şi la estimarea performanţelor generatorului MHD.

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 2, p. 495—504, 1974

C. GHIŢĂ

621.314.2.017

CALCULUL CÎMPULUI MAGNETIC DE DISPERSIE LA TRANSFORMATOARE

În lucrare se prezintă un procedeu de calcul al cîmpului magnetic din interiorul ferestrei unui transformator monofazat, folosind metoda funcţiunii lui Green.

Se calculează, de asemenea, forţele axiale şi radiale care se exercită asupra diferitelor porţiuni ale înfăşurărilor transformatorului.

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 2, p. 479—494, 1974

I. F. CREŢU

681.142

PROGRAM PENTRU ANALIZA REGIMULUI DE CURENT CONTINUU AL UNUI CIRCUIT ELECTRONIC

Programul realizat are la bază metoda analizei nodale. Ecuaţiile nodale obţinute de program din datele de intrare (caracteristicele elementelor, noduri, laturi) datorită modelelor de elemente folosite, se rezolvă prin metoda Broyden. Se prezintă o serie de particularităţi de programare necesare pentru mărirea eficacităţii programului. Programul poate opera cu elemente liniare sau cu elemente neliniare de tipul diodă/tranzistor caracterizate de ecuaţiile Ebers-Moll. În lucrare se prezintă subrutinele scrise pentru program.

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 2, p. 505—517, 1974

V. A. MĂRIEȘ 621.396.611 : 621.396.6

SINTEZA ȘI ANALIZA UNUI CIRCUIT ELECTRIC PENTRU TERMOCOMPENSAREA EXACTĂ A OSCILATOARELOR CU CUARȚ LA TREI TEMPERATURI DATE

Lucrarea prezintă o soluție avantajoasă prin care se realizează mărirea stabilității frecvenței oscilatoarelor cu cristale de cuarț prin termocompensare. Termocompensarea se face exact numai la trei temperaturi alese dintr-un interval de temperatură mai larg, datorită calculatorului electronic utilizat care are posibilități mai reduse, în rest abaterile fiind minime.

În prima parte se descrie modul în care se face sinteza circuitului electric folosind numai componente pasive, în partea a doua, pe baza unui model matematic general, se face analiza și programarea modelului matematic în cazul particular a trei temperaturi, iar în partea a treia se dau o serie de 14 aplicații cu rezultatele și concluziile obținute din măsurătorile experimentale la camera climatică.

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 2, p. 519—530, 1974

C. COROIU 662.611.620.9

L'INTERDÉPENDENCE ENTRE LES PROCESSUS PYROLYTIQUES DÉROULÉS EN L'ABSENCE DE LA COMBUSTION ET PENDANT LA COMBUSTION DES PARTICULES DES COMBUSTIBLES SOLIDES

On présente les recherches expérimentales effectuées dans le but de mettre en évidence l'interdépendance entre les processus pyrolytiques déroulés en l'absence de la combustion et pendant la combustion des particules des combustibles solides. Ce problème n'a pas été traité jusqu'à présent dans la littérature de spécialité.

Sur la base des données expérimentales et d'une interprétation théorique adéquate on a établi et on a exprimé sous forme mathématique les lois de déroulement en l'absence de la combustion et pendant la combustion dans des conditions identiques de chauffage des particules combustibles.

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 2, p. 301—319, 1974

ȘT. GHEORGHIU 621.181

DER EINFLUSS VERSCHIEDENER FAKTOREN AUF DEN NATÜRLICHEN WASSERUMLAUF IN WASSERROHRDAMPFKESSELN

Unter Zulassung einiger vereinfachenden Voraussetzungen, die Berechnungsmethode wird festgestellt und einige vorläufige Berechnungen werden dargelegt.

Nach Änderung dieser Methode und Berechnung, wird der Einfluß dieser Faktoren untersucht, welcher die reellen Betriebsbedingungen charakterisiert.

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 2, p. 283—300, 1974

P. FRUNTEȘ 621.311.2 : 621.52

STEAM TURBINE ANALOG REPRESENTATION

This paper contains first the representation of a turbine control problem. Then is given the turbine transfer function, in two cases of operation, i.e. with and without overheater.

The paper studies in fact the steam turbine with overheater. Its analog representation was modelled in an analog computer, examining the variation of the rotation (Δn) and the variation of the final torque (ΔM).

The diagrams were drawn for certain cases of machine operation.

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 2, p. 321—337, 1974

D. S. NECȘULESCU

518.4/.12 : 621.316.1.004

USE OF REI EQUIVALENTS AND REI SCHEMES FOR THE COMPUTATION OF POWER SYSTEM RELIABILITY

The author analyses the computation procedure and the block-schemes for computing the steady-state, shortcircuit-state and steady-state-stability power system reliability in the case of the use of REI equivalents and REI schemes for the power system modelling.

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 2, p. 339—355, 1974

N. GOLOVANOV, C. GOLOVANOV

621.315.051

DAS BESTIMMEN DER ANZAHL VON VIERPOLEN, DIE FÜR DIE NACHBILDUNG EINER ELEKTRISCHEN LEITUNG NÖTIG SIND

Es werden die Probleme analysiert, die bei der Nachbildung einer elektrischen Leitung in dem Netzmodell erscheinen.

Die Antwort einer wirklichen und einer nachgebildeten Leitung bei einer Sprungspannung wird verglichen, um die Fehler zu bestimmen. Die Rechnungen erlauben die Anzahl der nötigen Vierpole, wenn die Fehler für eine bestimmte Oberschwingung angegeben sind, aus Nomogramme zu finden.

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 2, p. 357—374, 1974

D. CRISTESCU

621.315.2.027.3 ; 537.525.9

DÉCHARCHES PARTIELLES DANS LES ESSAIS DES CÂBLES À HAUTE TENSION

Les décharges partielles dans les essais à haute tension, en particulier pour les câbles à haute tension, peuvent avoir une importance de premier rang.

L'objet de cet article est la détermination de la variation de la tension aux bornes d'un isolant soumis à haute tension dans lequel passent des décharges partielles dans un alvéole d'une forme quelconque. Les calculs prennent en considération l'influence de divers paramètres du schéma équivalent : la source à haute tension, les inductances du circuit.

Les résultats obtenus sont utilisables à la construction du matériel pour les essais à la décharge partielle, essais de fabrication et de réseau.

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 2, p. 375—404, 1974

G. SIMIONESCU

536.2

PARAMÈTRES THERMIQUES TRANSITOIRES D'UNE PAROI CYLINDRIQUE

On étudie les solutions des réponses transitoires d'une paroi cylindrique homogène traversée radialement par un flux thermique dans des conditions de frontière données soit par les températures sur les faces de la paroi, soit par des flux caloriques sur ces faces. On détermine les tripoles électriques équivalents, les impédances et leurs admittances, de même que les conductances, les résistances et les capacités transitoires de la paroi.

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 2, p. 405—428, 1974

D. SĂMĂRESCU

621.3.011.538

INFLUENCE OF THE TRANSIENT SKIN EFFECT ON THE RAPID MELTING OF CONDUCTORS PASSED THROUGH BY HEAVY CURRENTS

Under the conditions of the present-day technique the analysis of the rapid melting of conductors passed through by heavy currents is of a particular importance.

The explanations given so far on the phenomenon of rapid melting without considering the influence of the skin effect lead to conclusions which do not agree with the experimental results.

This paper examines the phenomena and estimates quantitatively and qualitatively the influence of the transient skin effect. Examples of calculation are given.

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 2, p. 429—452, 1974

C. GHIȚĂ

621.314.2.·017

CALCUL DU CHAMP MAGNÉTIQUE DE DISPERSION AUX TRANSFORMATEURS

On présente un procédé de calcul du champ magnétique de dispersion dans l'enceinte de la fenêtre d'un transformateur monophasé, utilisant la méthode de la fonction de Green.

On calcule aussi les forces axiales et radiales exercées sur diverses portions des enroulements du transformateur.

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 2, p. 479—494, 1974

H. GAVRILĂ

621.318.22 : 621.3.017.3

STUDY OF FERROMAGNETIC FILMS AND SHEETS WITH UNIAXIAL MAGNETIC ANISOTROPY IN A.C. MAGNETIC FIELDS OF LOW INTENSITY. III. APPROXIMATION OF LOW FREQUENCIES

In the study of ferromagnetic films and sheets the „approximation of low frequencies" is introduced: it is defined by the relation $f \ll \frac{\pi}{2} \frac{1}{\mu_0 \sigma \Delta^2}$, where f is the frequency of applied magnetic field, σ the material conductivity and Δ the film thickness. The particular attention which is paid to this approximation is justified by the fact that it includes the industrial frequencies. The previous results concerning the local and average electromagnetic field, the material properties and the magnetic losses are particularized. The calculations made, show a very good agreement with the experiments carried out. Likewise, they represent an excellent confirmation of the dynamic domain structure theory.

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 2, p. 453—478, 1974

I. DOGARU

538.312.537.56

MAGNETIC FIELD DETERMINATION IN THE AIR-GAP OF THE M H D-02 GENERATOR ELECTROMAGNET

Starting from given shape of the polar pieces of the magnetohydrodynamic generator electromagnet, the author calculates and determines experimentally the magnetic field and flux density distribution in the air gap. The calculation of the field is made using the conformal mapping, while the measurements are made by means of the gaussmeter, equipped with a Hall transducer, whose accurate position in the field is achieved with a special device.

These determinations are necessary for the conversion duct construction and the M H D generator performance calculation.

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 2, p. 495—504, 1974

I. FL. CREȚU

681.142

PROGRAM FOR D.C. ANALYSIS OF AN ELECTRONIC CIRCUIT

The program carried out is based on the nodal analysis method. The nodal equations obtained from input data (characteristics of the elements, nodes, branches) are nonlinear due to models of the elements used and therefore are solved by the Broyden's method. There are presented a series of programming particularities used to the program efficiency.

The program can opperate with linear elements or with non-linear elements of diode transistor type, characterized by Ebers-Moll equations.

The subroutines worked out for the program are presented.

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 2, p. 505—517, 1974

V. A. MĂRIEȘ

621.396.611 : 621.396.6

SYNTHESYS AND ANALYSIS OF AN ELECTRIC CIRCUIT FOR THE EXACT THERMOCOMPENSATION OF QUARTZ CRYSTAL OSCILLATORS FOR THREE TEMPERATURES

The paper presents an advantageous solution which leads to the increase of the stability of the frequency of quartz crystal oscillators by thermocompensation.

The exact thermocompensation is made only for three temperatures chosen in a large temperature range, due to the computer used which has reduced possibilities.

The first part describes the manner of making the synthesis of the electric circuit using only passive components ; in the second part, by means of a general mathematical model the analysis and the programming is made for the three particular temperatures ; the third part gives a series of fourteen applications with their solutions and the conclusions of the experimental measurements in a climatic room.

St. cerc. energ. electr., tom. 24, nr. 2 p. 519—530, 1974

RECOMANDĂRI PENTRU AUTORI:

Revista „Studii și cercetări de energetică și electrotehnică" publică rezultate originale ale cercetărilor din domeniile: energetică generală, electroenergetică și electrotehnică, termoenergetică și termotehnică, sisteme automate în energetică — sub formă de articole, comunicări sau note. Revista mai cuprinde și rubricile: recenzii, informații și altele. Temele abordate constituie cele mai recente realizări științifice și tehnice.

1. Structura lucrării

a) Introducerea va situa lucrarea pe fondul cunoștințelor actuale, va desemna obiectivele și indica metodele utilizate;

b) Tratarea (despărțită pe subcapitole numerotate după clasificarea zecimală) va preciza premisele, ipotezele, simplificările adoptate și va discuta rezultatele, erorile, posibilitățile și comoditatea aplicării;

c) Concluziile vor sintetiza rezultatele obținute, limita lor de valabilitate și aplicațiile posibile.

2. Forma lucrării

a) Lucrările se predau în 3 exemplare dactilografiate la două rînduri (2 000 semne pe pagină), inclusiv exemplarul original fără corecturi, intervenții.

b) Se vor anexa:

Bibliografia după standardele în vigoare; desenele pe calc și tuș, însoțite de cîte două copii și o listă a titlurilor figurilor; un rezumat de cinci, șase rînduri în limba română, și la alegere în una din limbile engleză, franceză, germană sau rusă.

c) La începutul lucrării se trece clasificarea zecimală internațională.

d) Volumul lucrării să nu depășească circa 15 pagini.

Se primesc numai lucrări originale.

*

Manuscrisele se trimit Comitetului de redacție; București, Șos. Vitan nr. 236, sectorul 4.

C 0 III 1 1/151

LUCRĂRI APĂRUTE ÎN EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA

EDMOND NICOLAU. **Sinteza sistemelor radiante**, 1971, 360 p., 21,20 lei.

C. I. PENESCU, **Sisteme de protecţie de distanţă**, 1971, 624 p., 41 lei.

B. POPA, V. KASSIAN, **Teoria şi calculul injectoarelor mecanice cu cameră de turbionare**, 1971, 311 p., 21 lei.

EDMOND NICOLAU, **Cîmpuri şi unde electromagnetice**, 1972, 360 p., 21,50 lei.

CĂLIN ADRIAN VASILESCU şi colab., **Corelaţiile dintre combustibilul lichid şi motorul cu ardere internă**, 1972, 336, p., 23,50 lei

I. A. ADĂMUŢ, **Analiza propagării undelor electromagnetice pe linii în regim tranzitoriu**, 1972 376 p., 25 lei.

V. I. NITU, **Fiabilitatea instalaţiilor energetice**, 1973, 362 p., 28 lei.

BAZIL POPA, VIRGINIA ISCRULESCU, **Procese de ardere în cîmp sonor**, 1973, 256 p., 17 lei

N. DĂNILĂ, **Centrale nucleare-electrice**, 1973, 775 p., 52 lei.

EDMOND NICOLAU, **Radiaţia electromagnetică**, 1973, 231 p., 10,50 lei.

D. D. SANDU, **Electronica fizică**, 1973, 515 p. 31 lei.

I. P. Informaţia c. 1135

43 821

Lei 40.—